УДК 101.1:510.2
DOI: 10.17223/1998863Х/34/18

Н.В. Михайлова

ФИЛОСОФСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИ

Статья посвящена философско-методологическому анализу практической эффективности современной математики. Философы науки солидарны в том, что непостижимая эффективность не может быть объяснена без прояснения на генетическом уровне практической востребованности математических структур. Хотя она не поддается убедительной для всех аргументации, можно говорить о философической апологии математических теорий, имеющих широкое смысловое содержание.
Ключевые слова: *практическая эффективность, современная математика, рациональность.*

Одним из центральных вопросов философии науки является вопрос о границах научного познания. С одной стороны, в широком мировоззренческом аспекте практическое приложение математического формализма оказалось чрезвычайно эффективным, что, в свою очередь, способствовало укреплению рационализма как базового принципа теории познания. Но, с другой стороны, в процессе взаимодействия математики и прикладных наук создаются и исследуются качественно новые классы моделей современной науки, зачастую описываемые весьма сложным абстрактным языком, который затрудняет восприятие математики недостаточно подготовленными специалистами и возводит своеобразный барьер между математиками и нематематиками. Заметим, что когда речь идет о математических понятиях, то философских глубин сразу не видно и объяснение их релевантности переносится на математические результаты, где уже «кое-что происходит». Стремление онтологизировать первичные математические понятия совпадало с интересами математиков, которые старались использовать, по возможности, наименьшее число исходных принципов при формулировке прикладных математических задач. Но, если о степени обоснованности математики судить по ее приложениям, то сразу же возникает вопрос: насколько эффективна математика в этом отношении? Первостепенно важными становятся не только объекты математических приложений, но и философские интерпретации развития эвристически полезной современной математики.

При всем разнообразии математических теорий их развитие связано с тремя факторами – это их приложения, решение научных проблем и систематическая разработка новых теорий. Двум первым компонентам развития современной математики, а именно, вопросам, связанным с физикой, и проблемам, возникающим в самой математике, были посвящены доклады выдающихся математиков Анри Пуанкаре и Давида Гильберта на первом и втором Международных математических конгрессах. Говоря о физических приложениях, следует заметить, что значение других приложений для развития самой математики в то время было значительно меньше. По мнению академика Д.В. Аносова, «докладов о третьей компоненте – развитии теорий… не было ни тогда, ни позднее. Быть может, потому, что не нашлось третьего математика такого ранга, как Пуанкаре и Гильберт, или потому, что наличие этой третьей компоненты очевидно?» [1. С. 22]. Широко распространено мнение, что математика – область научного знания, предметом которой является исследование количественных отношений, пространственных форм и структур в чистом виде. Упорядочение математических теорий на основе понятия структуры, которое было предпринято во второй половине XX в. знаменитой группой Бурбаки, не решило философской проблемы взаимоотношения мира физической реальности и математического знания. В концепции Бурбаки факт соответствия математических структур явлениям окружающего мира попросту констатируется. Но реальное развитие математического знания показало, что его нельзя свести только к математическим структурам, поэтому основная идея Бурбаки «объяснения» практической эффективности математики редко используется в философской конкретизации.

Впервые о математических предметах и общей математике сказал Аристотель, не согласный с пониманием существования математических объектов пифагорейцами и платониками, поскольку он считал фундаментом знания формальную логику, ограничивая роль математических наук и приравнивая их к частным знаниям. Историко-философская традиция неизменно связывает имя Платона с математизированной философией, а его представления о математике – с «математическим платонизмом» как направлением в программах обоснования математики. Говоря о философском анализе математики, предпринятом Платоном, следует сделать некоторые методические замечания, сводящиеся к тому, что он не употребляет термины «математика» и «математические предметы». Он пишет об арифметике и числах, искусстве счета, геометрии и стереометрии, но чтобы философские взгляды на математику способствовали их лучшему пониманию, приходится преодолевать недостаточно достоверные установки и предубеждения, сложившиеся в истории философии и истории математики. Заметим, что один из аспектов математического платонизма стихийно исповедуемого математиками, можно по-философски назвать метафизическим, когда идеи, постигаемые умом, могут существовать как истинные, оправдывая представление математических объектов как части реального мира.

