

УДК 621.385.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ЛБВ, ЛОВ ТИПА "О"

А.В. АКСЕНЧИК

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 19 ноября 2003*

Сформулированы самосогласованные математические модели ЛБВ, ЛОВ на ЦСР, ЛБВ на волнообразно изогнутом прямоугольном волноводе с использованием эквивалентных четырехполюсников и шестиполюсников. Учитываются встречные волны, силы пространственного заряда и распределенные потери в волноводе. В моделях используются релятивистские уравнения движения. Для аппроксимации распределения коэффициентов фаз четырехполюсников применен аппарат атомарных функций. Показано, что ЛБВ, ЛОВ могут иметь расчетный электронный КПД 50–78 %.

*Ключевые слова:* оптимизация, лампа бегущей волны (ЛБВ), лампа обратной волны типа "О" (ЛОВ-О), нерегулярный, цепочка связанных резонаторов (ЦСР).

### Введение

В настоящее время генераторы и усилители мощных СВЧ-колебаний находят применение во многих областях, таких, как наземная и космическая связь, термоядерный синтез, мощные радиолокационные системы, системы противовоздушной обороны на новых принципах, технологические установки по получению новых материалов и др. Одними из основных приборов, позволяющих решить большую часть задач из этих областей, являются ЛБВ и ЛОВ с замедляющими системами (ЗС) на цепочках связанных резонаторов (ЦСР). Большинство ЛБВ на ЦСР выполнены на основе регулярных ЦСР и их электронный КПД не превышает 20–30 %. Повышение КПД до 40–50 % достигается за счет введения сложных систем рекуперации энергии отработанного электронного потока. Отсутствие эффективных оптимизированных ЛБВ с большим КПД на нерегулярных ЦСР объясняется тем, что задача оптимизации в этом случае становится многопараметрической (если число резонаторов в ЗС более 10, то число параметров в 30–50 раз больше). Расчет одного варианта представляет собой сложную итерационную процедуру, вызванную необходимостью учета встречной волны. Поэтому оптимизация распределения характеристик резонаторов ЗС с использованием описанных в литературе методов выливается в сложную для современных ЭВМ проблему.

В данной работе описаны оригинальные методики и алгоритмы (учет встречной волны, применение аппарата атомарных функций, синтез параметров эквивалентных схем четырех- и шестиполюсников и др.) [1–20], которые использовались в математических моделях ЛБВ [1–8, 10–17], ЛОВ на ЦСР [9, 10, 18], ЛБВ на волнообразно изогнутых прямоугольных волноводах [10, 19, 20], что позволило провести оптимизацию параметров ЛБВ, ЛОВ и выявить предельно достижимые КПД в полосе частот.

## 1. Математическая модель нерегулярной ЛБВ на ЦСР с использованием эквивалентных четырехполюсников

При анализе ЦСР обычно используется метод эквивалентных схем. Замедляющая система моделируется цепочкой связанных контуров и представляется в виде последовательно соединенных четырехполюсников или шестиполюсников, имеющих свойства полосового фильтра. Согласовать такую фильтровую систему с нагрузкой и источником сигнала возможно лишь в узкой полосе частот внутри полосы прозрачности, так как волновое сопротивление фильтровой системы сильно зависит от частоты. В [2–4, 6, 7, 10] описаны математическая модель, методика расчета и оптимизации параметров ЛБВ на нерегулярной ЦСР, где ЦСР представлена эквивалентными четырехполюсниками (рис. 1).

