

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Факультет доуниверситетской подготовки и профессиональной ориентации

Подготовительное отделение

**И. М. Бурлуцкая**

## ***МАТЕМАТИКА***

Пособие для иностранных слушателей  
подготовительного отделения

В 2-х частях

Часть 1

Минск 2007

УДК 51 (075.8)  
ББК 22.1 я 73  
Б 91

**Р е ц е н з е н т**  
доц. кафедры высшей математики БГУИР,  
канд. физ.-мат. наук О. Ф. Борисенко

**Бурлуцкая, И. М.**

Б 91 Математика : пособие для иностранных слушателей подготовительного отделения. В 2 ч. Ч 1 / И. М. Бурлуцкая. – Минск : БГУИР, 2007. – 55 с. : ил.

ISBN 978-985-488-210-9 (ч. 1)

Пособие рассчитано на иностранных слушателей подготовительного отделения. Язык пособия адаптирован к уровню владения слушателями русским языком.

Каждый раздел включает теоретический материал и примеры применения теоретических знаний, а также упражнения для самостоятельного решения и ответы к ним. В конце пособия дан словарь математической терминологии с переводом на два языка (английский и французский).

**УДК 51 (075.8)**  
**ББК 22.1 я 73**

ISBN 978-985-488-210-9 (ч. 1)  
ISBN 978-985-488-211-6

© Бурлуцкая И. М., 2007  
© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2007

# ЗАНЯТИЕ 1

## Натуральные числа. Арифметические действия

### 1. Натуральные числа

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 – это цифры.

Цифры – это знаки, обозначающие числа.

Числа: 1; 2; 3; ... 10; 11; 12; 13... – это ряд натуральных чисел.

**Определение.** Натуральные числа – это числа, которые мы используем при счете предметов.

0 (ноль) – это не натуральное число.

$N$  – множество натуральных чисел.

$$N = \{ 1; 2; 3; \dots \}$$

Множество натуральных чисел бесконечно, счетно.

1; 2; 3... – это элементы множества.

#### Знаки:

+ плюс; – минус; = равно;  $\in$  принадлежит.

$12 \in N$ ;  $0 \notin N$  (не принадлежит)

#### Четные и нечетные числа

Натуральное число может быть четным и нечетным.

2; 4; 6; 8; 10; 12... – это четные числа.

$n=2k$ ;  $k \in N$  – формула четного числа.

1; 3; 5; 7; 9; 11... – это нечетные числа.

$n=2k+1$ ;  $k \in N$  – формула нечетного числа.

#### Позиционная запись чисел

324 – трехзначное число (записано с помощью трех знаков):

4 – единицы (разряд единиц), 2 – десятки (разряд десятков), 3 – сотни (разряд сотен).

Каждое число можно записать в виде суммы разрядов:

$$324 = 300 + 20 + 4.$$

Рассмотрим число 1 256 783 и назовем, в каких разрядах стоят цифры: 1 – разряд миллионов, 2 – разряд сотен тысяч, 5 – разряд десятков тысяч, 6 – разряд тысяч, 7 – разряд сотен, 8 – разряд десятков, 3 – разряд единиц.

$\overline{XYZ}$  – трехзначное число, его можно записать в виде суммы разрядов:

$$\overline{XYZ} = 100X + 10Y + Z.$$

## 2. Арифметические действия

- 1)  $3+5=8$  – сложение;
- 2)  $8-2=6$  – вычитание;
- 3)  $3 \times 7=21$  – умножение;
- 4)  $6:2=3$  – деление.

Прочитайте действия: 3 плюс 5 равно 8 и т.д.

### Компоненты действий:

- 1)  $a+b=c$ ;  $a$  и  $b$  – слагаемые,  
 $c$  – сумма (результат действия);
- 2)  $a-b=c$ ;  $a$  – уменьшаемое,  
 $b$  – вычитаемое,  
 $c$  – разность (результат действия);
- 3)  $a \cdot b=c$ ;  $a$  и  $b$  – множители,  
 $c$  – произведение (результат действия);
- 4)  $a:b=c$ ;  $a$  – делимое,  
 $b$  – делитель,  
 $c$  – частное (результат действия).

Таблица 1

Действие	Знак	Что сделать?	Результат
1. Сложение	+ плюс	сложить	сумма
2. Вычитание	– минус	вычесть	разность
3. Умножение	· (×) умножить	умножить	произведение
4. Деление	: разделить	разделить	частное

---

*Пример.*

Вычесть из пятнадцати пять:

$$15 - 5 = 10.$$

10 – разность, результат вычитания, ответ.

---

### Упражнения

1. Прочитайте числа:

2; 8; 12; 75; 128; 3 523; 800; 15 250.

2. Запишите цифрами:

Семь, двадцать три, двенадцать, сорок пять, девятнадцать, девяносто семь, сто пятьдесят четыре, семьсот три, двести одиннадцать, шестьсот сорок один, тысяча девятьсот восемьдесят пять.

3. Назовите натуральные числа:

28; -2; 44;  $\frac{1}{2}$ ; 0; 305; 0,25.

4. Прочитайте, запишите действие и ответ:

а) сложить 23 и 17;

д) запишите сумму чисел 5 и 21;

б) вычесть из 12 число 9;

е) запишите разность чисел 28 и 7;

в) умножить 15 на 7;

ж) запишите произведение чисел 25 и 3;

г) разделить 120 на 6;

з) запишите частное 36 и 4.

## ЗАНЯТИЕ 2

### Сравнение чисел

#### 1. Два числа можно сравнить

$a=b$  ( $a$  равно  $b$ );

$a < b$  ( $a$  меньше  $b$ );

$a > b$  ( $a$  больше  $b$ );

$a \neq b$  ( $a$  не равно  $b$ ).

#### Определения

$a > b$ , если разность  $a - b > 0$  (положительна);

$a < b$ , если разность  $a - b < 0$  (отрицательна);

$a = b$ , если разность  $a - b = 0$  (равна 0);

$a \geq b$  ( $a$  больше или равно  $b$ );

$a \leq b$  ( $a$  меньше или равно  $b$ ).

### **Неравенства:**

$a < b$ ;  $a \geq b$  – неравенства;

$a < b$  – строгое;

$a \geq b$  – нестрогое.

Сравните числа 13 и 6:

$13 \neq 6$ ;  $13 > 6$ ;  $6 < 13$ .

Сравните числа 5 и 38; 10 и 12.

### **2. На сколько больше? На сколько меньше?**

• Чтобы ответить на вопрос, на сколько больше 30, чем 10, нужно из 30 вычесть 10 (т.е. найти разность 30 и 10):

$$30 - 10 = 20.$$

Число 30 больше 10 на 20.

• Чтобы ответить на вопрос, на сколько меньше 10, чем 30, поступаем аналогичным образом (т.е. находим разность этих чисел).

### **3. Во сколько раз?**

Чтобы ответить на вопрос, во сколько раз 30 больше чем 10 (или 10 меньше, чем 30), нужно 30 разделить на 10:

$$30 : 10 = 3.$$

Следовательно, 30 в три раза больше, чем 10 (10 в три раза меньше, чем 30).

### **Упражнения**

1. Прочитайте выражения:  $5 \neq 8$ ;  $27 > 22$ ;  $17 < 48$ ;  $x \geq y$  ( $x$  – икс,  $y$  – игрек).

2. На сколько больше: 7, чем 3; 23, чем 19.

3. На сколько меньше: 25, чем 48; 17, чем 32.

4. Во сколько раз больше: 20, чем 5; 135, чем 45.

5. Во сколько раз меньше: 5, чем 35; 9, чем 72.

6. Сравните числа и выражения:

а) 12 и 25;

г)  $12 \cdot 3$  и 36;

ж)  $25 - 7$  и  $2 + 13$ ;

б) 7 и 13;

д) 15 и  $12 + 5$ ;

з)  $8 + 2 \cdot 3$  и 18;

в)  $8 + 5$  и 15;

е)  $12 : 2$  и  $4 + 3$ ;

и)  $21 : 3$  и  $2 + 5$ .

---

*Пример.*

1. Сравнить числа 25 и 4.

Ответ: Эти числа не равны; 25 больше 4; 4 меньше, чем 25. Число 25 больше, чем 4, на 21, потому что разность  $25 - 4$  равна 21.

2. Сравнить числа 30 и 5.

Ответ: Эти числа не равны; число 30 больше, чем 5, потому что разность  $30 - 5$  равна 25. Число 30 больше 5 в 6 раз, потому что частное  $30 : 5$  равно 6.

Число 5 меньше 30 в 6 раз, потому что  $30 : 5$  равно 6.

---

## ЗАНЯТИЕ 3

### Делимость чисел

#### 1. Компоненты деления

Если  $a:b=c$ ,  $c \in N$ , то  $a$  делится на  $b$ .

Если  $a:b=c$ ,  $c \notin N$ , то  $a$  не делится на  $b$ .

Если  $a$  делится на  $b$ ,  $a \in N$ ,  $b \in N$  и частное от деления – натуральное число, то  $b$  – делитель числа  $a$ ,  $a$  – кратное числа  $b$ .

---

*Пример.*

1) 27 делится на 3, следовательно, число 3 – это делитель 27, а число 27 – это кратное числа 3.

2) Найдите все делители числа 12.

Делители числа 12 запишем как множество:  $\{1;2;3;4;6;12\}$ .

{ – фигурная скобка (figurate bracket (англ.); accolade (фр.))

Это множество конечно, состоит из шести элементов.

3) Числа 3; 6; 9; 12; 15 и т.д. делятся на 3. Это числа кратные 3, их можно записать как множество  $\{3;6;9...\} = \{3k / k \in N\}$ .

Это множество бесконечно.

---

## 2. Признаки делимости чисел

а) Признак делимости на 2.

На 2 делятся числа, у которых в разряде единиц стоят цифры 0; 2; 4; 6; 8. Эти числа четные.

б) Признак делимости на 5.

На 5 делятся числа, у которых в разряде единиц стоят цифры 0; 5.

в) Признак делимости на 3.

На 3 делятся числа, у которых сумма цифр делится на 3.

г) Признак делимости на 9.

На 9 делятся числа, у которых сумма цифр делится на 9.

д) Признак делимости на 4.

На 4 делятся числа, у которых две последние цифры образуют число, которое делится на 4.

---

*Пример.*

- 24 делится на 2, потому что последняя цифра числа 4 (в разряде единиц стоит 4 – четное число).

- 24 делится на 3, так как сумма цифр числа 24 равна 6 ( $2+4=6$ ) и делится на 3.

- Число 738 делится на 9, т.к. сумма цифр числа  $7+3+8=18$ , а 18 делится на 9.

- Число 150 делится на 5, т.к. в разряде единиц стоит 0.

- Число 1356 делится на 4, т.к. две последние цифры образуют число 56, которое делится на 4.

---

### 3. Простые и составные числа

Число 17 делится только на 1 и на само себя. 17 – простое число.

Простое число делится только на 1 и на само себя.

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31... – это простые числа.

Число 32 делится на 1, на само себя и на числа 2; 4; 8; 16. Таким образом, 32 – это составное число.

Составное число делится на 1, на себя и на другие числа.

1 – это не простое и не составное число.

