Проблемы физики, математики и техники, № 2 (31), 2017

УДК 004.722.2

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ МАРШРУТИЗАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ

Н.И. Листопад[1], Ю.И. Воротницкий[2], В.В. Бортновский[1], А.А. Хайдер[1]

[1]*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники*, *Минск*
[2]*Белорусский государственный университет*, *Минск*

MULTI-CRITERIAL ROUTING OF INFORMATION FLOWS

N.I. Listopad[1], Y.I. Vorotnitsky[2], V.V. Bortnovsky[1], A.A. Hayder[1]

[1]*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics*, *Minsk*
[2]*Belarusian State University*, *Minsk*

Маршрутизация информационных потоков традиционно формулируется как оптимизационная задача поиска кратчайшего пути. В данной работе рассматривается многокритериальная маршрутизация на основе комплексного весового коэффициента. Показано, как данный подход может быть использован для разработки двух эвристических алгоритмов для задач поиска оптимального пути с минимальной задержкой, минимальной вариации задержки, обеспечением заданной полосы пропускания, минимальной вероятностью потерь и минимальной стоимостью передачи информации.

Ключевые слова: *многокритериальная маршрутизация*, *комплексный весовой коэффициент*, *задержка*, *вариации задержки*, *вероятность потерь*, *полоса пропускания*, *кратчайший путь*, *алгоритм Дейкстры*, *стоимость передачи информации.*

Traditionally, path selection within routing is formulated as the shortest path optimization problem. In this paper, multi-criteria routing based on a mixed weight is considered. It is shown how this approach can be used to develop two heuristic algorithms for searching the optimal path with minimum delay, minimum delay variation, providing the given bandwidth, minimum loss probability and minimum cost of information transmission.

Keywords: *multi-criteria routing*, *mixed weight*, *delay*, *delay variation*, *loss probability*, *bandwidth*, *shortest path*, *Dijkstra's Algorithm*, *cost of information transmission.*

Введение

Маршрутизация информационных потоков традиционно формулируется как оптимизационная задача поиска кратчайшего пути. Целевая функция может быть любой из множества разнообразных параметров, таких как количество узлов, величины задержки, стоимости и др. [1]. Отдельной проблемой маршрутизации является выбор оптимального пути при ограничениях по задержке и по стоимости, так как требования по минимизации задержки являются очень распространенными для многих мультимедийных приложений.

В работе [1] исследуется проблема поиска оптимальных маршрутов на графе мультисервисной телекоммуникационной сети. Для данных сетей, кроме полосы пропускания, должны приниматься во внимание такие параметры качества обслуживания (QoS), как потери пакетов, задержка пакетов, вариация времени задержки (джиттер). Задачу маршрутизации в мультисервисных сетях предлагается решать на основе критериев, учитывающих перечисленные параметры согласно требованиям конкретных приложений. Эта задача сформулирована как многокритериальная задача поиска маршрута с минимальной стоимостью, причем поиск выполняется только на подмножестве осуществимых путей, удовлетворяющих ограничениям на параметры качества сервиса. В работе предложена модификация алгоритма Дейкстры, которая позволяет осуществлять многокритериальный поиск оптимального маршрута с учетом ограничений на каждый критерий в отдельности, а также в случае, когда стоимость маршрута неаддитивна.

Важной проблемой, с которой столкнулись авторы статьи [1], это выбор весовых коэффициентов, с помощью которых осуществляется свертка параметров, обеспечивающих заданные требования качества обслуживания (QoS), в комплексный коэффициент, в соответствии с которым и производится выбор оптимального пути.

В работе [2] представлен алгоритм поиска пути, для которого установлена минимальная стоимость и задержка передачи информации (Delay-Constrained Least-Cost – DCLC – path). Т. е., рассматривается задача двухкритериальной маршрутизации, где в качестве оптимизационной функции выбраны два параметра: величина задержки в передаче информации и стоимость.

Рассмотрим данный вопрос более подробно. Пусть задана сеть в виде графа, у которой для каждой дуги, описывающей каналы передачи информации, определены величины задержки и стоимость. При этом два вышеназванных параметра свернуты в один с помощью единого комплексного весового коэффициента. Затем, используя данный коэффициент, применяется алгоритм Дейкстры для поиска кратчайшего пути.