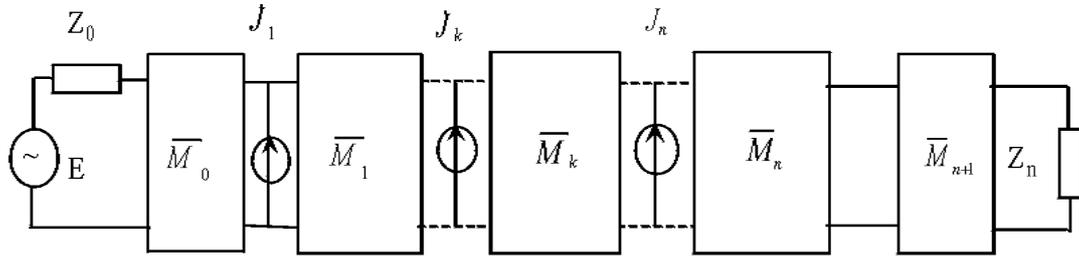


Рис. 1. Схема ЦСР с эквивалентными четырехполюсниками

Уравнения связи (с использованием коэффициентов матрицы передачи  $\| \dot{A} \|$ ) между напряжениями и токами  $\dot{U}_k, \dot{I}_k$  на входе и  $\dot{U}_{k+1}, \dot{I}_{k+1}$  выходе пассивного четырехполюсника при передаче энергии слева направо и справа налево имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_{k+1} = \dot{U}_k (\dot{A}_{22}^k - \dot{A}_{12}^k / \dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}1}^k), & \dot{U}_k = \dot{U}_{k+1} (\dot{A}_{11}^k - \dot{A}_{12}^k / \dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}2}^k), \\ \dot{I}_{k+1} = \dot{I}_k (-\dot{A}_{21}^k \cdot \dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}1}^k + \dot{A}_{11}^k), & \dot{I}_k = \dot{I}_{k+1} (-\dot{A}_{21}^k \cdot \dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}2}^k + \dot{A}_{22}^k). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь входные слева и справа сопротивления  $k$ -го четырехполюсника  $\dot{Z}_{\dot{e}x1}^k$  и  $\dot{Z}_{\dot{e}x2}^k$  рассчитываются по рекуррентным формулам:

$$\dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}1}^k = (\dot{A}_{11}^k \dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}1}^{k+1} + \dot{A}_{12}^k) / (\dot{A}_{21}^k \dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}1}^{k+1} + \dot{A}_{22}^k), \quad k = n+1, n, n-1, \dots, 0 \quad (2)$$

$$\dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}2}^k = (\dot{A}_{11}^k \dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}1}^{k-1} + \dot{A}_{12}^k) / (\dot{A}_{21}^k \dot{Z}_{\dot{a}\dot{o}2}^{k-1} + \dot{A}_{11}^k), \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

Задаем сопротивление нагрузки  $\dot{Z}_n$ , тогда  $\dot{Z}_{\dot{e}x1}^{n+2} = \dot{Z}_n$  и сопротивление генератора  $\dot{Z}_0$ , тогда  $\dot{Z}_{\dot{e}x2}^{-1} = \dot{Z}_0$ . Условие согласования  $\dot{Z}_{\dot{e}x1}^k = \dot{Z}_{\dot{e}x2}^{k-1} = \dot{Z}_k$ ,  $\dot{Z}_k$  — характеристическое сопротивление  $k$ -го четырехполюсника. На рис. 1 четырехполюсники  $M_1 \dots M_n$  представляются П-образными схемами замещения, согласующие четырехполюсники  $M_0, M_{n+1}$  — Г-образными образными схемами замещения. Для расчета элементов схем замещения четырехполюсников проводится синтез параметров их эквивалентных схем, подробно описанный в [3, 4, 10]. После проведения синтеза элементов эквивалентных четырехполюсников рассчитываются коэффициенты матрицы передачи  $\| \dot{A} \|$  на произвольной частоте  $\omega$  [3, 4, 10].

## 1.1. Алгоритм расчета возбуждения ЦСР

Задачу возбуждения ЦСР решаем методом наложения, последовательно находя напряжения на зазорах, вызванные входным сигналом  $E$  и наведенными токами  $j_k$ . Эти токи определяются в соответствии с процедурами, описанными в [3, 4, 10] и будут приведены ниже.

1. Задавая напряжение сигнала генератора  $\dot{E} = E_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi_0)}$ , рассчитываем ток  $I_0^{0+}$  на входном четырехполоснике:

$$\dot{I}_0^{0+} = \dot{E} / (Z_0 + \dot{Z}_{\hat{a}\hat{o}1}^0). \quad (3)$$

Используя формулы передачи энергии слева направо (1), находим значения  $\dot{U}_k^{0+}, \dot{I}_k^{0+}$  на зазорах, возбужденные входным сигналом,  $k=1 \dots N$ .

