ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УОЛША

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Жуковский В.

Будько А.А. – кан. техн. наук, доцент

В докладе рассмотрены выражения для элементов матриц Уолша в различных системах упорядочения и метод получения алгоритмов быстрых преобразований Уолша (БПУ). Получены новые “замечательные” алгоритмы БПУ.

Преобразование Уолша стало неотъемлемой частью науки и техники. Быстрое преобразование Уолша уменьшает количество операций для проведения преобразования Уолша. Рассмотреный в данной статье метод построения алгоритмов быстрого преобразования Уолша подходит для любой системы упорядочению функций Уолша.

Функции Уолша могут быть упорядочены произвольно, но существуют четыре различныхсистемы упорядочения: Уолша-Адамара, Уолша-Пэли, Уолша-Качмажа и Уолша-Трахтмана. Преобразование Уолша можно определить следующим образом

$$\bar{Y} = W_n \times \bar{y}.$$

Элемент матрицы Уолша в различных упорядочениях определяются следующим образом:
- в системе упорядочения Уолша-Адамара

$$h_{ij} = \prod_{k=0}^{n-1} (-1)^{i_k j_k},$$

где i_k , j_k - составляющие двоичного представления номера строки и столбца матрицы, соответственно
- в системе упорядочения Уолша-Пэли

$$p_{uv} = \prod_{k=0}^{n-1} (-1)^{u_{n-k} v_k},$$

- в системе упорядочения Уолша-Качмапса

$$k_{st} = \prod_{k=0}^{n-1} (-1)^{(s_{n-k} \oplus s_{n-k-1}) t_k},$$

- в системе упорядочения Уолша-Трахтмана

$$t_{rb} = \prod_{k=0}^{n-1} (-1)^{(r_{n-k} \oplus r_{n-k-1})(b_{n-k} \oplus b_{n-k-1})}.$$

Уравнивание для преобразования Уолша может быть выражено в итеративнойформе, используя выражением для любого элемента функции. Рассмотрим случай для преобразования Уолша-Адамара

$$\bar{Y}(i_{n-1} ... i_1 i_0) = \sum_{j_0=0}^{1} (-1)^{i_0 j_0} ... \sum_{j_0=0}^{1} (-1)^{i_{n-1} j_{n-1}} \bar{y}(j_{n-1} ... j_0)$$

Вычисления в соответствии с этим уравниванием, может быть выполнено как последовательность итерации. Компоненты вектора $\bar{y}_1$ вычисляются на первой итерации

$$\bar{y}_1(i_{n-1} j_{n-2} ... j_0) = \sum_{j_{n-1}=0}^{1} (-1)^{i_{n-1} j_{n-1}} \bar{y}(j_{n-1} ... j_0).$$

Компоненты вектора $\bar{y}_2$ вычисляются на второй итерации

$$\bar{y}_2(i_{n-1} i_{n-2} j_{n-3} ... j_0) = \sum_{j_{n-2}=0}^{1} (-1)^{i_{n-2} j_{n-2}} \bar{y}_1(j_{n-1} j_{n-2} ... j_0).$$

Вычисление преобразования Уолша будет закончено после *n* итераций. Алгоритм БПУ, выше рассматриваемый, известен как алгоритм Сэнди.

Компоненты вектора $\bar{y}_1$ могут быть также вычислены по другому

$$\bar{y}_1(j_{n-2}...j_0 i_{n-1}) = \sum_{j_{n-1}=0}^{1}(-1)^{i_{n-1}j_{n-1}}\bar{y}(j_{n-1}...j_0).$$

В этом случае изменяется порядок итераций и получается алгоритм Кули-Таки.

Другим способом получения новых алгоритмов БПУ является изменение вычислений на каждой итерации Этот метод получения алгоритмов БПУ может быть использован для любой упорядоченной системы функции Уолша.

В докладе приводятся некоторые новые так называемые “замечательные” алгоритмы БПУ для различных систем упорядочения функции Уолша.

Список использованных источников:

1. J.L.Shanks, ”Computation of the Fast Walsh-Fourier Transform”, IEEE Trans. Computers, Vol. C-18, pp. 457-459, May, 1969.