1 Проблема поиска кратчайшего пути с наименьшей стоимостью

Любая сеть может быть представлена направленным граф $G\,(V, E)$, где V есть множество узлов, и E есть множество каналов связи между ними. Предположим, что $N = [V]$, и $M = [E]$.

Вес w определяется как неотрицательное вещественное число $w\,(e)$, описывающее каждый канал связи, т. е. $W : E \to R_0^+$. В частности, вес $d : E \to R_0^+$ называется задержкой, в то время как $c : E \to R_0^+$ называется стоимостью. Путь является конечная последовательность не повторяемых узлов $p = (v_1, v_2, \ldots, v_k)$ таких, что для $0 \le i < k$ существует связь от v_1 до v_{i+1}, т. е. $(v_i, v_{i+1}) \in E$. Канал $e \in p$ означает, что p проходит через канал связи e. Вес w, как задержка или стоимость, аддитивны, если вес пути p является суммой весов всех составляющих каналов связи вдоль этого пути,

$$w(p) = \sum_{e \in p} w(e). \qquad (1.1)$$

В частности, задержка и стоимость пути p задаются двумя ниже представленными уравнениями:

$$d(p) = \sum_{e \in p} d(e), \qquad (1.2)$$

$$c(p) = \sum_{e \in p} c(e). \qquad (1.3)$$

В общем смысле задержка по каналу связи есть среднее время передачи по этому каналу, в то время как стоимость может не взыматься при передаче сообщения по этому каналу.

Приведем несколько определений [2].

***Определение* 1.1.** *Заданы сеть $G\,(V, E)$, источник $s \in V$ и узел назначения $t \in V$, заданы задержка и стоимость каждого канала связи, и ограничение по задержке – C_d.*

Необходимо решить задачу поиска кратчайшего пути от s до t при минимальной стоимости с учетом следующих ограничений:

(i) $d\,(p) \le C_d$;

(ii) с $(p) \le C\,(q)$ *для любого пути q от* s *до t, что удовлетворяет* $d\,(p) \le C_d$;

(iii) *не существует пути q от s до t, для которого* $c\,(p) = c\,(q)$, *в тоже время* $d\,(p) > d\,(q)$.

Следует отметить, что третье требование не является обязательным при решении задачи поиска оптимального пути при минимальной стоимости. Оно введено для того случая, когда возможно существования более одного решения для стандартной задачи. Для удобства, путь, который по крайней мере удовлетворяет первому требованию в приведенном выше определении, называется допустимым решением (или реальный путь); путь, который удовлетворяет всем трем требованиям, называется оптимальным решением (или оптимальный путь).

Следующее определения и условные обозначения необходимы для описания алгоритмов, которые будут предложены ниже.

***Определение* 1.2.** *Даны два аддитивных веса w_1 и w_2, а также аддитивный вес*

$$w = w_1(e) + \alpha w_2(e)$$

означает, что для любого канала связи

$$w(e) = w_1(e) + \alpha w_2(e). \qquad (1.4)$$

Очевидно, что комплексный вес двух аддитивных весов также является аддитивным.

***Определение* 1.3**. *Заданы узел источника информации s и узел назначения t, а также весовой коэффициент w. Это определяет функцию* (*или процедуру*) Dijk (w), *которая позволяет найти кратчайший путь w от s до t с помощью алгоритма Дейкстры. В частности, это эквивалентно следующему. Пусть на пути* p_d = Dijk (d) *задержка минимальная* (LD *путь*), *а путь* p_c = Dijk (c) *имеет минимальную стоимость* (LC *путь*) *между s и t. Нетрудно увидеть, что соотношения* $d\,(p_d) \le d\,(p_c)$ и $c\,(p_d) \ge c\,(p_c)$ *выполняются всегда*.

Другая функция, которая будет использоваться в наших алгоритмах, это ModiDijk (c, d). Если существует несколько путей с различными задержками от s до t, функции ModiDijk (c, d) выберет тот из них, который имеет минимальную задержку. Это может быть сделано с помощью модифицированного алгоритма Дейкстры.

2 Идея единого комплексного весового коэффициента

Основная идея предлагаемых алгоритмов состоит в решении задачи с помощью объединения требования по задержке и стоимости посредством единого комплексного весового коэффициента и затем, используя алгоритм Дейкстры, в нахождении подходящего (кратчайшего) пути.