2. Рассчитываем возбуждение попутной волны наведенными токами. Для полученного напряжения в  $m$ -м зазоре ( $m=1, 2, \dots, N$ ), используя расчетную процедуру, описанную ниже, определяем наведенный ток  $j_m$  и находим:

$$U_m^{m+} = j_m \frac{Z_{\hat{a}\hat{o}1}^m Z_{\hat{a}\hat{o}2}^{m-1}}{Z_{\hat{a}\hat{o}1}^m + Z_{\hat{a}\hat{o}2}^{m-1}}; \quad I_m^{m+} = j_m \frac{Z_{\hat{a}\hat{o}2}^{m-1}}{Z_{\hat{a}\hat{o}1}^m + Z_{\hat{a}\hat{o}2}^{m-1}}. \quad (4)$$

После этого по формулам (1) передачи энергии слева направо находим  $\dot{U}_k^{m+}, \dot{I}_k^{m+}, k = m+1, \dots, N$ . Результирующие напряжения на зазорах, созданные попутной волной, получаются суммированием

$$\dot{U}_k^+ = \sum_{m=0}^k U_k^{m+}; \quad \dot{I}_k^+ = \sum_{m=0}^k I_k^{m+}; \quad k = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Таким образом, продвигаясь от зазора к зазору с попутной волной, находим все необходимые характеристики ЛБВ.

3. При учете встречной волны находим возбужденные наведенным током напряжения и токи слева от  $m$ -го зазора  $U_k^{m-}, I_k^{m-}, k = m-1, \dots, 0$ , по формулам (2) передачи энергии справа налево. Результирующие напряжения на зазорах, созданные встречной волной, получаются суммированием:

$$\dot{U}_k^- = \sum_{m=k+1}^N \dot{U}_k^{m-}, \quad \dot{I}_k^- = \sum_{m=k+1}^N \dot{I}_k^{m-}. \quad (5)$$

Далее следует для определения наведенного тока  $j_m$  найти суммарное напряжение на  $m$ -м зазоре  $\dot{U}_m^+ + \dot{U}_m^-$ . При этом необходимо учесть, что численный процесс установления суммарных напряжений на зазорах резонаторов очень неустойчив и следует использовать специальный алгоритм, выполнить п. 4.

4. По формуле последовательной нижней релаксации пересчитывается распределение встречной волны:

$$\dot{U}_{k,s+1}^- = \omega_r \dot{U}_{k,s+1}^- + (1 - \omega_r) \dot{U}_{k,s}^-, \quad (6)$$

где  $\omega_r$  — параметр релаксации,  $s$ -номер итерации.

5. Следующие итерации следует повторять с п. 2, но при расчетах  $\dot{U}_k$  учитывать амплитуду встречной волны:  $\dot{U}_k = \dot{U}_{k,s+1}^+ + \dot{U}_{k,s+1}^-$ .

Итерации повторяются до установления напряжений на зазорах  $\dot{U}_k$  с заданной точностью, в данном алгоритме вычислялась сумма:

$$\varepsilon_{s+1} = \sum_{k=1}^n \dot{U}_{k,s+1} - \dot{U}_{k,s} // U_0 < \varepsilon_T,$$

где  $\varepsilon_T$  — заданная точность согласования.

## 1.2. Уравнения движения электронов и расчет наведенных токов

Уравнение движения электрона во внешнем электромагнитном поле без учета торможения излучением (т.е. до  $v_0/c < 0,99$ ) в одномерном приближении имеет вид [21]

$$\frac{dv}{dt} = -\eta_0 \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{3/2} \dot{E}_z, \quad (7)$$

где  $\eta_0 = e/m_0$ ,  $e, m_0$  — соответственно заряд и масса электрона;  $v$  — продольная скорость электрона;  $c$  — скорость света в вакууме;  $v_0$  — начальная скорость электронного потока.

