

УДК 621.391.14

## НОРМЕННОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ БЧХ-КОДОВ С ПЕРВОЙ НУЛЕВОЙ КОМПОНЕНТОЙ СИНДРОМА

Н.З. ХОАНГ, В.К. КОНОПЕЛЬКО

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 30 апреля 2013*

Работа посвящена развитию метода сжатия норм синдромов путем приведения к нулю первой компоненты синдрома. Приведены исследования для БЧХ-кодов длиной  $n=31$ , корректирующих ошибки кратности 4;5;6.

*Ключевые слова:* образующий вектор ошибок  $E_{обр}$ , преобразования ошибок малой кратности в ошибки большой кратности  $t$ , нулевая компонента синдрома  $S_1=0$ , нормы синдромов  $N$ .

### Введение

Известно, что при увеличении кратностей корректируемых ошибок число норм резко возрастает [1, 2]. В [2] для уменьшения анализируемых норм предложен метод сжатия при коррекции ошибок кратности  $t=3$  БЧХ-кодом с длиной  $n=31$  с помощью преобразования синдрома  $S=(S_1, S_2, S_3)$  в синдром  $S^{**}=(0, S_2^{**}, S_3^{**})$ , что позволяет уменьшить число анализируемых норм до одной при использовании  $S_2^{**}$  или  $S_3^{**}$  вместо трех норм. В данной статье исследуется применение метода сжатия для идентификации образующих векторов ошибок кратности  $t=2 \div 6$  БЧХ-кодами длиной  $n=31$ .

### Норменное декодирование БЧХ-кодов на основе преобразования ошибок малой кратности в ошибки большей кратности с основными и зависимыми нормами

Проводимые исследования заключались в вычислении синдромов  $S$ , сдвигах синдрома с ненулевой компонентой  $S_1 \neq 0$  до получения  $S_1^* = \alpha^0$ , суммировании полученного синдрома с синдромом одиночной ошибки  $S=(\alpha^0, \alpha^0, \dots, \alpha^0)$ , вычислении норм синдромов, выборе идентификационных параметров. Для БЧХ-кодов с длиной  $n=31$  и кратностей корректируемых ошибок  $t=2 \div 6$  в результате проведения вычислительного эксперимента установлено следующее.

1. После отмеченных преобразований для  $t=2$  множество образующих векторов  $E_{обр}$  БЧХ-кодов  $n=31$  преобразуется в 15 векторов трехкратных ошибок с нулевой первой компонентой  $(0, \alpha^j)^T$ . Для их идентификации можно использовать синдром  $S_2^{**}$ .

2. Множество образующих векторов ошибок  $E_{обр}$  кратности  $t=3$  (для 5 образующих векторов ошибок с первой нулевой компонентой циклические сдвиги не осуществляются) преобразуются в 140 векторов четырехкратных ошибок с нулевой первой компонентой  $S_1^{**}=0$ . Так как значение оставшейся одной нормы  $N_3^{**}$  не может охватывать всех  $E_{обр}$ , то в качестве

идентификационных параметров можно воспользоваться  $S_2^{**}$  или  $S_3^{**}$  [2]. Установлено, что 140 образующих векторов ошибок  $E_{обр}$  идентифицируются одним циклотомическим классом  $N_3^{**}$ . На рис. 1 приведено распределение образующих векторов ошибок на основе соответствующих преобразований.