Такого рода метафизика имеет в философии науки свои сильные стороны, поскольку она по-своему позволяет объяснить необычайную эффективность современной математики в исследовании физического мира. В философии математики такого рода объяснением является аргумент о «незаменимости математики» в науке, имеющий в виду успех математических теорий, лежащих в основе научной картины мира. Тезис о «незаменимости математики» можно интерпретировать как принцип необходимости признания существования математических объектов, исходя из полезности современной математики в ее применимости к реальным эмпирическим явлениям. Он связывается с именами В. Куайна и Х. Патнэма. «Принцип необходимости математики раскрывается в следующих положениях: 1. Научные дисциплины достигают зрелости только при использовании математики. 2. Многие научные результаты не могут быть получены без использования математики. 3. Формальное и эмпирическое знание в составе научной теории равноправны» [2. С. 21]. Есть и другое, возможно, более упрощенное объяснение эффективности математики, согласно которому существует объективный физический мир и человек стремится согласовать с ним свою математику.

Практическая эффективность математического знания, например, в терминах достижения точности при наименьшем числе шагов – это основная философско-методологическая проблема компьютерной математики. Эффективность многих разделов математики проявляется в том, что математические теории имеют более широкое смысловое содержание, чем это изначально закладывается в их аксиоматику. Может быть, вопрос о практической эффективности математики имеет смысл только в контексте взаимодействия математики и физики? От ответа на этот философский вопрос зависит понимание роли современной математики. Одно из объяснений связано с общностью методологических принципов, определяющих возможность междисциплинарного взаимодействия. Дело в том, что в самой природе математики заложена возможность отвлечения от природы тех объектов, для описания которых в математику вводится и в дальнейшем структурируется некоторое исходное смысловое содержание. Но после решения проблемы, которой обязано своим появлением новое структурированное представление, математическому исследованию подвергается эта плодотворная структура уже сама по себе. Универсальная мировоззренческая значимость философии и методологии современной математики в таком контексте проявляется как теоретическая и прикладная эффективность ее инструментального использования в естественных науках.

Можно предположить, что когда рациональные методы познания мира приводят к адекватным результатам, то это свидетельствует также о том, что рациональный выбор согласуется со структурой мира. С точки зрения концепции интуиционизма, основателем которого был голландский математик Лейтзен Брауэр, математическое доказательство должно вместе с обоснованием давать требуемое построение. Поэтому методы, дающие такое построение, он и его последователи называли «эффективными». Многие математики считают, что, например, математическое доказательство существования должно быть эффективным, точнее конструктивным, в том смысле, что оно должно содержать принципиальную возможность построить за конечное число шагов математический объект, существование которого утверждается. В современной математике до сих пор существуют нерешенные проблемы, например в теории чисел, которые иногда довольно просты по формулировке, ответы на которые как бы однозначно предопределены принятой системой аксиом. Тем не менее их решение до сих пор не найдено. В связи с этим возникает, например, такой вопрос: почему так происходит? Ответ содержит следующие альтернативы: либо эти проблемы требуют длинной цепочки рассуждений, либо для их решения необходимы новые, не употреблявшиеся ранее приемы вывода.

Современная математическая логика дала на поставленный выше вопрос вполне определенный ответ: никакая единая дедуктивная теория не может исчерпать разнообразия проблем теории чисел. Из этого можно сделать вывод, что понятие математической теории шире, чем понятие дедуктивной теории, развиваемой в духе стандартных приемов формальной логики. Говоря о плюрализме философских интерпретаций принципов разумной деятельности в области искусственного интеллекта и подчеркивая, что компьютерная реализация вычислительных математических задач стала «визитной карточкой» систем искусственного интеллекта, В.А. Ладов утверждает: «Очевидно, что умозаключения в математике представляют собой лишь частный случай логических умозаключений вообще. Вместе с тем их специфика состоит в чрезвычайно простом, однозначном и однородном содержательном наполнении – здесь мы имеем дело с количественными характеристиками чего бы то ни было, что позволяет без труда осуществить необходимую формализацию данных умозаключений» [3. С. 30]. Но, рассматривая философские интерпретации практической эффективности математики, следует иметь в виду, что математика – это, можно сказать, ограниченный, хотя и достаточно рациональный, способ постижения реальности, поскольку даже далекие от реальности математические абстракции все же дают возможность приблизиться к ее пониманию.