### 4. Разложение чисел на простые множители

Число 28 можно записать в виде произведения простых множителей:

$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$  – это разложение числа на простые множители.

Разложить число на простые множители – значит записать его как произведение простых чисел.

---

*Пример.*

Разложить на простые множители число 360.

$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ .

---

### 5. Наибольший общий делитель

Числа 24 и 36 делятся на 2. Значит, 2 – это их общий делитель. Числа 24 и 36 делятся и на другие общие делители: 1; 3; 4; 12. Число 12 – наибольший общий делитель (НОД) чисел 24 и 36, т.е.  $\text{НОД}(24; 36) = 12$ .

Чтобы найти наибольший общий делитель нескольких чисел, нужно разложить их на простые множители, затем найти произведение общих множителей.

---

*Пример.*

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3;$

$\text{НОД}(24; 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ .

---

### 6. Наименьшее общее кратное

Числа 10; 20; 30; 40 делятся на 10. Значит, эти числа кратны 10.

Числа 15; 30; 45; 60; 75 – кратны 15.

Число 30 – наименьшее общее кратное чисел 10 и 15. НОК (10; 15) = 30.

Чтобы найти наименьшее общее кратное нескольких чисел, нужно разложить их на простые множители, а затем найти произведение множителей этих чисел без повторений.

---

*Пример.*

Найти НОК (42; 56; 63).

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7; \quad 56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7; \quad 63 = 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

$$\text{НОК} (42; 56; 63) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 504.$$

---

### 7. Взаимно простые числа

Числа 24 и 35 разложим на простые множители:  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ ;  $35 = 5 \cdot 7$ .

Найдем наибольший общий делитель этих чисел НОД (24; 35) = 1.

Числа называются взаимно простыми, если единственный общий делитель – единица.

#### Упражнения

1. Какие из чисел: 50 076 354; 478 932; 375 081 606; 124 610 022; 2 716 432 435; 212 001 021; 150 201 010, кратны:

а) 2; б) 3; в) 5; г) 9?

2. Разложить на простые множители число 7680.

3. Найти НОД (3960; 2268).

4. Найти НОК (360; 189).

5. Найти НОД (3599; 4819).

6. Известно, что НОД (76;  $x$ ) = 4; НОК (76;  $x$ ) = 1292. Найти  $x$ .

7. Число  $27 \cdot 10^{29} + 35 \cdot 10^{10} + a \cdot 10^3 + 14$  делится на 18. Чему равно  $a$ , если  $a$  – цифра?

8. Сколько делителей у числа 4900 (считая 1 и само число)?

9. Найти числа вида  $\overline{64x5y}$ , которые делятся на 36.

10.  $a \cdot b = 10\,800$ ; НОД ( $a$ ;  $b$ ) = 60. Найти НОК ( $a$ ;  $b$ ).

11. Сумма двух чисел равна 463, а разность их квадратов – простое число.

Найти большее из этих чисел.

## Ответы

1. а) 50 076 354; 478 932; 37 508 160; 124 610 022; 150 201 010.  
б) 478 932; 375 081 606; 21 200 102.  
в) 2 716 432 435; 150 201 010.  
г) 375 081 606; 124 610 022; 212 001 021.
2.  $7680 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ .
3. 36. 4. 7560. 5. 61. 6. 68. 7. 5. 8. 27. 9. 64152. 64656. 10. 180. 11. 232.

## ЗАНЯТИЕ 4

### Целые числа. Рациональные числа

#### 1. Натуральные числа

Числа называются **противоположными**, если их сумма равна 0.

$$a + (-a) = 0.$$

Числа  $-1$ ;  $-2$ ;  $-3$ ; ... – противоположные натуральным. Это целые отрицательные числа.

**Определение.** Натуральные числа, противоположные им числа и ноль называются целыми числами. Множество всех целых чисел обозначается  $Z$ , т.е.

$$Z = \{ \dots -5; -4; -3 \dots 0; 1; 2; 3 \dots \}$$

Множество натуральных чисел является подмножеством множества  $Z$ , т.е.  $N \subset Z$  ( $\subset$  – «включено»).

На множестве натуральных чисел выполняются действия сложения и умножения. На множестве целых чисел определено (т.е. выполняется) еще и вычитание.

#### 2. Рациональные числа

Числа вида  $\frac{m}{n}$ , где  $m \in Z$ ,  $n \in N$ , называются рациональными числами.

Множество рациональных чисел обозначается  $Q$ :  $Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in Z; n \in N \right\}$ .

На множестве  $Q$  выполняются действия сложения, умножения, вычитания, деления.

Множество целых чисел является подмножеством рациональных чисел, т.е.  $N \subset Z \subset Q$ . Это утверждение можно изобразить с помощью кругов Эйлера (рис. 1):

### Прочитайте текст

Леонард Эйлер (1707–1783) – крупнейший математик XVIII века. Родился в Швейцарии. В 1727 году по приглашению Петербургской академии наук он приехал в Россию. В Петербурге Эйлер увлеченно работал в различных областях науки. По признанию современников был первым математиком мира. Полное собрание сочинений ученого занимает 72 тома.

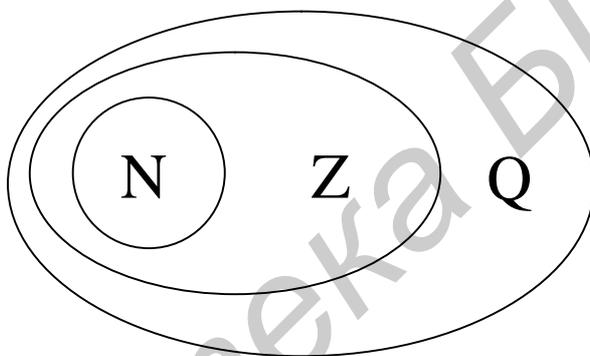


Рис. 1

### 3. Обыкновенные дроби

Числа  $\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{9}{4}, \frac{6}{6}$  – обыкновенные дроби.

$\frac{a}{b}$ , где  $a \in N, b \in N$ ,  $a$  – это числитель дроби,  $b$  – знаменатель.

Частное от деления  $a : b$  можно записать как дробь  $\frac{a}{b}$ .

Читаем дроби так:  $\frac{1}{2}$  – одна вторая;  $\frac{2}{3}$  – две третьих;  $\frac{3}{4}$  – три четвертых;

$\frac{5}{2}$  – пять вторых;  $\frac{3}{11}$  – три одиннадцатых;  $\frac{1}{9}$  – одна девятая;  $\frac{7}{7}$  – семь седьмых;

$\frac{23}{100}$  – двадцать три сотых и т.д.

#### 4. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа

Дробь  $\frac{5}{7}$  – правильная, так как числитель меньше знаменателя ( $5 < 7$ ).

Дробь  $\frac{7}{5}$  – неправильная, так как знаменатель меньше числителя.

Дробь  $\frac{7}{7}$  – неправильная. Числитель равен знаменателю.

Дробь  $\frac{a}{b}$  – правильная, если  $a < b$ .

Дробь  $\frac{a}{b}$  – неправильная, если  $a \geq b$ .

#### Упражнение

Назовите правильные и неправильные дроби:

$$\frac{7}{10}; \frac{2}{5}; \frac{3}{2}; \frac{45}{67}; \frac{2}{1}; \frac{4}{15}; \frac{120}{41}; \frac{5}{5}.$$

Неправильную дробь  $\frac{27}{4}$  можно записать так:  $\frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$  (шесть целых и три четвертых).  $6\frac{3}{4}$  – смешанная дробь: 6 – целая часть;  $\frac{3}{4}$  – дробная.

Операция записи неправильной дроби в виде смешанной называется выделением целой части.

Читаем смешанные дроби так:  $1\frac{1}{2}$  – одна целая и одна вторая;  $2\frac{1}{4}$  – две целых и одна четвертая;  $5\frac{4}{7}$  – пять целых и четыре седьмых;  $10\frac{4}{9}$  – десять целых и четыре девятых и т.д.

Смешанную дробь можно записать так:  $7\frac{3}{4} = \frac{7 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{31}{4}$ . Эта операция называется: запись смешанной дроби в виде неправильной.

## Упражнения

1. Назовите целые и отрицательные числа:

$$2\frac{1}{3}; -8; 0; \frac{5}{4}; -12; 5; -117; \frac{85}{92}; \frac{1}{7}; -15; 3\frac{3}{10}.$$

2. Запишите числа: минус десять; одна восьмая; шесть целых и три седьмых; двадцать пять сороковых; минус сто восемь; две тринадцатых; одна тысяча восемнадцать.

3. Запишите неправильные дроби как смешанные: три вторых; семь пятых; девятнадцать третьих; сорок пять восьмых.

4. Запишите смешанные дроби как неправильные: одна целая и одна пятая; три целых и четыре пятых; девять целых и три восьмых; тридцать шесть целых и две третьих.

## ЗАНЯТИЕ 5

### Основное свойство дроби. Сокращение дробей.

#### Действия с обыкновенными дробями

##### 1. Основное свойство дроби

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot n} = \frac{a:m}{b:n}, \text{ если } m \neq 0; n \neq 0.$$

Величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.

##### 2. Сокращение дробей

Возьмем дробь  $\frac{20}{35}$ . Числитель и знаменатель имеют общий делитель 5.

$$\frac{20}{35} = \frac{20:5}{35:5} = \frac{4}{7}.$$

Мы сократили дробь на 5. НОД (20; 35) = 5. Дробь  $\frac{4}{7}$  – несократима, так как 4 и 7 – взаимно простые числа.

### 3. Нахождение общего знаменателя дробей

Наименьший общий знаменатель для дробей  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{c}{d}$  – это НОК (b; d).

Чтобы привести дробь к общему знаменателю, нужно домножить числитель и знаменатель на дополнительные множители, которые находим следующим образом: для дроби  $\frac{a}{b}$  дополнительный множитель  $m = \frac{НОК(b;d)}{b}$ ;  
для дроби  $\frac{c}{d}$  – это множитель  $n = \frac{НОК(b;d)}{d}$ .

---

*Пример.*

Приведем дроби  $\frac{1}{12}$  и  $\frac{1}{18}$  к общему знаменателю. Найдем НОК (12; 18) = 36.

Разделим  $36:12=3$  – это дополнительный множитель для дроби  $\frac{1}{12}$ . Разделим

$36:18=2$  – это дополнительный множитель для дроби  $\frac{1}{18}$ . Умножим числители

и знаменатели дробей на их дополнительные множители:

$$\frac{1}{12} = \frac{1 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{3}{36}; \quad \frac{1}{18} = \frac{1 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{2}{36}.$$

Мы привели дроби к наименьшему общему знаменателю.

---

### 4. Сравнение дробей

Рассмотрим три случая.

• Сравним  $\frac{5}{7}$  и  $\frac{2}{7}$ .  $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ , так как  $5 > 2$ . Если знаменатели одинаковые, то больше та дробь, у которой больше числитель.

• Сравним  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{2}{5}$ .  $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$ , так как  $3 < 5$ . Если числители равны, то больше та дробь, знаменатель которой меньше.

