

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

А. Ю. Войтов, Н. И. Кекиш

Факультет компьютерного проектирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Минск, Республика Беларусь

E-mail: savoitov@yandex.ru, mmts@bsuir.by

Рассматривается система перемещений с тремя степенями свободы, построенная на кольцевом гибридном приводе и механизме параллельной кинематики. Представлена алгоритмизация математических моделей позиционирования выходного звена (рабочей платформы) в зависимости от положения трёх автономно управляемых сегментных модулей движения на кольцевой направляющей гибридного трёхкоординатного привода.

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассмотрена система перемещений, структурно-кинематическая схема которой представлена на рис. 1:

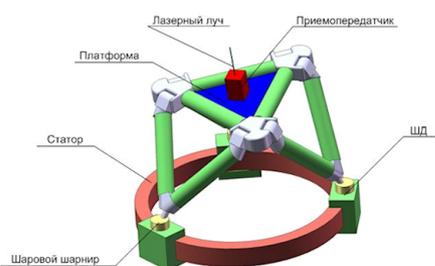


Рис. 1 – Система перемещений с тремя степенями свободы

Базовые конструктивные параметры исполнительного механизма системы являются параметры, определяющие его геометрическую конфигурацию: R – средний радиус кольцевого привода, длины сторон, подвижных треугольных звеньев AFB , ADC и CEB , принятые в статье равными между собой и равными a . Функции положения ведущих звеньев, определяющие положение во времени каждого из трёх подвижных сегментов, в работе задаются текущими значениями углов β_1 , β_2 и β_3 определяющих положение точек, соответственно D , E и F на кольцевой направляющей. Изменение этих углов в процессе работы системы перемещений в конечном итоге приводит к изменению пространственного положения точек A , C и B подвижного треугольного звена ACB (рабочей платформы), предназначенного для выполнения технологических перемещений в рабочем трёхмерном пространстве.

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В качестве линейных координат были приняты координаты точки O_1 начало системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ в неподвижной системе ко-

ординат $S_0(x_0, y_0, z_0)$, а в качестве угловых координат приняты углы Эйлера φ , θ , ψ , выражаемые через координаты точек A , C и B подвижной треугольной платформы. Алгоритмизация задачи позиционирования для рассматриваемой пространственной системы перемещений, заключающаяся в нахождении в системе координат S_0 текущих координат точек A , C и B в зависимости от положения ведущих точек D , E и F , задаваемых переменными углами β_1 , β_2 и β_3 , параметрическое представление которых во времени позволяет находить в общем случае функции положения всех точек и звеньев исполнительного механизма, координаты положения и ориентации рабочей платформы. Такая задача в аналитической механике мехатронных систем и робототехнике называется прямой задачей кинематики[1,2]. Для решения данной задачи рассмотрим фрагмент DAF механизма на рис. 2:

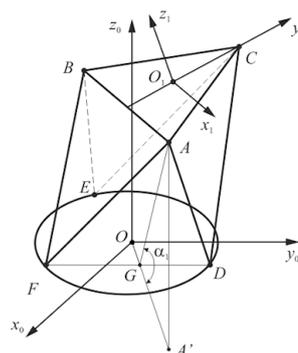


Рис. 2 – Расчётная модель системы

При изменении положения точек D и F подвижных сегментов привода на направляющей окружности статора меняется положение и ориентация треугольника DAF . В качестве обобщённой координаты, определяющей его положение в переносном движении, выберем угол α_1 наклона треугольника DAF к плоскости направляющей окружности. На основании такой расчётной геометро-кинематической модели окон-