Представив напряженность поля  $\dot{E}_z = \dot{E}^0 + \dot{E}^p$ , где  $\dot{E}^0 = \text{Re}(E_m e^{j(\omega t - \vartheta_k)})$  — напряженность продольного ВЧ-поля в зазоре резонатора;  $\dot{E}^p$  — напряженность продольного поля пространственного заряда. Поле пространственного заряда  $\dot{E}^p$  рассчитываем исходя из моделирования электронного потока  $N_e$  крупными частицами на электронной длине волны  $\lambda_e = \beta_0 \lambda_0$ . Введем следующие безразмерные переменные:

$$T = z/L, \quad \vartheta = \omega t, \quad \gamma_0 = \left(1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2\right)^{-1/2},$$

$$V_i = \frac{v_i}{v_0}, \quad u_i = \omega t_i - \omega z/v_0, \quad \vartheta_0 = \frac{L\omega}{v_0}; \quad \gamma_i = \left(1 - \left(\frac{v_i}{c}\right)^2\right)^{-1/2}, \quad (8)$$

$$\sigma_a = \frac{(\gamma_0 - 1)\lambda}{2\pi\beta_0 d}, \quad \xi_k = \sum_i \frac{\tilde{U}_i^\pm}{U_0}; \quad \tilde{U}_i^\pm = \dot{E}_i^0 d, \quad \sigma_p = \frac{eI_0}{\omega^2 v_0 m_0 \varepsilon_0 a^2 N_L},$$

где  $z$  — продольная координата электрона;  $L$  — длина ЛБВ;  $a$  — радиус электронного луча;  $N_L$  — число лучей;  $d$  — длина зазора резонатора;  $\omega$  — опорная частота;  $\xi_k$  — относительное напряжение на зазоре, рассчитанное с учетом попутных и встречных волн.

После нормировки (7) получим релятивистское уравнение движения электрона в системе  $Z$ :

$$\frac{dV_i}{dT} = \frac{\vartheta_0}{\gamma_i^3 V_i} \left[ -\sigma_a \text{Re}(\xi_k e^{j(u_i + \vartheta_0 T + \vartheta_k)}) \varepsilon^0(T - T_{ok}) + \sigma_p F_p \right], \quad (9)$$

$$\frac{du_i}{dT} = \vartheta_0 \left( \frac{1}{V_i} - 1 \right), \quad (10)$$

где

$$F_p = \frac{1}{N_e} \sum_{j=1}^{N_e} \varepsilon_p \left( \frac{|u_i - u_j|}{\pi} \right) \text{sign}(u_j - u_i), \quad (11)$$

$\varepsilon^0(T - T_0)$  — весовая функция пространственного распределения поля зазора рассчитывалась методом сеток;  $\varepsilon_p(x)$  — весовая функция распределения напряженности поля пространственного заряда.

Интегрирование системы (9), (10) позволяет вычислить скорости  $v_i$  и фазу  $u_i$   $i$ -й частицы. Решая совместно с системой (9), (10) и уравнение возбуждения, можно определить и наве-

денные токи  $J_k$  в зазорах резонаторов, которые с учетом безразмерных параметров вычисляются так

$$j_k^* = \sigma_b \frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0^2} \frac{\vartheta_0}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \int_{T_{0k}}^{T_{1k}} \varepsilon^0 (T - T_0) e^{j(u_i + \vartheta_0 T + \vartheta_k)} dT, \quad (12)$$

где  $\sigma_b = \frac{2I_0 U_0}{U_m}$ , безразмерные эффективные границы зазоров  $[T_{0k}, T_{1k}]$  определяются с учетом проникновения ВЧ-поля в трубки дрейфа.

Электронный КПД рассчитывается по формуле

$$\eta_e = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \frac{\gamma_0 - \gamma_i}{\gamma_0 - 1}. \quad (13)$$

Волновой КПД в  $k$ -м каскаде:

$$\eta_w = P_w / P_0, \quad (14)$$

где  $P_w = \text{Re}(\dot{U}_{k+1} \dot{I}_{k+1}^* / 2)$ ;  $P_0 = U_0 I_0$ .