Рассмотрим проблему на простейших примерах, рисунок 2.1, где необходимо найти кратчайший путь от s до t с величиной задержки, равной 8, и минимальной стоимостью – так называемый DCLC путь. Теперь, решая эту задачу вручную, требуется проверить все четыре пути между s и t. Легко определить, что LC путем является путь *s*–*u*–*t*, который имеет задержку 9 и таким образом является недопустимым. Путем LD является путь *s*–*v*–*t*, который имеет задержку 5 и стоимость 24. Хотя этот LD путь осуществим, он не является оптимальным решением, так как величина задержки не минимальна

Введем комплексный весовой коэффициент вес $w = d + \alpha c$, который объединяет в себя задержку и стоимость. Вместо коэффициента d, определяющего величину задержки в передаче информации, могут быть использованы и весовые коэффициенты, определяющие другие параметры качества обслуживания, например, джиттер, полосу пропускания, вероятность потерь пакетов. Например, если будем рассматривать джиттер и стоимость, то коэффициент $w = j + \alpha c$, где j – величина джиттера. Аналогичные выражения можно записать и для других параметров, характеризующих качества обслуживания.

Покажем на примере комплексного коэффициента, объединяющего в себе задержку и стоимость, как это можно реализовать на практике.

Пусть $\alpha = 0.5$, то весовой коэффициент w будет ассоциироваться с путем, найденным с помощью алгоритма Дейкстры и показанным на рисунке 2.2 жирной линией: *s–u–v–t*. Этот путь имеет задержку 8 и стоимость 16, и оказывается оптимальным.

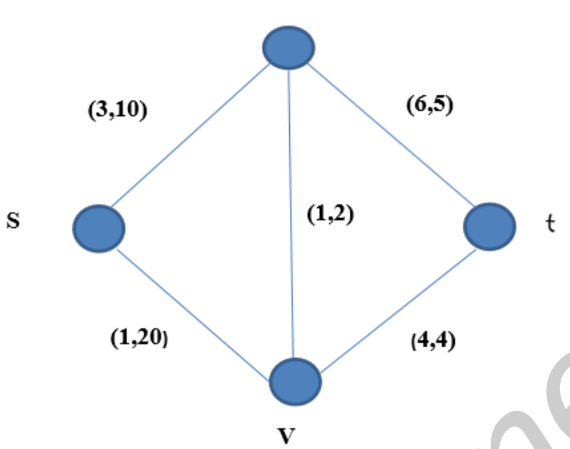

Рисунок 2.1 – Задача поиска кротчайшего пути от *s* к *t* ,с минимальной стоимостью и минимальной задержкой, не превышающей 8

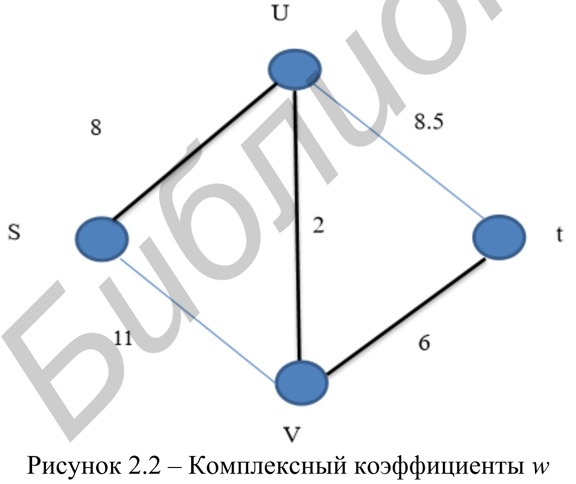

Рисунок 2.2 – Комплексный коэффициенты *w* при α = 0.5. Кратчайший путь *s–u–v–t*: задержка = 8, стоимость = 16

Этот пример показывает, что выбор соответствующего параметра α для построения комплексного весового коэффициента *w*, сводит DCLC задачу к задаче поиска кратчайшего пути, которая может быть легко решена с помощью алгоритма Дейкстры.

Ключевым вопросом для этой идеи является то, как выбрать параметр α для построения единого комплексного весового коэффициента *w*. Случайно выбранное значение α может привести к любым самым разнообразным решениям. Например, при α = 0,2 самым коротким *w* становится *s–v–t* (LD) путь. В то время как при α = 2 кратчайшим путем становится путь LC – *s–u–t*.

3 Эвристические алгоритмы для DCLC задачи

В при решении DCLC задачи основное внимание будет сосредоточено на поиске возможных решений. Рассмотрим базовый алгоритм, который является основой для двух предлагаемых итеративных алгоритмов.