Неординарная практическая эффективность математики в естественных и даже социально-гуманитарных науках иногда принимает вид «методологического тоталитаризма», порождающего заявления, что рано или поздно любая рациональная проблема поддается исследованию с помощью эмпирико-математического метода. Поспешность таких заявлений не учитывает то, что полная математическая структура научной теории становится известной тогда, когда эта теория уже превзойдена новой более общей формализованной теорией и известны границы применимости старой теории. К подобным формальным подходам можно отнести, например, аксиоматический метод, методологически хорошо развитый в теории доказательств выдающегося немецкого математика Давида Гильберта, но в математике формализация не является объяснением практической эффективности математики, на которую можно было бы рассчитывать. В идеале хорошим объяснением было бы признание того, что все теоремы математики являются истинными, а также что все истинные высказывания оказываются в итоге теоремами. Возможно поэтому, в современной теоретической математике так широко распространен позитивистский подход, состоящий в рассмотрении математических теорий как надежных формальных конструкций, и поэтому вопрос о философском статусе используемых математиками понятий и методов можно даже отчасти считать ненаучным.

Практическое применение математической теории, как правило, шире, чем решение той практической задачи, с которой эта теория первоначально была связана. Способность математиков предвидеть, какие именно математические средства могут понадобиться для развития физических теорий, совершенно фантастична. Феномен неразрывной связи математики и реального опыта физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии Евгений Вигнер образно назвал «необоснованной эффективностью математики в естественных науках». Можно ли объяснить это уникальное явление? Во-первых, не следует преувеличивать степень непостижимости внутренней логики развития и проблематичность оснований математики. Во-вторых, само обоснование математики является эффективным, если оно востребовано для широкого круга математических теорий. В-третьих, упускается из вида то, что обсуждение конкретных приложений математики – это прерогатива профессиональных математиков. Эффективность математики как метода анализа, объяснения и систематизации потенциально обладает эвристическими и прогностическими возможностями, что подтверждается практикой. В действительности речь идет о том, что теоретические структуры, сформулированные на языке математики, возвращают нам больше информации, чем мы вложили в них. Как хорошо сказал кто-то из физиков, «уравнения мудрее тех, кто их изобрел», т.е. новая информация не только извлекается из математических уравнений, но, что более удивительно, довольно часто математическое моделирование прекрасно соответствует тому, что мы наблюдаем.

Как можно еще философски интерпретировать эффективность современной математики? Одно из наиболее популярных объяснений этой эффективности состоит в том, что основные математические понятия, например, можно предположить, что понятие натурального числа имеет эмпирический характер [4. С. 12]. Но если допустить, что математические понятия имеют эмпирическую природу, то тогда загадка эффективности математики уже не покажется столь загадочной и непостижимой, поскольку реальные применения математики – это один из способов контакта мира идей с миром опыта. Математики, как бы парадоксально это ни звучало, ради чистоты математического результата сознательно ограничивали себя, образно говоря, миром математических понятий, точнее, специальным миром определенных математических моделей. Исследование таких моделей, абстрагированных от их отражающих аспектов, стало для них самоцелью. Поскольку граница между математическим и эмпирическим знанием не абсолютна, то эти знания служат своего рода посредником между человеком и природой, но математические выводы, несмотря на эффективность математики, нуждаются в перепроверке, так как для разных целей исследования требуются разные приближения.

Все объекты математики, начиная от натуральных чисел и кончая группами, различными топологическими и функциональными пространствами, категориями, абстрактны. А что касается «мира абстрактной математики», то он, как и прежде, редко открыт для «чистого созерцания», поэтому его нельзя отождествить со всем разнообразным «миром математических идей». Одно из величайших чудес научного метода состоит в том, что чисто формальные математические структуры могут соответствовать структуре реального мира. Но остается открытым философский вопрос: почему такая стратегия познания «необъяснима»? Математика дает возможность некоторого приближения к совершенным идеям. Возможно, именно в этом причина непостижимой эффективности математики в приложениях к тем наукам, которые поддаются формализации. Математические системы способствуют развитию интегрального процесса, точнее мировоззренческому синтезу физических знаний о различных областях материального мира. «Непостижимая эффективность» современной математики проявляется также в том, что практическое применение математической теории, как правило, гораздо шире, чем решение конкретной задачи, с которой эта теория первоначально была связана.