Функция группировки по первой гармонике тока имеет вид:

$$G_r = 1 / N_e \sqrt{\left( \sum_{i=1}^{N_e} \cos u_i \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^{N_e} \sin u_i \right)^2}. \quad (15)$$

## 2. Математическая модель нерегулярной ЛБВ на волнообразно изогнутом прямоугольном волноводе с использованием эквивалентных четырехполюсников

На рис. 2 показана схема прибора [10, 19,20], в котором осуществляется дискретное взаимодействие прямолинейного электронного потока с полем ТЕ волны волнообразно изогнутого прямоугольного волновода. Назовем такой волновод – WB (wavy bending) волновод. Электронный поток проходит через отверстия в таком волноводе посередине широкой стенки (в максимуме поперечного электрического поля). Технологически такую конструкцию изготовить легче, чем ЗС на ЦСР. Приборы могут быть высокой и сверхвысокой мощности.

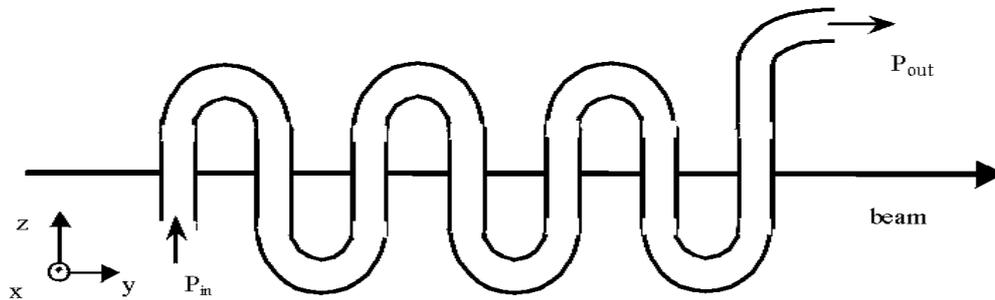


Рис. 2. Схема прибора

При подаче на вход СВЧ сигнала волна, проходящая по волноводу, модулирует в зазорах электронный пучок по скорости. При оптимальных длинах труб дрейфа и фазах поля в зазорах модуляция электронного потока усиливается за счет взаимодействия в последующих за-

зорах электромагнитной волны (ЭМВ) и сгруппированного электронного потока. Таким образом, взаимодействие ЭМВ в волноводе и электронов происходит дискретно в волноводных зазорах. Для обеспечения синхронизма необходимо так подобрать длины отрезков волновода  $\ell$  и длины труб дрейфа, чтобы электрон при движении вдоль оси  $Y$  попадал бы в поле  $E_y$   $TE$  волны одной и той же фазы.

Описанная ЛБВ-О на WB волноводе (TWT WB) (рис. 2) моделируется цепочкой эквивалентных четырехполюсников, рис. 1. Один четырехполюсник моделирует один полупериод волнообразно изогнутого прямоугольного волновода. На входе цепочки, слева, подключен генератор входного сигнала  $\dot{E}_0$  с внутренним сопротивлением  $Z_0$ , равным эквивалентному сопротивлению волновода  $Z_w$ . Затем следует согласующий четырехполюсник  $M_0$ , описывающий отрезок волновода до первого зазора. После последнего зазора, справа, подключен согласующий  $M_{n+1}$  четырехполюсник для согласования волновода с нагрузкой  $Z_n$ . Ввиду того что четырехполюсники моделируют отрезки одного и того же волновода, они оказываются согласованными и при изменении частоты. Будем считать, что нагрузка с сопротивлением  $Z_n$  согласована с волноводом, имеющим эквивалентное сопротивление  $Z_w$  на опорной частоте.

Матрица передачи  $\dot{A}$  четырехполюсника, моделирующего отрезок волновода длиной  $\ell$ , имеет следующий вид [22]:

$$\dot{A} = \begin{pmatrix} ch(j\dot{\Gamma}\ell) & Z_w \cdot sh(j\dot{\Gamma}\ell) \\ \frac{1}{Z_w} sh(j\dot{\Gamma}\ell) & ch(j\dot{\Gamma}\ell) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где  $\dot{\Gamma} = \Gamma' - j\Gamma''$  — постоянная распространения волны;  $\Gamma' = K\sqrt{1 - \chi_{mn}^2/K^2}$  — продольное волновое число;  $K = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ ;  $\chi^2 = \chi_{mn}^2 = (m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2$  — поперечное волновое число;

$$\Gamma'' = \frac{R_s \left[ 1 + \frac{2b}{a} (\lambda/\lambda_{cr})^2 \right]}{Z_0 \cdot b \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{cr})^2}} \quad \text{— коэффициент затухания для волны } TE_{10} \text{ в прямоугольном}$$