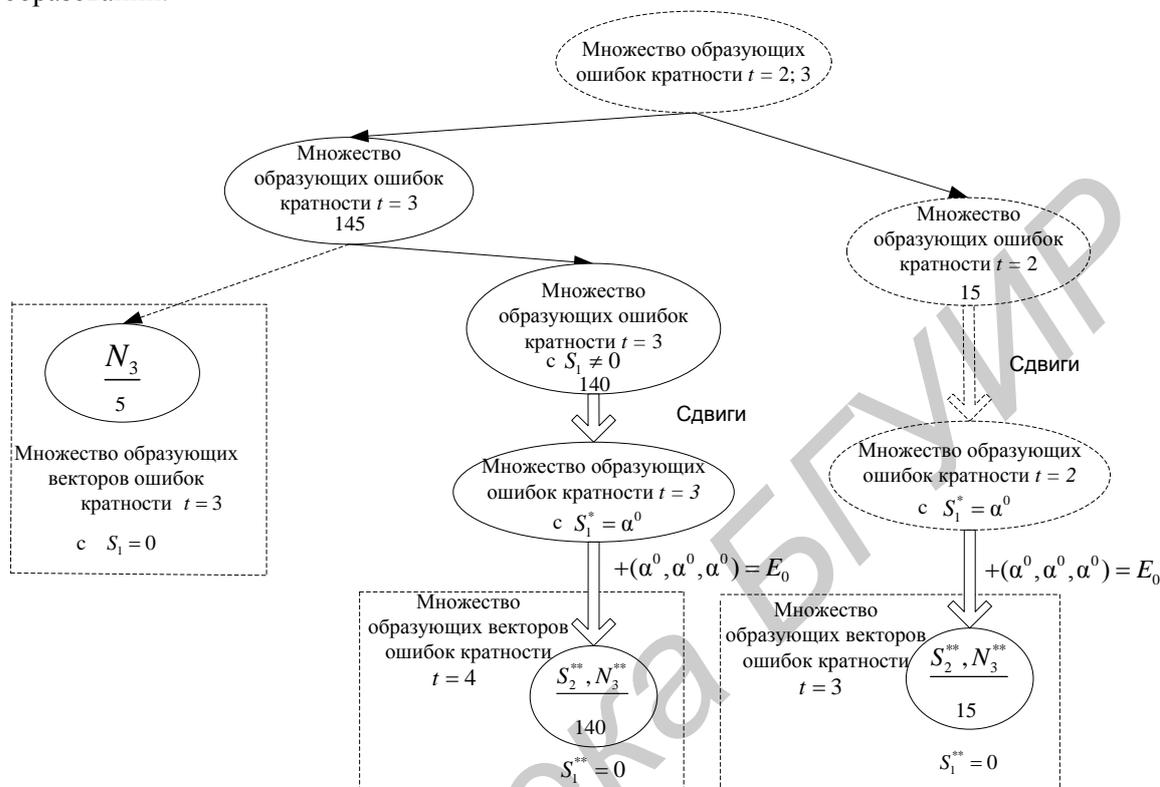


Рис. 1. Распределения образующих векторов ошибок после преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой для  $t = 3$

3. Множество образующих векторов  $E_{обр}$  кратности  $t=4$  с  $S_1 \neq 0$  (с первой компонентой синдрома  $S_1 = 0$  имеется 35  $E_{обр}$ ) преобразуются в 980 векторов  $E_{обр}$ , состоящих из 750 векторов пятикратных ошибок с одной нулевой первой компонентой  $S_1^{**} = 0$ , 140 векторов ошибок кратности  $t=3$  с  $S_1^{**} = 0$ , по 30 векторов ошибок с двумя нулевыми компонентами  $S_1^{**} = S_2^{**} = 0$ ,  $S_1^{**} = S_3^{**} = 0$  и  $S_1^{**} = S_4^{**} = 0$  соответственно. При этом нормы синдромов  $(S_1^{**} = 0, S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**})$  вычисляются по следующим формулам:

$$N_4^{**} = 3z^{**} - 5j^{**}; N_5^{**} = 3m^{**} - 7j^{**}; N_6^{**} = 5m^{**} - 7z^{**}. \quad (1)$$

Анализ данных показывает, что эти нормы не идентифицируют все образующие вектора ошибок кратности  $t=4$ . Поэтому для идентификации необходимо использовать и другие параметры. В качестве идентификационных параметров, как показал эксперимент, можно выбрать любой один из трех синдромов:  $S_2^{**}$ ,  $S_3^{**}$ ,  $S_4^{**}$ . На рис. 2 приведено распределение образующих векторов ошибок после преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой для  $t = 4$ .