- Сравним  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{5}{6}$ . Сначала приведем дроби к общему знаменателю:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}; \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}. \text{ Потом сравним } \frac{9}{12} \text{ и } \frac{10}{12}; \quad \frac{9}{12} < \frac{10}{12}. \text{ Следовательно } \frac{3}{4} < \frac{5}{6}.$$

## 5. Сложение и вычитание дробей

Рассмотрим примеры на сложение и вычитание дробей:

$$\frac{2}{15} + \frac{7}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

$$\frac{18}{39} - \frac{15}{39} = \frac{3}{39} = \frac{1}{13}.$$

Если знаменатели дробей равные, то нужно сложить (вычесть) числители дробей и записать общий знаменатель. Результат действия (ответ) сократить, если дробь сократима.

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} = \frac{5}{36};$$

$$\frac{7}{15} - \frac{3}{10} = \frac{14}{30} - \frac{9}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Если знаменатели дробей разные, то сначала нужно их привести к общему знаменателю, а потом выполнить сложение (вычитание).

## 6. Умножение и деление обыкновенных дробей

Чтобы умножить обыкновенные дроби, нужно числитель умножить на числитель и записать произведение в числитель, а знаменатель умножить на знаменатель и записать результат действия в знаменатель:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

*Пример.*

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 8} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}.$$

При умножении смешанных дробей делаем так: сначала записываем их как неправильные дроби, а затем умножаем.

---

*Пример.*

$$4\frac{2}{7} \cdot 2\frac{1}{5} = \frac{30}{7} \cdot \frac{11}{5} = \frac{30 \cdot 11}{7 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 11}{7 \cdot 1} = \frac{66}{7} = 9\frac{3}{7}.$$

---

Чтобы разделить обыкновенные дроби, нужно числитель первой дроби умножить на знаменатель второй и это произведение записать в числитель частного, а знаменатель первой дроби умножить на числитель второй и записать произведение как знаменатель частного:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

---

*Пример.*

$$\frac{5}{12} : \frac{15}{16} = \frac{5 \cdot 16}{12 \cdot 15} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}.$$

---

Для того чтобы разделить смешанные дроби, их сначала записывают как неправильные, а затем выполняют деление.

## 7. Порядок математических действий

**Правило 1.** В примере действия выполняют по порядку: сначала умножение и деление, затем сложение и вычитание.

---

*Пример.*

$$3 \cdot 4 - 2 + 6 : 2 = 12 - 2 + 3 = 13.$$

1)                      2)                      3)                      4)

---

**Правило 2.** Если в примере есть скобки, то сначала выполняют действия в скобках (в соответствии с правилом 1), а затем все остальные действия (в соответствии с тем же правилом).

---

*Пример.*

$$2 + (3 + 4 \cdot (20 - 10 : 2) + 12) : 5 = 17.$$

7)    4)    3)    2)    1)    5)    6)

---

## Упражнения

1. Прочитайте, запишите цифрами и сократите данные дроби: четырнадцать двадцать восьмых; двадцать шесть сорок вторых; двадцать четыре тридцать

цать шестых; тридцать пять сто сороковых; тридцать четыре пятьдесят первых; сто двадцать одна двести двадцатая; семьдесят пять девяностых.

2. Вычислите:

$$а) \left( \left( 4\frac{5}{12} - 3\frac{13}{24} \right) : \frac{4}{7} + \left( 3\frac{1}{18} - 2\frac{7}{12} \right) : 1\frac{10}{17} \right) : 3\frac{1}{5};$$

$$б) \frac{\left( \frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11} \right) : 3}{\left( 1\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) : 18\frac{1}{3}};$$

$$в) \frac{\left( 5\frac{4}{45} - 4\frac{1}{6} \right) : 5\frac{8}{15}}{\left( 4\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \right) : 3\frac{9}{13}} \cdot 34\frac{2}{7} + \left( \frac{3}{10} : \frac{1}{100} \right) : 70 + \frac{2}{7};$$

$$г) \left( \left( 1\frac{1}{7} - \frac{23}{49} \right) : \frac{22}{147} - \left( \frac{3}{5} : 3\frac{3}{4} \right) : 2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2} \right) : 2\frac{1}{5};$$

$$д) \left( 2 : 3\frac{1}{5} + \left( 3\frac{1}{4} : 13 \right) : \frac{2}{3} + \left( 2\frac{5}{18} - \frac{17}{36} \right) : \frac{18}{65} \right) : \frac{1}{3}.$$

**Ответы**

$$1. \frac{14}{28} = \frac{1}{2}; \quad \frac{26}{42} = \frac{13}{21}; \quad \frac{24}{36} = \frac{2}{3}; \quad \frac{35}{140} = \frac{1}{4}; \quad \frac{34}{51} = \frac{2}{3}; \quad \frac{121}{220} = \frac{11}{20}; \quad \frac{75}{90} = \frac{5}{6}.$$

$$2. а) 4; б) 32; в) 1; г) 3; д) \frac{1}{2}.$$

## ЗАНЯТИЕ 6

### Десятичные дроби

#### 1. Десятичные дроби

Дроби  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{3}{100}$ ,  $\frac{39}{1000}$  можно записать так:  $\frac{1}{10} = 0,1$ ;  $\frac{3}{100} = 0,03$ ;  $\frac{39}{1000} = 0,039$ .

Числа 0,1; 0,03; 0,039 – это десятичные дроби.

Читаем десятичные дроби так:

0,1 – ноль целых одна десятая;

0,03 – ноль целых три сотых;

0,039 – ноль целых тридцать девять тысячных.

---

*Пример.*

Рассмотрим число 5,23871 – пять целых двадцать три тысячи восемьсот семьдесят одна сотысячная. Эта десятичная дробь имеет целую часть, она равна 5, и дробную – 23871. Назовем, какие цифры стоят в разрядах дробной части: 2 – разряд десятых; 3 – разряд сотых; 8 – разряд тысячных; 7 – разряд десятитысячных; 1 – разряд сотысячных.

---

## 2. Сложение и вычитание десятичных дробей

1) Сложим дроби 0,6 и 0,56.

$$\begin{array}{r} 0,6 \\ + 0,56 \\ \hline 1,16 \end{array}$$

Записываем дроби одну под другой так, чтобы запятая находилась под запятой.

2) Выполним вычитание дробей 3,2 и 1,57.

$$\begin{array}{r} 3,2 \\ - 1,57 \\ \hline 1,63 \end{array}$$

Вычитание выполняем аналогично сложению.

## 3. Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100...

1)  $0,573 \cdot 100 = 57,3$ ;

2)  $27,8 : 10 = 2,78$ .

**Правило 1.** Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100..., нужно перенести запятую вправо на столько знаков, сколько нулей имеет множитель.

**Правило 2.** Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100..., нужно перенести запятую влево на столько знаков, сколько нулей имеет делитель.

## 4. Умножение и деление десятичных дробей

1) Выполним умножение дробей:  $0,17 \cdot 0,3 = 0,051$ .

Для того чтобы умножить десятичные дроби, нужно перемножить их, не обращая внимания на запятые, а затем в произведении отделить столько знаков после запятой, сколько их в обоих сомножителях вместе.

2) Разделим дробь 0,125 на 0,05:

$$0,125:0,05 = \frac{0,125}{0,05} = \frac{1,25}{5} = 0,25.$$

Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную, нужно сначала умножить делимое и делитель на 10, 100... так, чтобы делитель стал целым числом, а затем выполнить деление.

### 5. Обращение десятичной дроби в обыкновенную

Рассмотрим примеры:

$$1) 0,3 = \frac{3}{10}; \quad 2) 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}; \quad 3) 7,2 = 7\frac{2}{10} = 7\frac{1}{5}.$$

Чтобы обратить десятичную дробь в обыкновенную, нужно записать ее дробную часть в виде обыкновенной с соответствующим знаменателем и сократить.

### 6. Обращение обыкновенной дроби в десятичную

Возьмем дробь  $\frac{3}{5}$  и разделим числитель на знаменатель:  $\frac{3}{5} = 3:5 = 0,6$ . Мы обратили обыкновенную дробь в десятичную.

Рассмотрим следующий пример:  $\frac{5}{33} = 5:33 = 0,151515... = 0,(15)$ . Мы получили бесконечную периодическую дробь.

Читаем периодические дроби так:

0,(15) – ноль целых пятнадцать в периоде;

0,58(3) – ноль целых пятьдесят восемь сотых и три в периоде;

12,3(29) – двенадцать целых три десятых и двадцать девять в периоде.

Числа  $\frac{2}{3}=0,(6)$ ;  $5\frac{1}{2}=5,5$ ;  $\frac{7}{12}=0,58(3)$ ;  $\frac{1}{4}=0,25$ ;  $\frac{1}{5}=0,2$  – рациональные,

значит любое рациональное число вида  $\frac{m}{n}$ , где  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , может быть представлено в виде конечной десятичной дроби или в виде бесконечной периодической дроби.

### 7. Обращение периодической дроби в обыкновенную

Рассмотрим пример:  $\frac{4}{9}+0,23(7)$ . Мы не можем выполнить действие, т.к.

второе слагаемое записано в виде бесконечной периодической дроби. Обратим

дробь  $0,23(7)$  в обыкновенную:  $0,23(7)=\frac{237-23}{900}=\frac{214}{900}=\frac{107}{450}$ . Теперь можно

выполнить сложение:  $\frac{4}{9}+\frac{107}{450}=\frac{4 \cdot 50}{9 \cdot 50}+\frac{107}{450}=\frac{200+107}{450}=\frac{307}{450}$ .

**Правило.** Чтобы обратить периодическую десятичную дробь в обыкновенную, нужно из числа, стоящего после запятой, вычесть число, стоящее до периода, и записать разность в числитель, а в знаменателе записать столько 9, сколько цифр в периоде и подписать столько нулей, сколько знаков было между запятой дроби и периодом.

---

*Пример.*

$$3,08(32)=3+\frac{832-8}{9900}=3\frac{824}{9900}=3\frac{206}{2475}.$$

---

### Упражнения

1. Прочитайте дроби:

0,8; 2,42; 3,035; 2,7(5); 0,(83); 2,017(3); 0,01853; 3,8(53); 8,08.

2. Запишите десятичные дроби цифрами: одна целая девять сотых, ноль целых пятнадцать тысячных, две целых пятьдесят восемь сотых, три целых сто шестьдесят четыре тысячных, ноль целых сорок семь тысячных, ноль целых тринадцать десятитысячных.

3. Выполнить действия:

$$\text{а) } 3,075 : 1,5 - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{25} + 3,26 \right);$$

$$\text{в) } \frac{0,125 : 0,25 + 1 \frac{9}{16} : 2,5}{(10 - 22 : 2,3) \cdot 0,46 + 1,6} + (0,85 + 1,9) \cdot 0,5;$$

$$\text{б) } \left( 6,72 : \frac{3}{5} + 1 \frac{1}{8} \cdot 0,8 \right) : 1,21 - 6 \frac{3}{8};$$

$$\text{г) } \frac{0,725 + 0,6 + 0,175 + \frac{11}{20}}{0,128 : 6,25 - 0,0345 : \frac{3}{25}} \cdot 0,25.$$

4. При сложении двух десятичных дробей во втором числе по ошибке поставили запятую правее, чем нужно, на один знак и получили сумму 49,1 вместо 27,95. Найти исходные слагаемые.

5. Найти несократимую дробь, которая увеличится в четыре раза, если к числителю прибавить знаменатель.