чательно получим аналитическое представление пересчёта координат x_A, y_A, z_A точки A в системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$:

$$\begin{aligned} x_A &= \frac{R}{2}(\cos \beta_1 + \cos \beta_3) + \sqrt{a^2 + \frac{R^2}{2}(\sin \beta_1 \sin \beta_3 + \cos \beta_1 \cos \beta_{3-1})} \cos \alpha_1 \cos \gamma_1; \\ y_A &= \frac{R}{2}(\sin \beta_1 + \sin \beta_3) + \sqrt{a^2 + \frac{R^2}{2}(\sin \beta_1 \sin \beta_3 + \cos \beta_1 \cos \beta_{3-1})} \cos \alpha_1 \sin \gamma_1; \\ z_A &= \sqrt{a^2 + \frac{R^2}{2}(\sin \beta_1 \sin \beta_3 + \cos \beta_1 \cos \beta_{3-1})} \sin \alpha_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Рассматривая уравнения, полученные в (1), как рекуррентные легко определить координаты двух других точек B и C подвижного в трёхмерном пространстве треугольника ABC . Таким образом, формируется математическая модель расчёта координат точек A, C и B подвижного треугольника ACB в неподвижной системе S_0 в зависимости от обобщённых угловых координат α_1, α_2 и α_3 . Координаты точек A, B и могут быть найдены с помощью данной системы нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 &= a^2; \\ (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2 &= a^2; \quad (2) \\ (x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2 &= a^2, \end{aligned}$$

где $(x_A, y_A, z_A), (x_B, y_B, z_B), (x_C, y_C, z_C)$ – координаты точек A, B и C , вычисленные по рекуррентным соотношениям (1). Система (2) представляет собой нелинейную трансцендентную систему, решение которой возможно только численными методами[3].

МОДЕЛИРОВАНИЕ

Исходя из того, что решение прямой задачи для рассматриваемого механизма возможно только численными методами, предлагается моделирование решения с помощью инструмента Optimization Toolbox среды MATLAB. В результате компьютерного численного решения были получены текущие значения углов α_1, α_2 и α_3 однозначно соответствующие текущим положениям точек D, E и F , определяющих входные позиционные характеристики управляемых сегментов на кольцевом приводе. Это позволило найти зависимости $x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1}, \varphi, \theta, \psi$, определяющие положение и ориентацию платформы исполнительного механизма. Для верификации компьютерной модели были приняты следующие конструктивные параметры: $R=1, a=1,73, \beta_1=\pi/6, \beta_2=5\pi/6$ и были построены графики $x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1}, \varphi, \theta, \psi$ зависящие от $\beta_3 \in [\pi/6, 5\pi/6]$.

Для проведения интерактивного исследования и оптимизации исполнительного механизма рассматриваемой системы перемещений с тремя

степенями свободы было разработано программное приложение в среде MATLAB, позволяющее выполнять визуализацию его 3D графической модели (рис 3.) в состояниях подвижной реконфигурации.

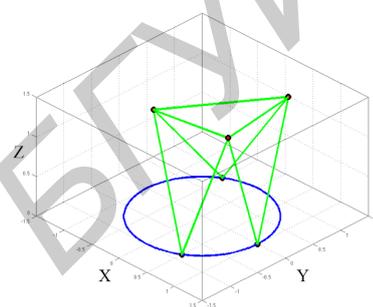


Рис. 3 – Система перемещений с тремя степенями свободы

Управление движением звеньев модели осуществляется параметрическим образом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом в работе предложена алгоритмизация прямой задачи кинематики, как задачи позиционирования для системы перемещений на механизме параллельной кинематики с треугольными подвижными звеньями, приводимыми в движение трёхкоординатным гибридным приводом кольцевого типа. Получены вычислительные алгоритмы, позволяющие находить параметрические функции положения точек A, B, C треугольной подвижной платформы. Было выполнено компьютерное моделирование в среде MATLAB, в результате получены графики зависимостей $x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1}, \varphi, \theta, \psi$, определяющих положение и ориентацию платформы.

1. Системы многокоординатных перемещений и исполнительные механизмы для прецизионного технологического оборудования / С. Е. Карпович, [и др.]. – Минск : Беспринт, 2013. – 208 с.
2. Аналитическая механика и мехатронные системы перемещения / С. Е. Карпович [и др.]; под ред. С. Е. Карповича. – Минск : Технопринт, 2004. – 187 с.
3. Heimann, В. Mechatronika. Komponenty, metody, przyklady / В. Heimann, W. Gerth, K. Popp. – Warszawa : PWN, 2001. – 351 s.