4. Множество образующих векторов ошибок кратности  $t=5$  с ненулевой первой компонентой  $S_1 \neq 0$  (168 образующих векторов ошибок содержит  $S_1 = 0$ ) преобразуется в 3903 векторов шестикратных ошибок с одной нулевой первой компонентой  $S_1^{**} = 0$ , по 150 векторов шестикратных ошибок с двумя нулевыми компонентами  $S_1^{**} = S_2^{**} = 0$  и  $S_1^{**} = S_4^{**} = 0$  соответственно, 156 векторов шестикратных ошибок с двумя нулевыми компонентами

$S_1^{**} = S_3^{**} = 0$ , соответственно, 6 векторов шестикратных ошибок с тремя нулевыми компонентами  $S_1^{**} = S_2^{**} = S_4^{**} = 0$  и 945 векторов ошибок кратности  $t=4$  с одной компонентой  $S_1^{**} = 0$  (нормы также вычисляются по формулам (1)). Анализ данных эксперимента показывает, что для их идентификации три нормы  $(N_4^{**}, N_5^{**}, N_6^{**})$  не достаточно; можно использовать в качестве дополнительных параметров один из синдромов  $(S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**})$ . При этом выбранное множество идентификационных параметров не пересекается для векторов  $E_{обр}$  кратности  $t = 2; 3; 4; 5$ .