6. Обратить периодические дроби в обыкновенные:

$$0,(27); 0,5(3); 0,41(6); 0,4(6).$$

7. Вычислить:

$$\text{а) } \frac{15 \cdot (10,5 + 5,25 + 3,1(6) + 15,08(3))}{\left( \frac{3}{5} + 0,425 - \frac{1}{200} \right) : 0,01};$$

$$\text{б) } 0,4(3) + 0,6(2) \cdot 2 \frac{1}{2} - \frac{0,5 + \frac{1}{3}}{0,5(8)} : \frac{50}{53}.$$

### Ответы

2. 1,09; 0,015; 2,58; 3,164; 0,047; 0,0013.

3. а) 1,225; б) 3,625; в) 2; г) 1.

4. 25,6; 2,35.

5.  $\frac{1}{3}$ . 6.  $\frac{3}{11}$ ;  $\frac{8}{15}$ ;  $\frac{5}{12}$ ;  $\frac{7}{15}$ . 7. а) 5; б)  $\frac{22}{45}$ .

## ЗАНЯТИЕ 7

### Отношение. Пропорция. Проценты

#### 1. Отношение

Частное  $12 : 3 = 4$  – это отношение чисел 12 и 3. Отношение чисел 12 и 3 равно 4.

**Отношением** чисел  $x$  и  $y$  называется частное чисел  $x$  и  $y$ , т.е.  $\frac{x}{y}$  (или  $x:y$ ).  $x$  – это первый член отношения,  $y$  – это второй член отношения. Отношение  $x:y$  означает, во сколько раз  $x$  больше  $y$ , или какую часть числа  $y$  составляет число  $x$ .

Пусть  $x$  – неизвестный член отношения:

а) если  $\frac{x}{b}=c$ , то  $x=b \cdot c$  ( $b \neq 0$ );

б) если  $\frac{a}{x}=c$ , то  $x=\frac{a}{c}$  ( $c \neq 0$ ).

## 2. Пропорция. Свойства пропорции

**Пропорцией** называется равенство двух отношений, т.е.  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$  или  $a:b=c:d$ . Числа  $a$  и  $d$  – крайние члены пропорции, числа  $b$  и  $c$  – средние члены пропорции.

**Свойства пропорции:**

1. Произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов, т.е. если  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ , то  $a \cdot d=b \cdot c$ .

2. Если для чисел  $a, b, c, d$  верно равенство  $a \cdot d=b \cdot c$ , то эти числа составляют пропорцию  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ .

3. Из пропорции  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$  следуют пропорции:  $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ ,  $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ ,  $\frac{d}{c}=\frac{b}{a}$ .

4. Чтобы найти неизвестный средний (или крайний) член пропорции, нужно произведение крайних (средних) членов разделить на известный средний (крайний) член пропорции. Т.е. если  $\frac{a}{x}=\frac{c}{d}$ , то  $x=\frac{a \cdot d}{c}$ , или если  $\frac{x}{b}=\frac{c}{d}$ , то

$$x=\frac{b \cdot c}{d}.$$

Читаем пропорцию так:  $a$  относится к  $b$ , как  $c$  относится к  $d$   $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ .

### 3. Проценты

• Возьмем число 300 и разделим его на 100.  $300 : 100 = 3$ . Число 3 – это сотая часть  $\left(\frac{1}{100} = 0,01\right)$  от числа 300. Одна сотая часть числа называется **процентом** от этого числа. Проценты обозначаются знаком %. Тогда 3 – это 1 % от 300.

• Рассмотрим три типа задач на проценты.

#### 1. Нахождение процентного отношения двух чисел

Чтобы найти процентное отношение числа  $b$  к числу  $a$ , нужно найти их отношение и умножить на 100 %, то есть  $p \% = \frac{b}{a} \cdot 100 \% .$

---

*Пример.*

В студенческой группе 20 человек, 14 из них владеют английским языком. Сколько процентов студентов владеют английским языком?

$$\frac{14}{20} \cdot 100 = 70 \% . \quad \text{Ответ: } 70 \% \text{ студентов группы владеют английским языком.}$$

---

#### 2. Нахождение процента от данного числа

Чтобы найти  $p$  % от данного числа  $a$ , нужно это число разделить на 100 и умножить на число процентов, т.е. на  $p$ .

$$b = \frac{a \cdot p}{100}, \text{ где } b \text{ – число, равное } p \% \text{ от } a .$$

---

*Пример.*

На полке 150 книг. 30 % из них – учебники. Сколько учебников стоит на полке?

$$\frac{150}{100} \cdot 30 = 45 . \quad \text{Ответ: } 45 \text{ учебников.}$$

Можно получить результат в этой задаче по-другому.

Так как 1 % составляет – 0,01 числа, то 30 % – это 0,3 числа. Значит, чтобы найти 30 % от числа, нужно перевести проценты в десятичную дробь, т.е. разделить число процентов на 100, а затем умножить число, равное 100 %, на полученную дробь:  $150 \cdot 0,3 = 45$ .

---

Сформулируем **правило** нахождения части от числа: чтобы найти часть от числа, нужно само число умножить на эту часть.

---

*Пример.*

$$\text{Найти } \frac{2}{3} \text{ от } 15; \quad 15 \cdot \frac{2}{3} = 10.$$

---

### 3. Нахождение числа по данному проценту

Чтобы найти неизвестное число  $a$ ,  $p$  % которого составляют число  $b$ , нужно число  $b$  разделить на  $p$  и умножить на 100:  $a = \frac{b \cdot 100}{p}$ .

---

*Пример.*

Студент прочитал в первый день 80 страниц учебника, что составило 16 % всей книги. Сколько страниц в учебнике?

$$\frac{80 \cdot 100}{16} = 500. \quad \text{Ответ: 500 страниц.}$$

Однако чтобы найти все число по его проценту, можно число процентов перевести в десятичную дробь, т.е. 16 % – это 0,16, и данное число разделить на полученную дробь:  $80 : 0,16 = 500$ .

---

**Правило** нахождения числа по его части: чтобы найти число по его части, нужно известное число разделить на часть, которую оно составляет.

---

*Пример.*

$$12 \text{ – это } \frac{3}{7} \text{ числа. Найти число.} \quad 12 : \frac{3}{7} = \frac{12 \cdot 7}{3} = 28.$$

---

- Сложный процент

Рассмотрим задачу: вы положили в банк 1400 \$ под 7 % годовых. Сколько будет на вашем счете через 2 года, если вы не снимали денег?

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно применить формулу сложного процента:  $A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ , где  $A_0$  – начальная сумма,  $A_n$  – сумма конечная, полученная через  $n$  лет,  $p$  – процент, который начисляет банк.

$$\text{Решим нашу задачу: } A_n = 1400 \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 = 1602,86.$$

Ответ: через 2 года на счете будет 1602,86 \$.

Формула сложного процента используется также в задачах на уценку товара (снижение цены товара на определенный процент), но тогда формула записывается иначе:  $A_n = A_0 \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$ .

#### 4. Деление числа на пропорциональные части

Разделим число 15 в отношении 2:3.  $\frac{15 \cdot 2}{2+3} = 6$ ;  $\frac{15 \cdot 3}{2+3} = 9$ . Двум частям числа 15 соответствует 6, трем – 9.

Чтобы разделить число пропорционально данным числам, нужно разделить это число на сумму данных чисел и результат умножить на каждое число отдельно.

#### Упражнения

1. Найти неизвестный член отношения:

а)  $\frac{x}{37} = 10$ ; б)  $\frac{24}{x} = 6$ ; в)  $\frac{2,7}{x} = 0,3$ ; г)  $\frac{x}{0,001} = 24$ .

2. Докажите, что если  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , то верны и пропорции:

а)  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ ;      в)  $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ ;      д)  $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ ;

б)  $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ;      г)  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ ;      е)  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$ .

3. Найдите неизвестный член пропорции:

$$\text{а) } \frac{7}{12} : \frac{3}{5} = x : \frac{1}{3}; \quad \text{в) } \frac{\left(4 - 3,5 \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right)\right) : 0,16}{x} = \frac{3\frac{2}{7} - \frac{3}{14} : \frac{1}{6}}{41\frac{23}{84} - 40\frac{49}{60}};$$

$$\text{б) } (0,7 \cdot x) : 1,5 = 0,35 : 0,3; \quad \text{г) } \frac{1,2 : 0,375 - 0,2}{6,16 : 15,4 + 0,8} = \frac{0,016 : 0,12 + 0,7}{x}.$$

4. Выразить проценты в виде дроби:

а) 3 %; б) 20 %; в) 54 %; г) 125 %; д) 7,5 %.

5. Выразить данные дроби в виде числа процентов:

а) 0,6; б) 2,32; в) 0,75; г) 1,35.

6. Найдите:

а) 4 % от 72; б) 5 % от 165; в) 120 % от 216; г) 1,6 % от 92.

7. Найдите число, если  $p$  % от этого числа равен  $a$ :

а)  $p=10$   $a=7$ ; б)  $p=25$   $a=20$ ; в)  $p=18$   $a=14,4$ ; г)  $p=7,8$   $a=3,9$ .

8. Сколько процентов составляет число  $a$  от  $m$ , если:

а)  $a=1$ ,  $m=4$ ; б)  $a=18$ ,  $m=36$ ; в)  $a=42$ ,  $m=60$ ?

9. В диктанте 150 слов. 6 % слов студент написал неправильно. Сколько слов студент написал правильно?

10. В группе 6 студентов из Африки, они составляют 75 % от числа студентов группы. Сколько студентов в группе?

11. За три года население города увеличилось с 2 000 000 до 2 315 250 человек. Найти средний годовой процент прироста населения.

12. К 119 г воды добавили 21 г соли. Сколько процентов соли в полученном растворе?

13. Свежие грибы содержат 90 % воды, а сухие – 12 %. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

14. Турист проехал расстояние между городами за 3 дня. В первый день он проехал  $\frac{1}{5}$  всего пути и еще 60 км, во второй –  $\frac{1}{4}$  всего пути и еще 20 км, а в третий день  $\frac{23}{80}$  всего пути и оставшиеся 25 км. Найти расстояние между городами.

15. Компаньоны (партнеры по бизнесу) разделили прибыль на две части в отношении 5:3 так, что одна часть больше  $\frac{5}{9}$  всей прибыли на 5 000. Найти величину каждой части.

16. Скорость первого автомобиля относится к скорости второго как 3:4. Автомобили выходят одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 420 км, и встречаются через 3 часа. Найти скорость первого автомобиля.

### Ответы

1. а) 370; б) 4; в) 9; г) 0,024.

3. а)  $\frac{35}{108}$ ; б) 25; в) 1; г)  $\frac{1}{3}$ .

4. а) 0,03; б) 0,2; в) 0,54; г) 1,25; д) 0,075.

5. а) 60 %; б) 232 %; в) 75 %; г) 135 %.

6. а) 2,88; б) 8,25; в) 259,2; г) 1,472.

7. а) 70; б) 80; в) 80; г) 50.

8. а) 25 %; б) 80 %; в) 70%.

9. 141 слово. 10. 8 студентов. 11. 5 %. 12. 15 %. 13. 2,5 кг. 14. 400 км.

15. 45 000, 27 000. 16. 60 км/ч.