волноводе;  $\lambda_{cr}$  — критическая длина волны в волноводе, для волны  $TE_{10}$   $\lambda_{cr} = 2a$ ;  $\lambda = \tilde{n}/f$  — длина волны входного сигнала;  $f$  — его частота,  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  — скорость света в вакууме;

$$Z_w = \frac{\pi b}{2a} \frac{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{cr})^2}} \quad \text{— эквивалентное сопротивление волновода для волны } TE_{10}; \epsilon_0, \mu_0$$

— соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума;  $R_s = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{g}}$ ,

$g = 5.7 \cdot 10^6 \tilde{n}\tilde{\epsilon}\tilde{\mu}$  — проводимость меди;  $Z_0 = 120\pi$ ;  $a$  — размер широкой стенки волновода;  $b$  — размер узкой стенки волновода.

Задача возбуждения TWT WB решается методом наложения, последовательно определяются амплитуды напряжений на зазорах, вызванные входным сигналом  $E_0$  и наведенными токами. Наведенный ток сгруппированного электронного потока можно определить совместным решением уравнения возбуждения волновода [23] и уравнений движения электронов. Подробно алгоритм расчета возбуждения цепочки четырехполюсников с учетом прямой и обратной волн описан выше в разд. 1.2 или [2–4, 10].

### 3. Применение атомарных функций для оптимизации распределений параметров четырехполюсников, моделирующих нерегулярную замедляющую систему

В описанных выше математических моделях нерегулярных ЛБВ можно проводить оптимизацию распределений вдоль ЗС характеристических сопротивлений четырехполюсников или распределений коэффициентов фаз четырехполюсников. Для реализации этого используется аппарат атомарных функций [24]. Обозначим меру передачи  $k$ -го четырехполюсника  $g_k = a_k + jb_k$ , где  $a_k$  — собственное затухание;  $b_k$  — коэффициент фазы. Введем безразмерные переменные:  $T = z/l$ ;  $0 \leq T \leq 1$ ;  $T_k = (k-1)l_k/l$ , где  $z$  — продольная координата;  $l$  — расстояние между центрами первого и последнего зазоров ЦСР;  $l_k$  — длина  $k$ -й трубки дрейфа, определяется между центрами смежных зазоров. Тогда коэффициент фазы  $k$ -го четырехполюсника можно записать в виде  $b_k = b(T_k)$ . Представим зависимость  $b(T)$  в виде обобщенного ряда:

$$b(T) = \sum_{k=1}^m B_k \varphi_k(T), \quad (17)$$

где  $\varphi_k(T) = \text{up}\left(\frac{nT - k + p}{T}\right)$  — атомарная функция;  $n$  — количество отрезков, на которое разбивается интервал изменения  $T$   $[0,1]$ ;  $2p$  — количество интервалов перекрываемых атомарной функцией  $\varphi_k(T)$ ;  $m = 2p + n - 1$  — количество атомарных функций выбранного базиса на интервале  $[0,1]$ .

Обобщенный ряд (17) является бесконечно дифференцируемым и наличие  $p$ -перекрытий позволяет, в отличие от обычного сплайна, варьировать как локальные, так и интегральные свойства искомой зависимости  $b(T)$ . Ряд (17) позволяет при поиске оптимального закона распределения коэффициентов фаз четырехполюсников вдоль ЛБВ использовать небольшое число  $m$  параметров для оптимизации. Дополнительные граничные условия при  $T=0$  и  $T=1$  позволяют уменьшить число оптимизированных параметров. Расчеты показывают, что удовлетворительное качество аппроксимации происходит уже при  $p=2$  и  $n=3$ . Поэтому граничные условия 1-го рода в общем случае имеют вид

$$b_p(0) = b_{p0}, \quad b_n(0) = \sum_{k=1}^{2p-1} B_k \varphi_k(0) = b_{p0}, \text{ но}$$

$$\varphi_p(0) = 1, \text{ тогда } B_p = b_{p0} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^{2p-1} B_k \varphi_k(0).$$