Как показано ранее, первостепенное значение в построении единого комплексного весового коэффициента – это выбор α параметра.

Запишем выражение для α, взятое из [2]:

$$\alpha = \frac{c_d - d(p)}{c(p) - c(q)}. \tag{3.1}$$

Алгоритм, решающий DCLC задачу, приведен на рисунке 3.1.

Алгоритм DCLC очень простой и позволяет быстро находить кратчайший путь. Рассмотрим, как этот алгоритм можно улучшить. Одно из улучшений – это вычисление параметра альфа.

После получения осуществимого пути, который лучше, чем LD путь, параметр альфа может быть вычислен следующим образом:

$$\alpha = \frac{c_d - d(p_d)}{c(p_d) - c(q)}. \tag{3.2}$$

Заменяя $c(p)$ на $c(p_d)$ и $d(p)$ на $d(p_d)$ соответственно, получаем новый параметр альфа, который больше, чем предыдущий. Таким образом, возможно получение лучшего решения.

Алгоритм, реализующий выражение (3.2), назван DCLC-A алгоритмом и представлен на рисунке 3.2.

Рассмотрим примеры применения рассмотренных выше алгоритмов.

На рисунке 3.3 показано решение задачи поиска кратчайшего пути с помощью DCLC алгоритма. Итак, требуется найти DCLC путь от узла 1 к узлу 6 при условии, что величина задержки не должна превышать 12. Легко увидеть, что LD путь (пусть с минимальной задержкой) является P_d = [1–3–6], в то время как LC (путь с минимальной стоимостью) путь P_c = [1–4–6]. Таким образом, имеем $d(P_d) = 2$, $c(P_d) = 28$, $d(P_c) = 18$ и $c(P_c) = 2$. Используя более точный алгоритм, оптимальное решение задачи – это путь 1–4–5–6, который имеет задержку 10 и стоимость 6. Когда основной алгоритм DCLC используется, он сначала находит путь LC и обозначает его как путь *q*. Поскольку путь LC является недопустимым, алгоритм продолжает поиск LD пути и помещает его во множество путей *P*.