## ЗАНЯТИЕ 8

### Иррациональные числа. Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль числа

#### 1. Иррациональные числа

Бесконечная десятичная периодическая дробь называется иррациональным числом. Например:  $0,2130854\dots$ ,  $p=3,1416\dots$  (число  $p$ ),  $e=2,7183\dots$  (число  $e$ ).

Множество иррациональных чисел обозначается  $I$ .

Множество всех рациональных и всех иррациональных чисел называется множеством действительных (вещественных) чисел и обозначается  $R$ , то есть  $R = Q \cup I$ .

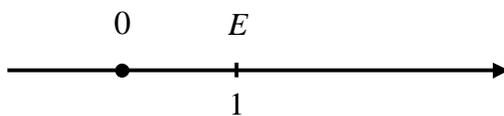
### Прочитайте текст

Архимед – великий математик и механик, который жил в 287–212 гг. до н.э. (до нашей эры). О нем известно больше, чем о других ученых древности. Прежде всего, достоверно известен год его смерти – год падения Сиракуз, когда ученый погиб от рук римского солдата. Архимед – автор многочисленных инженерных изобретений. Легенда гласит, что ученый соорудил систему блоков, с помощью которой один человек смог опустить на воду корабль «Сиракосия», и именно тогда Архимед произнес: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю». Широко известен и возглас Архимеда «Эврика!», он связан с историей о золотом венце царя Гиерона II. Чистоту состава венца Архимед проверял при помощи закона выталкивающей силы, открытого им.

Архимед много занимался проблемой квадратуры круга. Ученый вычислил отношение длины окружности к диаметру (число  $p$ ) и нашел, что оно заключено между  $3\frac{10}{71}$  и  $3\frac{1}{7}$ .

Число  $p=3,1416\dots$  – иррациональное. С помощью вычислительной техники установлено более 500 знаков после запятой.

### 2. Числовая прямая (ось)

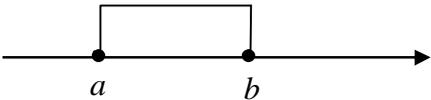
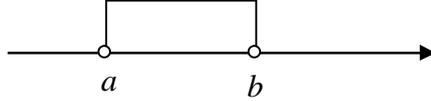
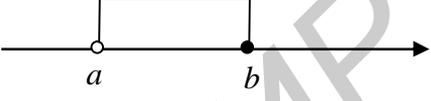
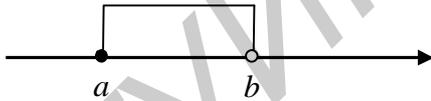
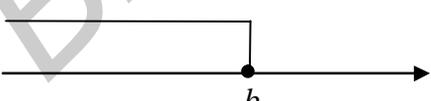
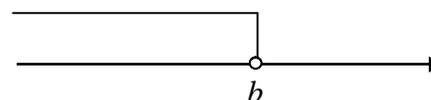


Рассмотрим прямую. Обозначим ее направление вправо знаком  $\longrightarrow$  и будем рассматривать это направление как положительное. Обозначим точку  $0$  – начало отсчета, а так же отрезок  $OE$  – единичный. Мы получили числовую ось. Каждая ее точка изображает действительное число.

### 3. Числовые промежутки

Введем обозначение **числовых промежутков** (табл. 2).

Таблица 2

| Обозначение   | Определение                     | Название     | Изображение  |
|---------------|---------------------------------|--------------|--|
| $[a;b]$       | $\{x \in R / a \leq x \leq b\}$ | отрезок      |    |
| $(a;b)$       | $\{x \in R / a < x < b\}$       | интервал     |    |
| $(a;b]$       | $\{x \in R / a < x \leq b\}$    | полуинтервал |    |
| $[a;b)$       | $\{x \in R / a \leq x < b\}$    |              |    |
| $[a;+\infty)$ | $\{x \in R / x \geq a\}$        | луч          |    |
| $(-\infty;b]$ | $\{x \in R / x \leq b\}$        |              |   |
| $(a;+\infty)$ | $\{x \in R / x > a\}$           | открытый луч |  |
| $(-\infty;b)$ | $\{x \in R / x < b\}$           |              |  |

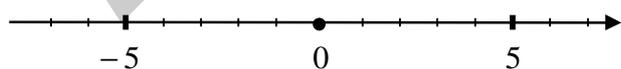
$+\infty$  – плюс бесконечность,  $-\infty$  – минус бесконечность.

Читаем так:  $(-\infty;b]$  – от минус бесконечности до  $b$  включительно.

#### 4. Числовая прямая

Рассмотрим два числа  $-5$  и  $5$  – это противоположные числа. Если  $a$  – любое число, то  $-a$  – ему противоположное.

Изобразим числа  $5$  и  $-5$  на числовой прямой.



Числа  $5$  и  $-5$  находятся на одинаковом расстоянии от  $0$ , но по разные стороны от него.

#### 5. Абсолютная величина числа

Абсолютная величина, или модуль числа  $a$  обозначается так:  $|a|$ .

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Расстояние от точки, которая изображает данное действительное число на координатной прямой (на числовой оси), до начала отсчета есть модуль действительного числа.

### Свойства модуля

$$1) |a| \geq 0 ;$$

$$6) |a| \geq a ;$$

$$2) |a \cdot b| = |a| \cdot |b| ;$$

$$7) |a+b| \leq |a|+|b| ;$$

$$3) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} ;$$

$$8) |a-b| \geq |a|-|b| ;$$

$$4) |a| = |-a| ;$$

$$9) \begin{cases} |x| \leq a \\ a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -a \leq x \leq a ;$$

$$5) |a^n| = |a|^n ;$$

$$10) \begin{cases} |x| \geq a \\ a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases} .$$

### 6. Действия с отрицательными числами и с числами противоположных знаков

Рассмотрим числа: 2; -4; 1,8; 5; 0; -10;  $-\frac{1}{2}$ ; 3,5; -0,25.

Числа 2; 1,8; 5; 3,5 – положительные.

Числа -4; -10;  $-\frac{1}{2}$ ; -0,25 – отрицательные.

$2 > 0$ ;  $1,8 > 0$ ;  $5 > 0$ ;  $3,5 > 0$  – положительные числа больше 0.

$-4 < 0$ ;  $-10 < 0$ ;  $-\frac{1}{2} < 0$ ;  $-0,25 < 0$  – отрицательные числа меньше 0.

0 – не положительное и не отрицательное число.

### Правила действий с отрицательными числами и числами противоположных знаков

1. Если  $a < 0$ ,  $b < 0$ , то  $a+b = -(|a|+|b|)$ .

2. Если  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $|a| > |b|$ , то  $a + b = +(|a| - |b|)$ .

3. Если  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $|a| < |b|$ , то  $a + b = -( |b| - |a| )$ .

4. Если  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $|a| = |b|$ , то  $a + b = 0$ .

5. Вычитание чисел  $a$  и  $b$  можно рассматривать как сложение чисел  $a$  и  $-b$ , т.е.  $a - b = a + (-b)$ .

6. Если  $a < 0$ ,  $b < 0$ , то  $a \cdot b = |a| \cdot |b|$ .

7. Если  $a < 0$ ,  $b > 0$  или  $a > 0$ ,  $b < 0$ , то  $a \cdot b = -|a| \cdot |b|$ .

8. Если  $a$  – любое число, то  $a \cdot 0 = 0$ .

9. Если  $a < 0$ ,  $b < 0$ , то  $a : b = |a| : |b|$ .

10. Если  $a < 0$ ,  $b > 0$  или  $a > 0$ ,  $b < 0$ , то  $a : b = -|a| : |b|$ .

### 7. Законы сложения

- $a + b = b + a$  (коммутативный закон);
- $(a + b) + c = a + (b + c)$  (ассоциативный закон).

### 8. Законы умножения

- $a \cdot b = b \cdot a$  (коммутативный закон);
- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$  (ассоциативный закон);
- $(a + b) \cdot c = ac + bc$  (дистрибутивный закон).

### Упражнения

1. Запишите числа: минус три, ноль целых двадцать три тысячных, минус одна седьмая, минус три пятых, две целых восемь сотых, минус триста пять.

2. Назовите отрицательные числа:  $0,2$ ;  $4,85$ ;  $-3$ ;  $-\frac{1}{5}$ ;  $0$ ;  $8,2$ ;  $\frac{35}{41}$ ;  $-2$ .

3. Для каких чисел справедливо соотношение:

- |                   |                   |                    |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| а) $ x  = 0$ ;    | г) $ x  \geq 0$ ; | ж) $ x  \leq -2$ ; |
| б) $ x  < 0$ ;    | д) $ x  > 0$ ;    | з) $ x  \geq -2$ ; |
| в) $ x  \leq 0$ ; | е) $ x  = -2$ ;   | и) $ x  > -2$ ?    |

4. Укажите на числовой прямой множество таких точек, для которых справедливо соотношение:

- а)  $|x|=5$ ;                      в)  $|x|\leq 5$ ;                      д)  $|x|\geq 5$ .  
б)  $|x|<5$ ;                      г)  $|x|>5$ ;

5. Изобразите на числовой прямой числовые промежутки:

- а)  $[2;5)$ ;                      в)  $[-1;2]$ ;                      д)  $(-2;-1)$ .  
б)  $(-\infty;3)$ ;                      г)  $[0;+\infty)$ ;

Запишите данные числовые промежутки в виде неравенств.

6. Запишите с помощью цифр и выполните действия:

- а) найти сумму чисел минус четыре и минус семь;  
б) найдите разность минус двенадцати и минус шести;  
в) найдите произведение минус четырех и тринадцати;  
г) найдите произведение трех восьмых и минус семи пятнадцатых;  
д) найдите частное минус семи двадцатых и трех четвертых;  
е) найдите частное минус восьми десятых и минус двух десятых.

## ЗАНЯТИЕ 9

### Степень с натуральным и целым показателем. Извлечение корня из рационального числа. Степень с рациональным показателем

#### 1. Степень с натуральным показателем

Рассмотрим умножение одинаковых чисел, например:  $2 \cdot 2 \cdot 2$ . Произведение  $2 \cdot 2 \cdot 2$  можно записать так:  $2^3$ . Выражение  $2^3$  (два в третьей степени, или два в кубе) – это степень. Следовательно,  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ .

**Определение.**  $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ , где  $a \in R$ ,  $n \in N$  называют степенью с натуральным показателем,  $a$  – основание степени,  $n$  – показатель,  $a^n$  – это степень.

Читаем степени так:

$a^2$  – « $a$  во второй степени» или « $a$  в квадрате»;

$a^3$  – « $a$  в третьей степени» или « $a$  в кубе»;

$a^4$  – « $a$  в четвертой степени»;

$a^n$  – « $a$  в  $n$ -ой степени» или « $a$  в степени  $n$ ».

**Определение.**  $a^0 = 1$ ;  $a \neq 0$ .

## 2. Свойства степени с натуральным показателем

1)  $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$ ;

2)  $(a^n)^m = a^{mn}$ ;

3)  $a^n : a^m = a^{n-m}$  ( $n > m$ );

4)  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ;

5)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  ( $b \neq 0$ ).