И для  $p=2, n=3$  коэффициенты  $B_k$  определяются так:

$$\begin{aligned} B_2 &= b_{p0} - B_1 \varphi_1(0) - B_3 \varphi_3(0) \\ B_{m-1} &= b_{p1} - B_m \varphi_m(1) - B_{m-2} \varphi_{m-2}(1). \end{aligned} \quad (18)$$

Граничные условия 2-го рода  $\frac{db(0)}{dT} = d_{p0}$  дают  $\sum_{k=1}^{2p-1} B_k \frac{d\varphi_k^{np}}{dT}(0) = d_{p0}$ . Откуда легко найти  $B_{p-1}$  для  $p > 2$ . Аналогично записываются граничные условия для  $T=1$ . Тогда коэффициенты  $B_k$  для  $p=2$  и  $n=3$  записываются в виде

$$B_1 = B_3 - d_{p0} / \frac{d\varphi_3(0)}{dT}; \quad B_m = B_{m-2} - d_{p1} / \frac{d\varphi_{m-2}(1)}{dT}. \quad (19)$$

Используя граничные условия 1-го и 2-го рода, вначале находим  $B_1$  и  $B_m$  по (19), затем  $B_2$  и  $B_{m-1}$  по (18).

Методика расчета начальных значений коэффициентов  $B_k$  (17) состоит в следующем. Задается в первом приближении примерный вид закона изменения  $b(T_k)$  в  $n+1$  точках с равномерным шагом по  $T$ . Используя метод наименьших квадратов (МНК), определяются коэффициенты  $B_k$  (в МНК, в линейном случае, используется линейная интерполяция между узлами функции  $b(T_k)$ , заданной дискретно, и для решения системы  $m$  линейных уравнений применяется метод последовательного исключения Гаусса). Таким образом, определены все коэффициенты  $B_k$  ряда (17) и его можно использовать для определения коэффициента фазы любого четырехполюсника.

Описанные методики расчета и оптимизации распределений вдоль ЛБВ характеристических сопротивлений и коэффициентов фаз четырехполюсников позволили провести оптимизацию с небольшим числом параметров и получить оптимальные варианты ЛБВ с расчетным электронным КПД более 50 % как в СМ-диапазоне [2, 3, 6, 10], так и в ММ-диапазоне [4, 10].

#### 4. Моделирование нерегулярных ЛБВ с использованием эквивалентных шестиполюсников

При разработке замедляющих систем для мощных ЛБВ, ЛОВ некоторые конструкции ЦСР не могут быть (из-за особенностей связи с электронным потоком) представлены в виде цепочки четырехполюсников. Такие конструкции ЦСР моделируют [6, 7, 9, 10] цепочкой последовательно соединенных согласованных шестиполюсников, которые точнее описывают электродинамические свойства замедляющей системы (рис. 3). Источник входного сигнала  $E$  с внутренним сопротивлением  $Z_0$  подключен через регулярную линию передачи к согласующему П-образному четырехполюснику  $\bar{M}_0$ .  $\bar{M}_1, \dots, \bar{M}_n$  — неидентичные шестиполюсники, моделирующие активные ячейки ЦСР,  $\bar{M}_{n+1}$  — согласующий П-образный четырехполюсник, служит для согласования нагрузки  $Z_n$  с выходным сопротивлением  $n$ -го активного резонатора. Схема шестиполюсника в обобщенном виде приведена на рис. 4, где комплексные сопротивления рассчитываются исходя из эквивалентной схемы [6, 7, 10]:

$$Z_1 = j\omega 2M_k; \quad Z_2 = r_k / 2 - j\omega \left( L_k / 2 - \frac{M_k + M_{k+1}}{2} \right), \quad Z_3 = 1 / j\omega C_k,$$

$$Z_4 = r_k / 2 - j\omega \left( L_k / 2 - \frac{M_k + M_{k+1}}{2} \right), \quad Z_5 = j\omega 2M_{k+1},$$

где  $M_k = K_s^k \sqrt{\frac{L_k L_{k+1}}{2}}$  — коэффициент взаимной индукции между  $k$ -м и  $(k+1)$ -м эквивалентными контурами резонаторов ЦСР;  $L_k, C_k$  — индуктивность и емкость эквивалентного контура;  $r_k$  — сопротивление потерь  $k$ -го контура;  $K_s^k$  — коэффициент связи между  $k$ -м и  $(k+1)$ -м резонаторами;  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  — частота сигнала.