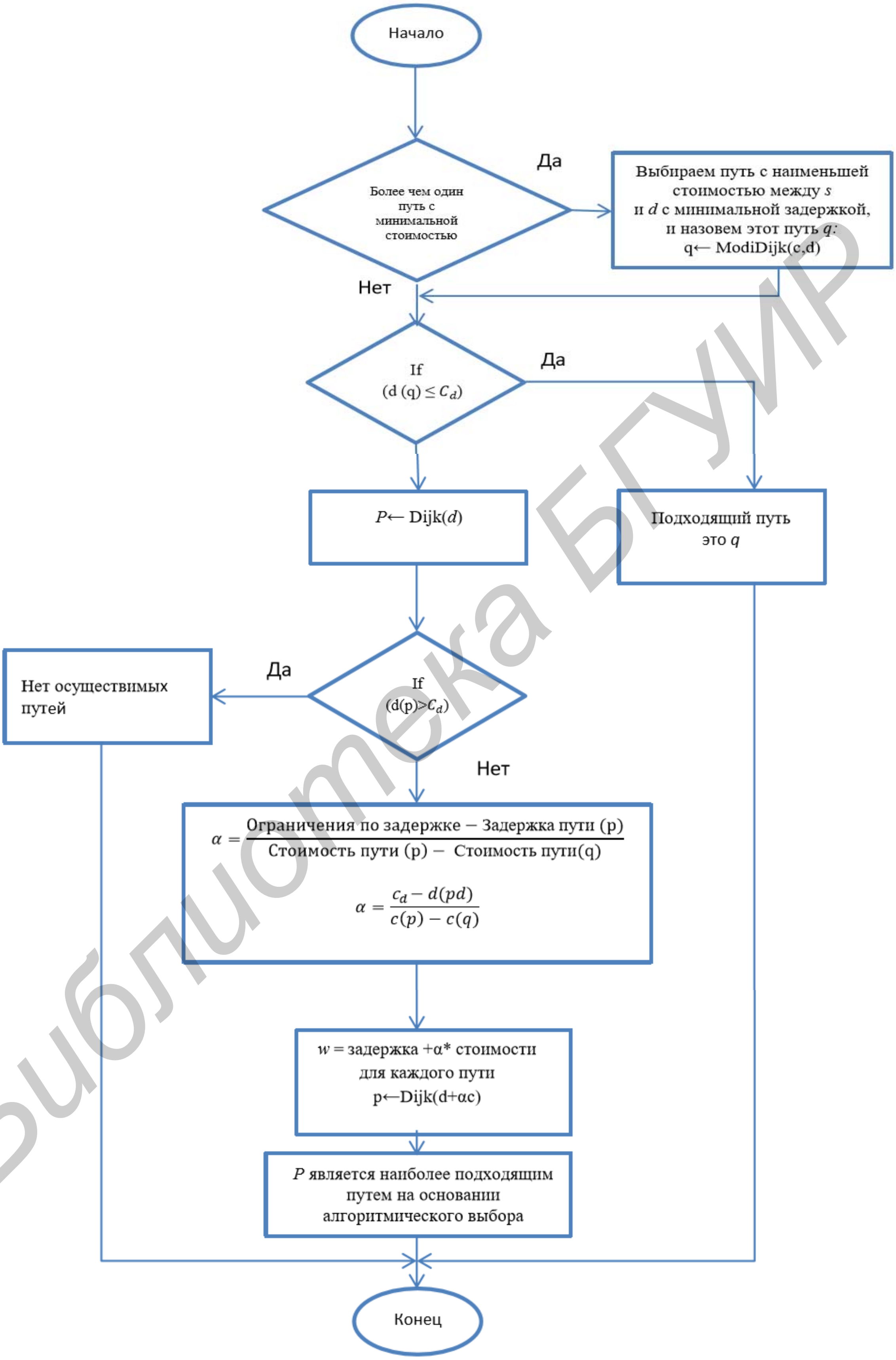

Рисунок 3.1 – Алгоритм DCLC

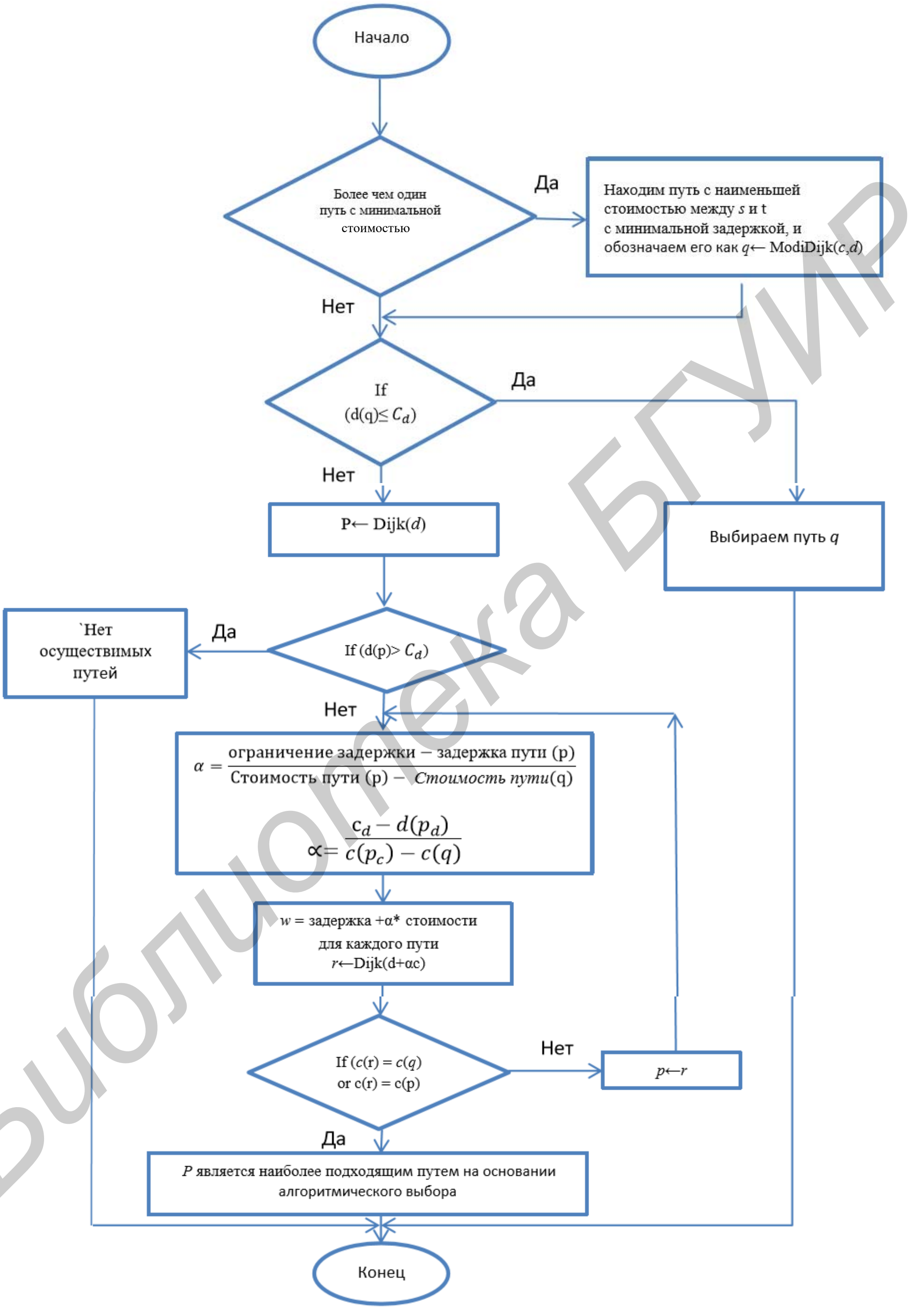

Рисунок 3.2 – Алгоритм DCLC-A

Так как путь LD является осуществимым, далее продолжается процедура вычисления параметра альфа из уравнения (6), в данном случае $\alpha = 5 / 13$.Таким образом, для каждого канала связи (на рисунке это дуги) вычисляется комплексный весовой коэффициент, с помощью которого пересчитываются задержки и стоимости, как показано на рисунке 3.4. Самый короткий путь от узла 1 к узлу 6, который также является окончательным решением алгоритма DCLC, – это путь 1–3–5–6. Однако это решение, которое имеет задержку 3 и стоимость 16 и лучше, чем путь LC, все же не всегда является оптимальным.

Рассмотрим теперь процедуру самого DCLC-A алгоритма. Как было показано выше, этот алгоритм состоит из трех итераций. Первая итерация базируется на алгоритме DCLC и показана на рисунке 3.4. После нахождения LC пути (q) и LD пути (p) алгоритм входит в итерационную процедуру. В каждой итерации параметр α