## 3. Возведение в степень отрицательного числа

Пусть  $a > 0$  ( $a$  – положительное число), тогда  $-a < 0$  ( $-a$  – отрицательное число):

$$|-a| = |a| = a;$$

$$(-a)^{2n} = \underbrace{(-a) \cdot (-a) \cdot \dots \cdot (-a)}_{2n} = (-a)^{2n} = (-1)^{2n} a^{2n} = a^{2n};$$

$$(-a)^{2n+1} = \underbrace{(-a) \cdot (-a) \cdot \dots \cdot (-a)}_{2n+1} = (-a)^{2n+1} = (-1)^{2n+1} a^{2n+1} = -a^{2n+1}.$$

Следовательно, четная степень отрицательного числа равна положительному числу, а нечетная степень отрицательного числа равна отрицательному числу.

---

*Пример.*

$$(-2)^6 = 64, \quad (-5)^3 = -125.$$

---

#### 4. Степень с целым показателем

Рассмотрим степени числа 10: 10 000; 1 000; 100; 10, или  $10^4$ ;  $10^3$ ;  $10^2$ ;  $10^1$ . Каждое следующее число меньше предыдущего в 10 раз.  $10^0 = 1$  – в 10 раз меньше  $10^1$ ;  $10^{-1} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$ ;  $10^{-2} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} \dots$

**Определение.** Степенью с отрицательным показателем называется число  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , где  $a \in R$ ,  $a \neq 0$ ,  $n \in N$ .

Свойства степени с целым показателем такие же, как свойства степени с натуральным показателем.

#### 5. Квадратный корень. Арифметический квадратный корень

Пусть  $a^2 = 36$ . Ответим на вопрос, какие числа в квадрате дают результат 36? Таких чисел два: 6 и – 6. Их называют квадратными корнями числа 36. Нахождение квадратных корней – операция, обратная возведению в квадрат.

**Определение.** Квадратным корнем из числа  $a$  называется такое число  $b$ , квадрат которого равен числу  $a$ , то есть  $b^2 = a$ .

Если  $a=0$ , то квадратный корень равен 0. Если  $a < 0$ , то квадратный корень не существует.

**Определение.** Арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа  $a$  ( $a \geq 0$ ) называется его неотрицательный квадратный корень.

Обозначается арифметический квадратный корень так:  $\sqrt{\quad}$  – знак радикала.

Выражение  $\sqrt{a}$  может быть записано в виде  $\sqrt[2]{a}$  (корень второй степени).

#### 6. Корень $n$ -й степени. Арифметический корень $n$ -й степени

Рассмотрим пример:  $2^4 = 16$ . 2 – основание степени, 4 – показатель степени, 16 – степень. Число 2 можно назвать так: корень четвертой степени из числа 16. Это арифметический корень. Записывают так:  $\sqrt[4]{16} = 2$ .

**Определение.** Корнем  $n$ -й степени ( $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ ) из действительного числа  $a$  называется такое действительное число  $b$ ,  $n$ -я степень которого равна  $a$ , то есть  $b^n = a$ .

**Определение.** Арифметическим корнем  $n$ -й степени ( $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ ) неотрицательного числа  $a$  ( $a \geq 0$ ) называется неотрицательное число  $b$  ( $b \geq 0$ ),  $n$ -я степень которого равна  $a$ .

Обозначается так:  $\sqrt[n]{a}$  (читаем: корень  $n$ -й степени из числа  $a$ ), где  $a$  называют подкоренным выражением,  $n$  – показатель корня ( $n \neq 1$ ).

---

*Пример.*

$$\sqrt[5]{32} = 2, \sqrt[3]{27} = 3.$$

---

Читаем корни так:

$\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$  – квадратный корень из  $a$ ;

$\sqrt[3]{a}$  – кубический корень из  $a$ ;

$\sqrt[4]{a}$  – корень четвертой степени из  $a$ ;

$\sqrt[5]{3}$  – корень пятой степени из трех;

$\sqrt[10]{11}$  – корень десятой степени из одиннадцати.

Числа  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[5]{8}$  – иррациональные.

### Свойства арифметического корня $n$ -й степени

1)  $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$ ;

6)  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ ;

2)  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ ;

7)  $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ;

3)  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ;

8)  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$ ;

4)  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m \cdot b^n}$ ;

9)  $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$ , ( $a \in \mathbb{R}$ ).

5)  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[nm]{\frac{a^m}{b^n}}$ ;

Свойства 1–8 справедливы для  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  (во 2-м и 5-м для  $b > 0$ );  $m$  и  $n \in \mathbb{N}$ ,  $m \geq 2$ ,  $n \geq 2$ .

## 7. Вынесение множителя из-под знака корня

*Пример.*

Вынести множитель из-под знака корня числа  $\sqrt{50}$ .

Разложим число 50 на множители так, чтобы из одного из них извлекался квадратный корень, то есть  $50 = 25 \cdot 2$ . Запишем пример так:  
$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$$

Следовательно, чтобы вынести множитель из-под знака корня любой степени, нужно разложить подкоренное выражение на множители так, чтобы из одного множителя извлекался корень соответствующей степени, затем вынести этот множитель за знак корня.

## 8. Внесение множителя под знак корня

*Пример.*

Внести множитель под знак корня числа  $3\sqrt[4]{3}$ .

Возведем множитель, который стоит перед корнем в четвертую степень, внесем под корень и умножим на подкоренное выражение:  $3\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 3} = \sqrt[4]{243}$ .

Следовательно, чтобы внести множитель под знак корня любой степени, нужно этот множитель возвести в степень корня, внести под корень и умножить на подкоренное выражение.

## 9. Степень с рациональным показателем и ее свойства

**Определение.** Степенью с рациональным показателем называется число  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ , где  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

*Пример.*

$$3^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[4]{27}.$$

## Свойства степени с рациональным показателем

$$\begin{array}{lll} 1) a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{mk}{nk}}; & 4) a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{m}} = (a^m b^n)^{\frac{1}{mn}}; & 7) \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{mn}}; \\ 2) a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}}; & 5) \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{m}}} = \left(\frac{a^m}{b^n}\right)^{\frac{1}{nm}}; & 8) \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a; \\ 3) \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}; & 6) \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}; & 9) \left(a^{2n}\right)^{\frac{1}{2n}} = |a|. \end{array}$$

### Упражнения

1. Запишите с помощью цифр: а) три в пятой степени; б) пять в четвертой степени; в) ноль целых одна десятая в квадрате; г) пять в минус второй; д) кубический корень из шестидесяти четырех; е) квадратный корень из четырехсот; ж) два в минус третьей; з) корень пятой степени из двух в четвертой.

2. Выполните действия:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } (-2)^3; & \text{е) } 12^2; & \text{л) } (0,2)^4; & \text{р) } \sqrt[6]{64}; \quad \text{х) } \sqrt[5]{1}. \\ \text{б) } 15^2; & \text{ж) } \left(-\frac{2}{3}\right)^4; & \text{м) } (-0,7)^3; & \text{с) } \sqrt{0,04}; \\ \text{в) } (-3)^4; & \text{з) } 0^{12}; & \text{н) } (-11)^2; & \text{т) } \sqrt[3]{0,001}; \\ \text{г) } (-4)^2; & \text{и) } (-1)^{26}; & \text{о) } \sqrt{81}; & \text{у) } \sqrt[3]{0,008}; \\ \text{д) } (-3)^5; & \text{к) } (-1)^{17}; & \text{п) } \sqrt[3]{27}; & \text{ф) } \sqrt[4]{625}; \end{array}$$

3. Вынести из-под знака корня:

$$\sqrt{27}; \sqrt[3]{54}; \sqrt[4]{32}; \sqrt[4]{162}; \sqrt{a^2 b^3}; \sqrt[4]{ab^8}; \sqrt[5]{a^{10} b^6}; \sqrt[3]{-8a^6 b^3}.$$

4. Внести под знак корня:  $-2\sqrt{3b}$ ;  $5\sqrt[3]{2}$ ;  $a\sqrt{ab^2}$ ;  $a^3\sqrt{a^2 b^4}$ .

5. Вычислить значение выражения:

$$\text{а) } \frac{2^{-2} + 5^0}{(0,5)^2 - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75;$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt[4]{7^3 \sqrt{54}} + 15^3 \sqrt{128}}{\sqrt[3]{4^4 \sqrt{32}} + \sqrt[3]{9^4 \sqrt{162}}};$$

$$\text{б) } \frac{(0,6)^0 - (0,1)^{-1}}{(3:2^3)^{-1} \cdot (1,5)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}};$$

$$\text{г) } \frac{15^3 \sqrt[4]{4^3 \sqrt{192}} + 21^3 \sqrt[3]{18^3 \sqrt{81}}}{\sqrt[3]{12^3 \sqrt{24}} + 6^3 \sqrt[3]{375}}.$$

### Ответы

2. а) -8; б) 225; в) 81; г) 16; д) -243; е) 144; ж)  $\frac{16}{81}$ ; з) 0; и) 1; к) -1;

л) 0,0016; м) -0,343; н) 121; о) 9; п) 3; р) 2; с) 0,2; т) 0,1; у) 0,2; ф) 5; х) 1.

3.  $3\sqrt{3}$ ;  $3^3\sqrt{2}$ ;  $2^4\sqrt{2}$ ;  $3^4\sqrt{2}$ ;  $|a|b\sqrt{b}$ ;  $b^2\sqrt[4]{a}$ ;  $a^2b^5\sqrt{b}$ ;  $-2a^2b$ .

4.  $-\sqrt{12b}$ ;  $\sqrt[3]{250}$ ;  $\sqrt{a^3b^2}$ ;  $\sqrt{a^8b^4}$ , если  $a \geq 0$  и  $-\sqrt{a^8b^4}$ , если  $a < 0$ .

5. а) 5; б) -1,5; в) 0,6; г)  $\frac{31}{3}$ .