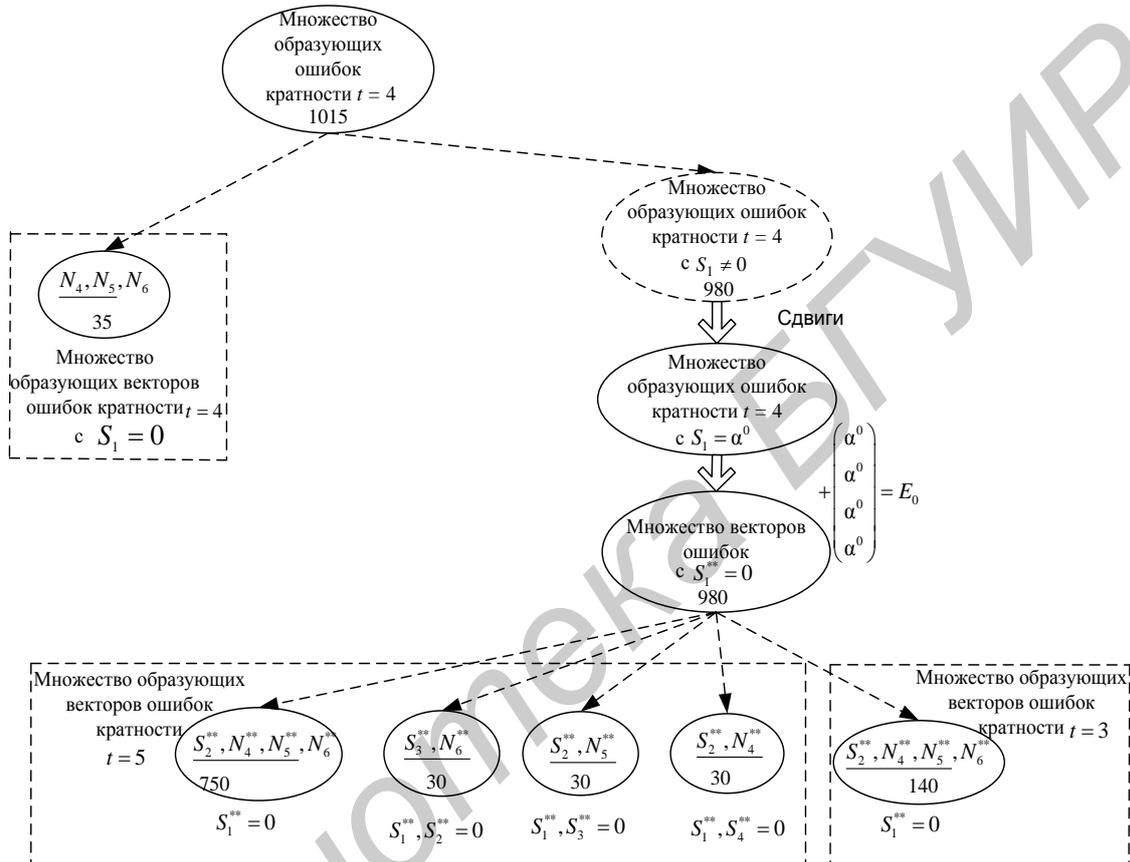


Рис. 2. Распределение образующих векторов ошибок после преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой для  $t = 4$

5. Анализ результатов исследований для векторов  $E_{обр}$  кратности  $t=6$  показывает, что оставшиеся нормы  $N_i^{**}$  также не идентифицируют все множество образующих векторов этих ошибок. Поэтому для идентификации можно использовать один из синдромов  $(S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**}, S_5^{**})$ . Это позволяет идентифицировать все множество  $E_{обр}$ .

В табл. 1 и 2 приведены идентификационные параметры для образующих векторов ошибок кратности ошибок  $t=3 \div 6$  БЧХ-кодами,  $n=31$ . Анализ данных таблиц показывает, что число идентификационных параметров на основе сведения ошибок малой кратности в ошибки большей кратности путем установления первой компоненты синдрома  $S_1 = 0$  меньше, чем число основных и независимых норм из [1, 2] (при  $t=3; 4; 5; 6$  соответственно на две, три, семь, восемь норм при применении, кроме того, одного из синдромов  $S_i^{**}$ ). Это позволяет уменьшить сложность идентификатора для нахождения образующих векторов ошибок  $E_{обр}$  при реализации нормального декодера.

Таблица 1. Идентификационные параметры для образующих векторов ошибок  $E_{\text{обр}}$  кратности  $t = 3 \div 6$  БЧХ-кодами,  $n = 31$  при одной и двух компонентах, равных нулю

Кратность $t$	Число образующих векторов ошибок (1)	Синдром $S$				
	Идентификационные параметры (2)	$S_1^{**} = 0$	$S_{1,2}^{**} = 0$	$S_{1,3}^{**} = 0$	$S_{1,4}^{**} = 0$	$S_{1,5}^{**} = 0$
3	(1)	140				
	(2)	$S_2^{**}, N_3^{**}$				
4	(1)	890	30	30	30	
	(2)	$S_2^{**}, N_4^{**}, N_5^{**}, N_6^{**}$	$S_3^{**}, N_6^{**}$	$S_2^{**}, N_5^{**}$	$S_2^{**}, N_4^{**}$	
5	(1)	4695	150	156	150	
	(2)	$S_2^{**}, N_4^{**}, N_5^{**}, N_6^{**}$	$S_3^{**}, N_6^{**}$	$S_2^{**}, N_5^{**}$	$S_2^{**}, N_4^{**}$	
6	(1)	20185	681	681	681	681
	(2)	$S_2^{**}, N_5^{**}, N_6^{**}, N_7^{**}$ $N_8^{**}, N_9^{**}, N_{10}^{**}$	$S_3^{**}, N_8^{**}$ $N_9^{**}, N_{10}^{**}$	$S_2^{**}, N_6^{**}$ $N_7^{**}, N_{10}^{**}$	$S_3^{**}, N_5^{**}$ $N_7^{**}, N_{10}^{**}$	$S_3^{**}, N_5^{**}$ $N_6^{**}, N_8^{**}$