вычисляется по формуле (3.2) для построения комплексного весового коэффициента α, а затем находится соответствующий кратчайший путь. Для первой итерации $\alpha = 5 / 13$ и $r = [1–3–5–6]$.

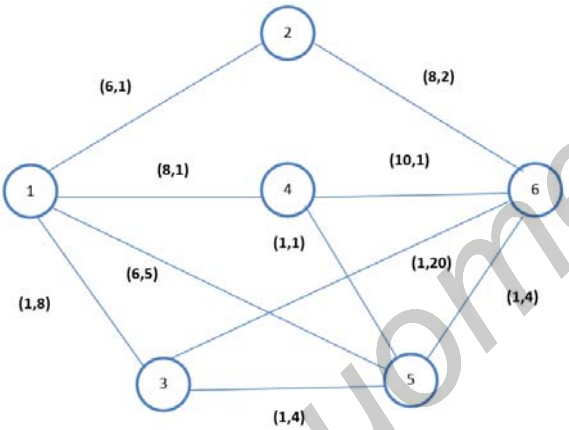

Рисунок 3.3 – Поиск оптимального пути от узла 1 к узлу 6 с задержкой, равной 12

Если r лучше, чем p, p заменяется на r во второй итерации, и вычисляется новый параметр альфа с помощью формулы (3.2):

$$\alpha = (12 - 3) / (16 - 2) = 9 / 14.$$

Соответствующие комплексные весовые коэффициенты показаны на рисунке 3.5 и самый короткий путь $r = [1–5–6]$.

Далее, в соответствии с алгоритмом, p заменяется на r в третьей итерации, параметр α становится равным $\alpha = (12 / 7) / (9 - 2) = (5 / 7)$, и кратчайшим путем будет путь 1–5–6.

Поскольку получен тот же кратчайший путь, как и на предыдущей итерации, алгоритм завершает свою работу. Таким образом, окончательное решение 1–5–6, которое имеет задержку 7 и стоимость 9 (расчет производится на основании исходных данных, представленных на рисунке 3.3).