## СЛОВАРЬ

| Русский                                       | Английский                            | Французский                               |
|---|---------------------------------------|---|
| <b>А</b>                                      |                                       |   |
| Абсолютный                                    | absolute                              | absolu                                    |
| Абсолютная величина                           | absolute value                        | valeur absolue                            |
| Алгебраический<br>(алгебраическая сумма)      | algebraic                             | algébrique                                |
| Аргумент                                      | argument                              | argument                                  |
| Ассоциативный закон                           | associative law                       | loi associative                           |
| <b>Б</b>                                      |                                       |   |
| Бесконечная периодическая<br>десятичная дробь | infinite periodic decimal<br>fraction | fraction décimale<br>illimitée périodique |
| Бесконечно много                              | infinitely much                       | infiniment beaucoup                       |
| Бесконечное множество                         | infinite set                          | ensemble infini                           |
| Больше (чем что?)                             | bigger than                           | plus grand que                            |
| Больше в 2 раза                               | twice greater                         | deux fois plus grand                      |
| Больше на 2                                   | greater by 2                          | plus grand de 2                           |
| <b>В</b>                                      |                                       |   |
| Величина                                      | value                                 | valeur                                    |
| Величина дроби                                | value of a fraction                   | valeur d`une fraction                     |
| Верное равенство                              | true equality                         | égalité juste                             |
| Взаимно простые числа                         | relatively prime numbers              | nombres premiers entre<br>eux             |
| Взаимно уничтожать                            | to mutually eliminate                 | s`annuler                                 |
| Влево   | to the left                           | à gauche                                  |
| Возведение в степень                          | raising into a power                  | élévation à une puissance                 |
| Возводить                                     | to raise                              | élever                                    |

|                          |                         |                         |
|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Возможный                | possible                | possible                |
| Взять                    | to take                 | prendre                 |
| Вправо                   | to the right            | à droite                |
| Выполнять                | to carry out            | effectuer               |
| Выражение                | expression              | expression              |
| Выражение алгебраическое | algebraic expression    | expression algébrique   |
| Выражение арифметическое | arithmetical expression | expression arithmétique |
| Вычислять                | to calculate            | calculer                |
| Вычитание                | subtraction             | soustraction            |
| Вычитать                 | to subtract             | soustraire              |
| <b>Г</b>                 |                         |                         |
| Гипербола                | hyperbola               | hyperbole               |
| График                   | graph                   | graphique               |
| Группировать (члены)     | to group terms          | grouper des termes      |
| <b>Д</b>                 |                         |                         |
| Двучлен                  | binomial                | binôme                  |
| Действие                 | operation               | opération               |
| Действительное число     | real number             | nombre réel             |
| Деление                  | division                | division                |
| Деление приближенное     | approximate division    | division approchée      |
| Делимое                  | dividend                | dividende               |
| Делимость чисел          | divisibility of numbers | divisibilité de nombres |
| Делитель                 | divisor                 | diviseur                |
| Делить / разделить       | to divide               | diviser                 |
| Делиться (на что)?       | to be divisible by...   | être divisible par...   |
| Дистрибутивный закон     | distributive law        | loi distributive        |
| Длина                    | length                  | longueur                |
| Длина отрезка            | length of a segment     | longueur du segment     |
| Добавлять                | to supplement           | ajouter                 |

|                                      |                                   |  |
|--------------------------------------|-----------------------------------|--|
| Доказывать                           | to prove                          | prouver / démontrer                    |
| Дополнять                            | to complement                     | ajouter / compléter                    |
| Дробный                              | fractional                        | fractionnaire                          |
| Дробь                                | fraction                          | fraction                               |
| Дробь десятичная                     | decimal fraction                  | fraction décimale                      |
| Дробь непериодическая                | aperiodical fraction              | fraction apériodique                   |
| Дробь неправильная                   | improper fraction                 | fraction irrégulière                   |
| Дробь несократимая                   | irreducible fraction              | fraction irréductible                  |
| Дробь обыкновенная                   | ordinary fraction                 | fraction ordinaire                     |
| Дробь правильная                     | proper fraction                   | fraction régulière                     |
| Дробь смешанная                      | mixed fraction                    | fraction mixte                         |
| Другой                               | other / another                   | autre                                  |
| <b>З</b>                             |                                   |  |
| Зависимость                          | dependence                        | dépendance                             |
| Зависимость обратно пропорциональная | inversely proportional dependence | dépendance inversement proportionnelle |
| Зависимость прямо пропорциональная   | directly proportional dependence  | dépendance directement proportionnelle |
| Зависимость функциональная           | functional dependence             | dépendance fonctionnelle               |
| Задача                               | problem                           | problème                               |
| Закон                                | law                               | loi                                    |
| Закон коммутативный                  | law of transference               | loi de déplacement                     |
| Закон дистрибутивный                 | distributive law                  | loi distributive                       |
| Закон ассоциативный                  | associative law                   | loi combinée                           |
| Замена                               | substitution                      | remplacement                           |
| Заменять                             | to substitute / to replace        | remplacer                              |
| Запятая                              | comma                             | virgule                                |

|                                   |                       |                                     |
|-----------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|
| Знаменатель                       | denominator           | dénominateur                        |
| Значение выражения<br>(численное) | value of expression   | valeur numérique de<br>l'expression |
| Значение корня                    | value of a root       | valeur de la racine                 |
| Значение неизвестного             | value of unknown      | valeur d'inconnu                    |
| <b>И</b>                          |                       |                                     |
| Известный                         | known                 | connu                               |
| Извлечение корня                  | extraction of a root  | extraction de la racine             |
| Изменяться /измениться            | to change             | changer                             |
| Изображать                        | to represent          | tracer                              |
| Иметь                             | to have               | avoir                               |
| Иррациональное число              | irrational number     | nombre irrationnel                  |
| Искомый                           | unknown quantity      | inconnu                             |
| Использовать                      | to use                | employer / utiliser                 |
| И так далее                       | and so on / et cetera | et cetera (etc.)                    |
| <b>К</b>                          |                       |                                     |
| Квадрат ( $a^2$ )                 | square                | carré                               |
| Квадратные скобки                 | square brackets       | crochets                            |
| Количество                        | amount / quantity     | quantité                            |
| Конечное множество                | finite set            | ensemble fini                       |
| Координатная плоскость            | co- ordinate plane    | plan de coordonnées                 |
| Координаты                        | co-ordinates          | coordonnées                         |
| Корень                            | root                  | racine                              |
| Корень алгебраический             | algebraic root        | racine algébrique                   |
| Корень арифметический             | arithmetical root     | racine arithmétique                 |
| Корень квадратный                 | square root           | racine carrée                       |
| Корень кубический                 | cube root             | racine cubique                      |
| Корень уравнения                  | root of an equation   | racine de l'équation                |

|                                 |                                 |                                      |
|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| Который                         | which                           | qui                                  |
| Коэффициент                     | coefficient                     | coefficient                          |
| Крайний член пропорции          | extreme term of a proportion    | terme extrême d'une proportion       |
| Кратное                         | multiple                        | multiple                             |
| Круглые скобки                  | brackets                        | parenthèses                          |
| Куб ( $a^3$ )                   | cube                            | cube                                 |
| <b>Л</b>                        |                                 |                                      |
| Левый                           | left                            | gauche                               |
| Линия                           | line                            | ligne                                |
| Любой                           | any                             | n'importe lequel                     |
| <b>М</b>                        |                                 |                                      |
| Меньше (чем что?)               | smaller than...                 | moindre que                          |
| Меньше в 5 раз                  | five times smaller              | cinq fois plus petit                 |
| Меньше на 5                     | smaller by 5                    | plus petit de 5                      |
| Многочлен                       | polynomial                      | polynôme                             |
| Множитель                       | multiplier                      | multiplicateur                       |
| Множитель дополнительный        | complementary multiplier        | multiplicateur complémentaire        |
| Множитель общий                 | common multiplier               | facteur commun                       |
| Множитель простой               | simple multiplier               | facteur premier                      |
| Модуль                          | module                          | module                               |
| <b>Н</b>                        |                                 |                                      |
| Называться                      | to be called                    | se nommer                            |
| Наибольший общий делитель (НОД) | the highest common factor (HCF) | le plus grand diviseur commun (PGCD) |

|                                    |                              |                                      |
|------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|
| Наименьшее общее кратное (НОК)     | least common multiple (LCM)  | le plus petit multiple commun (PPCM) |
| Наименьший общий знаменатель (НОЗ) | the least common denominator | le plus petit dénominateur commun    |
| Находить                           | to find                      | trouver                              |
| Направление                        | direction                    | direction                            |
| Направо                            | to the right                 | à droite                             |
| Натуральное число                  | natural number               | nombre naturel                       |
| Натуральный ряд чисел              | natural series of numbers    | nombres naturels                     |
| Начало отсчета                     | reference point              | point de référence                   |
| Начальная точка                    | fixed point                  | point initial                        |
| Неизвестное                        | unknown quantity             | inconnue                             |
| Нельзя                             | one may not                  | on ne peut pas                       |
| Неравенство                        | inequality                   | inégalité                            |
| Нечетное число                     | odd number                   | nombre impair                        |
| Нужно                              | it is necessary              | il faut                              |
| <b>О</b>                           |                              |                                      |
| Обозначать                         | to mark / to designate       | marquer / désigner                   |
| Обозначение                        | designation                  | désignation                          |
| Обратный                           | inverse                      | inverse                              |
| Обращать                           | to convert                   | convertir                            |
| Общий                              | common                       | commun                               |
| Объединение                        | union                        | union                                |
| Одинаковый                         | identical                    | identique                            |
| Одноименный                        | of the same name             | homonyme                             |
| Одночлен                           | monomial                     | monôme                               |
| Определение                        | definition                   | définition                           |
| Определять                         | to define / to determine     | définir / déterminer                 |

|                               |  |  |
|-------------------------------|--|--|
| Ордината                      | ordinate                                   | ordonnée                                 |
| Оси координат                 | coordinate axis                            | axe des coordonnées                      |
| Основание степени             | base of power                              | base de la puissance                     |
| Основной                      | basic / fundamental                        | fondamental / principal                  |
| Остаток                       | remainder                                  | reste                                    |
| Ось                           | axis                                       | axe                                      |
| Ось абсцисс                   | axis of abscissas / x-axis                 | axe des abscisses                        |
| Ось ординат                   | axis of ordinates / y- axis                | axe des ordonnées                        |
| От ...                        | of   | de                                       |
| Отбрасывать                   | to throw away                              | rejeter                                  |
| Отделять                      | to separate / to set apart                 | séparer                                  |
| Отношение                     | ratio                                      | rapport                                  |
| Отрезок                       | segment                                    | segment                                  |
| Отрицательное число           | negative number                            | nombre negatif                           |
| <b>П</b>                      |  |  |
| Парабола                      | parabola                                   | parabole                                 |
| Переносить                    | to transport                               | déplacer                                 |
| Пересекаться                  | to intersect                               | se couper / se croiser                   |
| Пересечение                   | intersection                               | croisement / intersection                |
| Переставлять                  | to transpose                               | transposer                               |
| Перестановка членов пропорции | transposition of the terms of a proportion | transposition de termes d`une proportion |
| Периодический                 | periodical                                 | périodique                               |
| Перпендикуляр                 | perpendicular                              | perpendiculaire                          |
| По ...(формуле)               | by / according to                          | sur / selon                              |
| Подкоренное число             | radicand                                   | radicande                                |
| Подмножество                  | subset                                     | sous-ensemble                            |
| Подставлять                   | to substitute                              | substituer                               |

|  |  |   |
|--|--|---|
| Подстановка  | substitution   | substitution  |
| Показатель корня   | index of a root  | degré de la racine  |
| Показатель степени                                       | exponent   | exposant d'une puissance  |
| Показывать   | to show  | indiquer  |
| Положительное число                                      | positive number  | nombre positif  |
| Получать   | to obtain  | obtenir   |
| Помощь   | help   | secours   |
| Порядок действий   | order of operations  | ordre d'opérations  |
| После (после запятой)                                    | after (a comma)  | après   |
| Последовательно  | step by step / orderly                                       | successivement  |
| Последний  | last   | dernier   |
| Поэтому  | that is why  | c'est pourquoi  |
| Правило  | rule   | règle   |
| Правый   | right  | droite  |
| Представлять   | to present / to represent                                    | représenter / présenter   |
| Преобразование   | transformation   | transformation  |
| Прибавлять / складывать                                  | to add   | ajouter / additionner   |
| Приведение дробей к НОЗ (наименьшему общему знаменателю) | reduction of fractions to the least common denominator (LCD) | réduction de fractions au plus petit dénominateur commun (PPDC) |
| Приводить подобные члены                                 | to reduce similar terms                                      | réduire les monômes semblables                                  |
| Признаки делимости чисел                                 | indications of divisibility of numbers                       | caractères de divisibilité de nombres                           |
| Применять  | to apply   | appliquer   |
| Пример   | example  | exemple   |
| Принадлежать   | to belong  | appartenir  |
| Проверять  | to verify  | vérifier  |

|                        |                    |                        |
|------------------------|--------------------|------------------------|
| Произведение           | product            | produit                |
| Произведение удвоенное | doubled product    | produit double         |
| Произведение утроенное | trebled product    | produit triple         |
| Произведение чисел     | product of numbers | produit de nombres     |
| Произвольный (любой)   | any / arbitrary    | arbitraire             |
| Пропорция              | proportion         | proportion             |
| Простое число          | prime number       | nombre premier         |
| Противоположный        | opposite           | opposé                 |
| Процент                | percent            | pour-cent              |
| Процентное отношение   | percentage ratio   | rapport en pourcentage |
| Прямая линия           | straight line      | ligne droite           |
| Путь / расстояние      | distance           | distance / chemin      |