«Гносеологической загадкой» является еще и то, что математика эффективна даже там, где математики располагают лишь непроверенными гипотезами о сущности явлений, при описании которых зачастую приходится полагаться исключительно на математические дедуктивные выводы. Согласно одному из объяснений, новые области знания об объективном мире человек стремится согласовать с математическими теориями, корректируя их тогда, когда в приложениях обнаруживаются неточности математического формализма. Методология математики характеризуется переходом от одних истинных суждений к другим истинным утверждениям, а логическая непротиворечивость становится необходимым условием ее эффективности. «Математика, таким образом, заготавливает истины как бы впрок, так как они воспринимаются как истины лишь спустя какое-то время (после нахождения подходящей интерпретации)» [5. С. 81]. Философские интерпретации по-своему полезны, но вся история математики показывает, что в результате развития математических теорий самоорганизуется эффективный механизм очистки математических доказательств от некорректных утверждений.

Различные философские «объяснения» эффективности математики носят характер интерпретаций, так как их авторы, скорее всего, сами пребывают в неведении относительно причин такой эффективности, поэтому вопрос об эффективности математики в описании реальных явлений остается пока без ответа. От ответа на этот вопрос зависит философское понимание роли математики в познании мира, т.е. она – удобный язык или её связь с реальным миром онтологически более глубокая, понимание чего невозможно без восхождения к новому абстрактному знанию. Но если гипотетически рассматривать математические конструкции как произвольные творения человеческого ума, то тогда на вопрос о причинах практической эффективности математики нельзя строго ответить. Кроме известных рациональных достоинств математики, она обладает поразительным интеллектуальным свойством, которое можно назвать «колоссальной объяснительной силой» концепций, моделей и теорий математики, далеко отстоящих друг друга. Возможно, практическая эффективность современной математики связана с тем, что окружающему нас миру присуща скрытая гармония, отражающаяся в наших умах в виде простых и эффективных математических законов. Современная математика эффективна в описании природы по той же причине, по какой эффективна интеллектуальная деятельность.

Литература

1. *Аносов Д.В.* Взгляд на математику и нечто из нее. М.: МЦНМО, 2000. 32 с.

2. *Резников В.М.* Принцип необходимости математики в составе научной теории и математическая практика // Гуманитарные науки в Сибири. 2000. № 1. С. 20–25.

3. *Ладов В.А.* Плюрализм философских интерпретаций принципов разумной деятельности в контексте исследований в области искусственного интеллекта // Вестник Томского университета. 2007. № 12 (305). С. 29–34.

4. *Михайлова Н.В.* Загадка «непостижимой эффективности математики» и математический платонизм // Матэматыка: праблемы выкладання. 2007. № 1. С. 12–18.

5. *Пронин А.С.* Проблема эффективности математики в естествознании // Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Философские науки». 2010. № 4–5. С. 80–86.

Michailova Natallia V. Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic Belarus).

DOI: 10.17223/1998863X/34/18

PHILOSOPHICAL INTERPRETATION OF PRACTICAL EFFICIENCY OF CONTEMPORARY MATHEMATICS

Keywords: practical effectiveness, contemporary mathematics, rationality.

The article is devoted to the philosophical and methodological analysis of the practical effectiveness of the contemporary mathematics. Philosophers of sciences are united in the fact that the incomprehensible efficiency can not be explained without clarification on the genetic level of the practical useful of the mathematical structures. Although it is difficult to find telling for everybody arguments we can talk about philosophical apologia of the mathematical theories which have wide sense content.

References

1. Anosov, D.V. (2000) *Vzglyad na matematiku i nechto iz nee* [A look at the math and something out of it]. Moscow: MTsNMO.

2. Reznikov, V.M. (2000) The principle of the necessity of mathematics and mathematical practice. *Gumanitarnye nauki v Sibiri*. 1. pp. 20–25. (In Russian).

3. Ladov, V.A. (2007) The variations of philosophical interpretations of intelligent activity in the context of artificial intelligence researches. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. 12(305). pp. 29–34. (In Russian).

4. Mikhaylova, N.V. (2007) Zagadka "nepostizhimoy effektivnosti matematiki" i matematicheskiy platonizm. *Matematyka: prablemy vykladannya*. 1. pp. 12–18.

5. Pronin, A.S. (2010) Problema effektivnosti matematiki v estestvoznanii [The problem of the effectiveness of mathematics in the natural sciences]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya "Filosofskie nauki" – Bulletin of the Moscow State Regional University*. 4–5. pp. 80–86.