Таблица 2. Идентификационные параметры для образующих векторов ошибок  $E_{\text{обр}}$  кратности  $t = 3 \div 6$  БЧХ-кодами,  $n = 31$  при трех компонентах, равных нулю

Кратность $t$	Число образующих векторов ошибок (1)	Синдром $S$					
	Идентификационные параметры (2)	$S_{1,2,3}^{**} = 0$	$S_{1,2,4}^{**} = 0$	$S_{1,2,5}^{**} = 0$	$S_{1,3,4}^{**} = 0$	$S_{1,3,5}^{**} = 0$	$S_{1,4,5}^{**} = 0$
5	(1)		6				
	(2)		$S_3^{**}$				
6	(1)	35		35	35	26	35
	(2)	$S_4^{**}, N_{10}^{**}$		$S_3^{**}, N_8^{**}$	$S_2^{**}, N_7^{**}$	$S_2^{**}, N_6^{**}$	$S_2^{**}, N_5^{**}$

### Норменное декодирование БЧХ-кодов на основе преобразования ошибок малой кратности в ошибки большей кратности с основными и дополняющими нормами

Как показано в [3, 4], число основных и дополняющих норм меньше, чем число основных и зависимых норм. Проведенный вычислительный эксперимент по анализу множества норм образующих векторов ошибок, полученных с применением преобразования синдрома в синдром с первой компонентой, равной нулю, на основе основных и дополняющих норм, показал следующее. Для БЧХ-кода с  $t=3$  число норм и дополнительных идентификационных параметров (синдромов  $S_i^{**}$ ) остается одним и тем же ( $N_3$  при  $S_1^{**} = 0$  и  $(S_2^{**}, N_3^{**})$  при  $S_1^{**} \neq 0$ ). Для БЧХ-кода с  $t=4$ , при  $S_1^{**} = 0$  и  $S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**} \neq 0$  известно, что норма  $N_6^{**}$  является зависимой нормой. Она выражается через нормы  $N_4^{**}$  и  $N_5^{**}$  следующей формулой:  $3N_6^{**} = 5N_5^{**} - 7N_4^{**}$ . Поэтому при идентификации образующих векторов ошибок с  $S_1^{**} = 0$  и  $S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**} \neq 0$   $N_6^{**}$  не используется (рис. 3).