## **Р**

|                         |                          |                           |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| Равенство               | equality                 | égalité                   |
| Равно (равен)           | equal                    | égal                      |
| Раз                     | time                     | fois                      |
| Различный               | different                | différent                 |
| Разложение на множители | expansion to multipliers | décomposition en facteurs |
| Разность                | difference               | différence                |
| Разность чисел          | difference of numbers    | différence de nombres     |
| Рассматривать           | to examine / consider    | examiner                  |
| Рациональное число      | rational number          | nombre rationnel          |
| Результат               | result                   | résultat                  |
| Решение                 | solution                 | solution                  |

## **С**

|          |          |           |
|----------|----------|-----------|
| Свойство | property | propriété |
| Символ   | symbol   | symbole   |

|                        |                           |                               |
|------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| Симметричный           | symmetric                 | symétrique                    |
| Симметрия              | symmetry                  | symétrie                      |
| Система координат      | system of co-ordinates    | système des coordonnées       |
| Система уравнений      | system of equations       | système des équations         |
| Скобка                 | bracket                   | parenthèse                    |
| Слагаемое              | item                      | terme d`une addition          |
| Слева                  | to the left               | à gauche de                   |
| Следовательно          | therefore                 | par conséquent                |
| Сложение               | addition                  | addition                      |
| Случай                 | case                      | cas                           |
| Содержать              | to contain                | contenir                      |
| Соединять              | to join / to connect      | lier / relier / unir / réunir |
| Сокращать              | to simplify               | simplifier                    |
| Сокращение             | simplification            | simplification                |
| Сомножитель            | factor                    | facteur                       |
| Соответствующий        | corresponding             | correspondant à qch           |
| Сопоставлять           | to compare                | comparer                      |
| Составлять             | to compose                | composer                      |
| Составное число        | composite number          | nombre composé                |
| Сочетания              | combinations              | combinaison                   |
| Способ (метод)         | way / mode                | méthode                       |
| Сравнение              | comparison                | comparaison                   |
| Сравнение чисел        | comparison of numbers     | comparaison de nombres        |
| Сравнивать             | to compare                | comparer                      |
| Средний член пропорции | mean term of a proportion | terme moyen d`une proportion  |
| Степень                | power                     | degré / puissance             |
| Степень корня          | root power                | puissance de la racine        |

|                    |                    |                      |
|--------------------|--------------------|----------------------|
| Степень уравнения  | power of equation  | degré d`une équation |
| Сумма              | sum                | somme                |
| Сумма чисел        | the sum of numbers | somme de nombres     |
| <b>Т</b>           |                    |                      |
| Так                | like this          | ainsi                |
| Так как            | as / since         | puisque /vu que      |
| Теорема            | theorem            | théorème             |
| Тогда              | then               | alors                |
| То есть            | that is to say     | c`est-à-dire         |
| Тождество          | identity           | identité             |
| Тот / та / то / те | that / those       | ce / cette / ces     |
| Точка              | point              | point                |
| Точный             | exact              | exact                |
| Треугольник        | triangle           | triangle             |
| Трехчлен           | trinomial          | trinôme              |
| <b>У</b>           |                    |                      |
| Увеличивать        | to increase        | augmenter            |
| Угол               | angle              | angle                |
| Уменьшаемое        | minuend            | le plus grand nombre |
| Уменьшать          | to decrease        | diminuer             |
| Умножение          | multiplication     | multiplication       |
| Умножить           | to multiply        | multiplier           |
| Упрощать           | to simplify        | simplifier           |
| Уравнение          | equation           | équation             |
| Условие            | condition          | condition            |
| <b>Ф</b>           |                    |                      |
| Фигурные скобки    | figurate brackets  | accolades            |
| Формула            | formula            | formule              |

|                    |                        |                           |
|--------------------|------------------------|---------------------------|
| Формулировать      | to formulate           | formuler                  |
| Функция            | function               | fonction                  |
| Функция линейная   | linear function        | fonction linéaire         |
| Функция квадратная | quadratic function     | fonction carrée           |
| <b>Ц</b>           |                        |                           |
| Целое число        | whole number           | nombre entier             |
| Цифра              | figure                 | chiffre                   |
| <b>Ч</b>           |                        |                           |
| Часть              | part                   | partie                    |
| Часть левая        | left part              | partie de gauche          |
| Часть правая       | right part             | partie de droite          |
| Часть числа        | part of a number       | partie du nombre          |
| Частное            | quotient               | quotient                  |
| Чем                | than                   | que                       |
| Черта дроби        | line of fraction       | trait / ligne de fraction |
| Числитель          | numerator              | numérateur                |
| Число              | number                 | nombre                    |
| Числовое выражение | numerical expression   | expression numérique      |
| Число двузначное   | two-digit number       | nombre à deux chiffres    |
| Число однозначное  | simple number          | à un chiffre              |
| Число смешанное    | mixed number           | nombre mixte              |
| Число сопряженное  | conjugate number       | nombre conjugué           |
| Член               | term / member          | membre                    |
| Член неизвестный   | unknown member         | le terme inconnu          |
| Член отношения     | term of the ratio      | terme du rapport          |
| Член пропорции     | term of the proportion | terme du proportion       |
| Член свободный     | free term              | membre libre              |
| Чтобы              | in order to            | pour                      |

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| <b>Занятие 1. Натуральные числа. Арифметические действия</b> .....                                       | 3  |
| 1. Натуральные числа .....   | 3  |
| 2. Арифметические действия .....   | 4  |
| Упражнения .....   | 5  |
| <b>Занятие 2. Сравнение чисел</b> .....  | 5  |
| 1. Два числа можно сравнить .....  | 5  |
| 2. На сколько больше? На сколько меньше?.....  | 6  |
| 3. Во сколько раз?.....  | 6  |
| Упражнения .....   | 6  |
| <b>Занятие 3. Делимость чисел</b> .....  | 7  |
| 1. Компоненты деления .....  | 7  |
| 2. Признаки делимости чисел .....  | 8  |
| 3. Простые и составные числа.....  | 9  |
| 4. Разложение чисел на простые множители .....   | 9  |
| 5. Наибольший общий делитель .....   | 9  |
| 6. Наименьшее общее кратное .....  | 9  |
| 7. Взаимно простые числа .....   | 10 |
| Упражнения .....   | 10 |
| <b>Занятие 4. Целые числа. Рациональные числа</b> .....  | 11 |
| 1. Натуральные числа .....   | 11 |
| 2. Рациональные числа .....  | 11 |
| 3. Обыкновенные дроби .....  | 12 |
| 4. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа .....  | 13 |
| Упражнения .....   | 14 |
| <b>Занятие 5. Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Действия<br/>с обыкновенными дробями</b> ..... | 14 |
| 1. Основное свойство дроби.....  | 14 |

|  |           |
|--|-----------|
| 2. Сокращение дробей .....   | 14        |
| 3. Нахождение общего знаменателя дробей .....  | 15        |
| 4. Сравнение дробей.....   | 15        |
| 5. Сложение и вычитание дробей .....   | 16        |
| 6. Умножение и деление обыкновенных дробей .....   | 16        |
| 7. Порядок математических действий.....  | 17        |
| Упражнения .....   | 17        |
| <b>Занятие 6. Десятичные дроби .....</b>   | <b>18</b> |
| 1. Десятичные дроби .....  | 18        |
| 2. Сложение и вычитание десятичных дробей.....   | 19        |
| 3. Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100... ..  | 19        |
| 4. Умножение и деление десятичных дробей .....   | 19        |
| 5. Обращение десятичной дроби в обыкновенную.....  | 20        |
| 6. Обращение обыкновенной дроби в десятичную.....  | 20        |
| 7. Обращение периодической дроби в обыкновенную.....   | 21        |
| Упражнения .....   | 21        |
| <b>Занятие 7. Отношение. Пропорция. Проценты.....</b>  | <b>22</b> |
| 1. Отношение .....   | 22        |
| 2. Пропорция. Свойства пропорции .....   | 23        |
| 3. Проценты .....  | 24        |
| 4. Деление числа на пропорциональные части .....   | 26        |
| Упражнения .....   | 26        |
| <b>Занятие 8. Иррациональные числа. Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль числа .....</b> | <b>28</b> |
| 1. Иррациональные числа.....   | 28        |
| 2. Числовая прямая (ось) .....   | 29        |
| 3. Числовые промежутки.....  | 29        |
| 4. Числовая прямая .....   | 30        |
| 5. Абсолютная величина числа .....   | 30        |

|   |    |
|---|----|
| 6. Действия с отрицательными числами и с числами<br>противоположных знаков..... | 31 |
| 7. Законы сложения .....  | 32 |
| 8. Законы умножения.....  | 32 |
| Упражнения .....  | 32 |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Занятие 9. Степень с натуральным и целым показателем. Извлечение<br/>корня из рационального числа. Степень с рациональным показателем...</b> | <b>33</b> |
| 1. Степень с натуральным показателем.....   | 33        |
| 2. Свойства степени с натуральным показателем.....  | 34        |
| 3. Возведение в степень отрицательного числа .....  | 34        |
| 4. Степень с целым показателем.....   | 35        |
| 5. Квадратный корень. Арифметический квадратный корень .....  | 35        |
| 6. Корень $n$ -й степени. Арифметический корень $n$ -й степени.....   | 35        |
| 7. Вынесение множителя из-под знака корня .....   | 37        |
| 8. Внесение множителя под знак корня.....   | 37        |
| 9. Степень с рациональным показателем и ее свойства .....   | 37        |
| Упражнения .....  | 38        |
| <b>Словарь .....</b>  | <b>40</b> |

Учебное издание

**Бурлуцкая Ирина Михайловна**

## **МАТЕМАТИКА**

Пособие для иностранных слушателей  
подготовительного отделения

В 2-х частях

Часть 1

Редактор Т. Н. Крюкова  
Корректор М. В. Тезина

---

Подписано в печать 19.11.2007.  
Гарнитура «Таймс».  
Уч.-изд. л. 2,7.

Формат 60x84 1/16.  
Печать ризографическая.  
Тираж 50 экз.

Бумага офсетная.  
Усл. печ. л. 3,37.  
Заказ 229.

---

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.  
220013, Минск, П. Бровки, 6