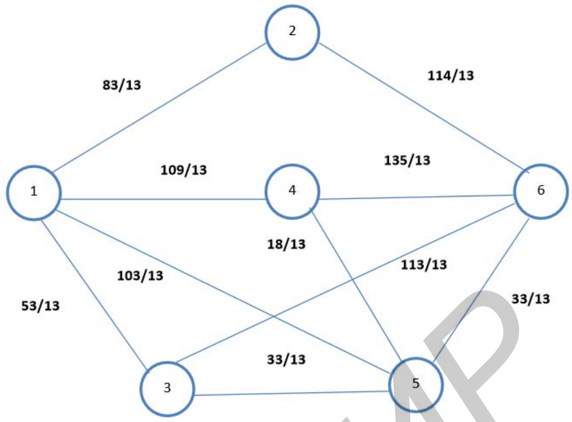

Рисунок 3.4 – Кратчайший пут 1–3–5–6 найден с помощью алгоритма DCLC
(этот же путь находится после первой итерации DCLC-A алгоритма)

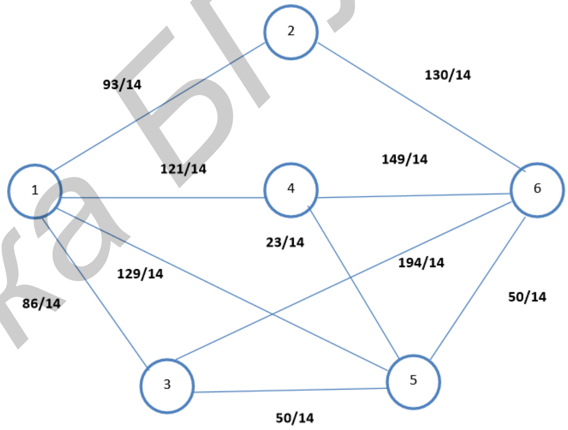

Рисунок 3.5 – Кратчайший путь 1–5–6 после второй итерации

Описанная выше процедура поиска кратчайшего пути при минимальной стоимости передачи информации может быть применена и для других параметров обеспечения заданного качества обслуживания: джиттер-стоимость; вероятность потерь пакетов – стоимость. При этом необходимо учитывать, что те пути, пропускная способность которых меньше заданной, должны быть исключены из рассмотрения.

Выбор кратчайшего пути при многокритериальных требованиях (задержка, вариация задержки, вероятность потерь пакетов при минимальной стоимости) может быть произведен следующим образом. После исключения из рассмотрения путей, имеющих пропускную способность меньше заданной, с помощью DCLC-A алгоритма осуществляется поиск кратчайшего пути отдельно по каждому из критериев: задержка-стоимость; джиттер-стоимость, вероятность потерь – стоимость. Из полученных на всех итерациях работы алгоритма промежуточных путей выбирается тот путь, который является общим для всех критериев. Для одного из критериев этот путь может быть вычислен уже на первой итерации, для другого – на последней и т. д. Если общих путей с учетом всех итераций найти не удается, то многокритериальная задача не имеет решения, и поиск такого решения может быть возобновлен после введения новых ограничений.

Заключение

Алгоритмы выбора пути в протоколе маршрутизации в высокоскоростных сетях должны быть очень адаптивными с точки зрения минимизации времени настройки. Они также должны быть способны найти высококачественные решения для обеспечения наиболее эффективного использования сетевых ресурсов.

Идея комплексного весового коэффициента была предложена для того, чтобы решать задачи QoS одноадресной маршрутизации. Данный подход может быть использован для разработки эвристических алгоритмов для задач поиска оптимального пути с минимальной задержкой, минимальной вариации задержки, обеспечением заданной полосы пропускания, минимальной вероятностью потерь и минимальной стоимостью передачи информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Листопад*, *Н.И*. Оптимальная маршрутизация в мультисервисных сетях телекоммуникаций на основе модифицированного алгоритма Дейкстры / Н.И. Листопад, Ю.И. Воротницкий, А.А. Хайдер // Вестник БГУ. Серия 1. – 2015. – № 1. – С. 70–76.

2. *Mahmoud*, *W.A*. A Proposal Algorithm to Solve Delay Constraint Least Cost Optimization Problem / W.A. Mahmoud, D.J. Kadhim // Journal of Engineering. University of Baghdad – 2013. – Vol. 19, № 1. – P. 155–160.

Поступила в редакцию 14.04.17.