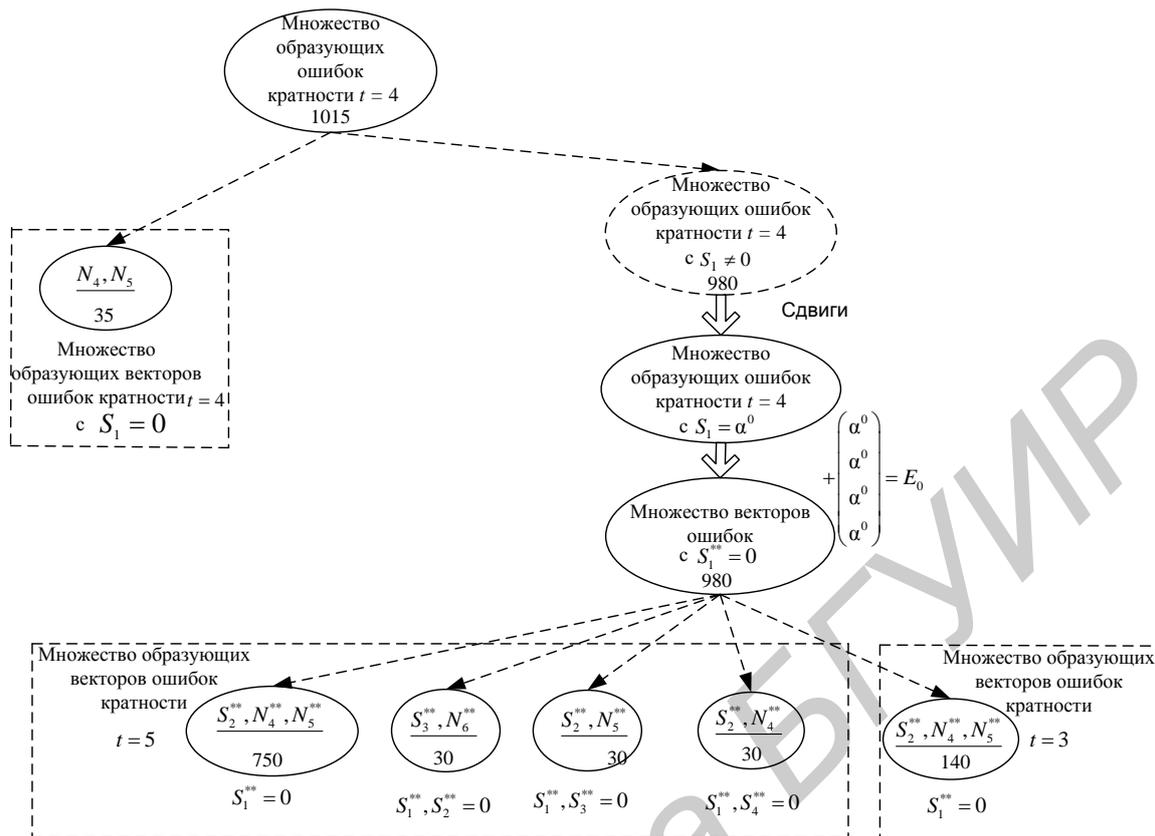


Рис. 3. Распределения образующих векторов ошибок после преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой для  $t = 4$  при использовании основных и дополняющих норм

В таблице приведены идентификационные параметры (подчернутые значения  $S_i^{**}, N_i^{**}, \dots, N_j^{**}$ ) при использовании основных и дополняющих норм для БЧХ-кодов, корректирующих ошибок кратности  $t = 4; 5; 6$ . Анализ данных таблиц для этого случая показывает, что в некоторых случаях число идентификационных параметров меньше, чем при использовании основных и зависимых норм (например, при  $t = 6$  требуется на три нормы меньше при  $S_1^{**} = 0$ ).

### Заключение

Приведенный анализ данных вычислительных экспериментов показал, что норменное декодирование БЧХ-кодов на основе преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой позволяет уменьшить число анализируемых норм на 2;3;7;8 по сравнению с числом основных и зависимых норм при идентификации ошибок кратности  $t = 3; 4; 5; 6$  соответственно. Установлено, что при этом необходимо использовать один из сдвинутых синдромов в качестве дополнительного идентификационного параметра. Также показано, что число идентификационных параметров при применении основных и дополняющих норм на 1;1;3 уменьшается по сравнению с применением основных и зависимых норм при идентификации образующих векторов ошибок кратности  $t = 4; 5; 6$  соответственно.

# NORMING DECODING OF BCH CODES WITH THE FIRST ZERO COMPONENTS OF THE SYNDROME

D.N. HOANG, V.K. KONOPELKO

## Abstract

The present work is dedicated to development of the method of syndrome norms compression by setting to zero the first component of the syndrome. Research is presented for BCH codes of length  $n = 31$  and error-correcting multiplicity  $t = 4;5;6$ .

## Список литературы

1. *Конопелько В. К., Липницкий В. А.* Теория норм синдромов и перестановочное декодирование помехоустойчивых кодов. Минск, 2004.
2. *Липницкий В. А., Конопелько В. К.* Норменное декодирование помехоустойчивых кодов и алгебраические уравнения. Минск, 2007.
3. *Конопелько В. К., Хоанг Н. З.* // Докл. БГУИР. 2012. № 8 (70). С. 69–74
4. *Хоанг З.Н., Конопелько В. К., Макейчик Е. Г.* // Матер. Междунар. научн.-техни. семинара «Телекоммуникации: сети и технологии, алгебраическое кодирование и безопасность данных». Минск, январь–декабрь 2012 г. С. 27–31