Основной проблемой является выбор параметров ( $L, C, K_s$ ) цепочки связанных контуров, чтобы она адекватно описывала цепочку связанных резонаторов. Следует отметить, что в литературе нет достаточно подробно изложенного алгоритма, позволяющего провести расчет режима ЛБВ и синтез параметров шестиполюсников (цепочки связанных контуров). Поэтому автором сформулирован и подробно описан в [6, 7, 10] алгоритм, позволяющий провести синтез элементов цепочки связанных контуров, определить элементы матриц  $\|Z^k\|, \|A^k\|, k=0,1,\dots, n+1$  для произвольной частоты  $\omega$ , рассчитать самосогласованный режим ЛБВ с учетом встречной волны, используя с необходимыми дополнениями алгоритм расчета возбуждения ЦСР, описанный в разд. 1.1.

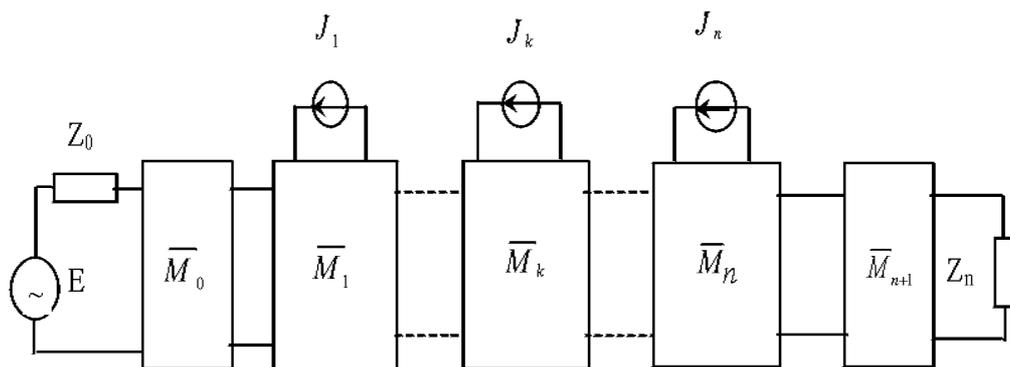


Рис. 3. Схема ЦСР с эквивалентными шестиполусниками

Уравнения движения и расчет наведенных токов проводятся по уравнениям, приведенным в разд. 1.2. В этой модели для оптимизации используется распределение коэффициентов фаз шестиполусников вдоль ЦСР, для аппроксимации применен аппарат атомарных функций, подробное описание которого дано в разд. 3.

### 5. Математическое моделирование нерегулярных ламп обратной волны на ЦСР

В мощных лампах обратной волны с продольным взаимодействием (ЛОВ-О) применяются замедляющие системы, состоящие из цепочек связанных резонаторов [25]. Используются, как правило, регулярные ЦСР, однако электронный КПД таких ЛОВ невелик — 5–20% [26]. Ниже сформулирована математическая модель нерегулярной ЛОВ-О на ЦСР.

ЦСР моделируется цепочкой контуров с трансформаторной связью, с положительной взаимной индуктивностью. В качестве эквивалентной схемы, моделирующей объемный резонатор, используется шестиполусник (рис. 4). Выходное устройство с сопротивлением  $Z_0$  подключено через регулярную линию передачи (со стороны пушки) к согласующему П-образному четырехполуснику;  $\bar{M}_0, \bar{M}_1, \dots, \bar{M}_n$  — неидентичные шестиполусники, моделирующие активные ячейки ЦСР;  $\bar{M}_{n+1}$  — согласующий П-образный четырехполусник, служит для согласования нагрузки  $Z_n$  (со стороны коллектора) с выходным сопротивлением  $n$ -го активного резонатора (см. рис. 3, источник сигнала  $E$  необходимо исключить). Схема шестиполусника в обобщенном виде приведена на рис. 4.

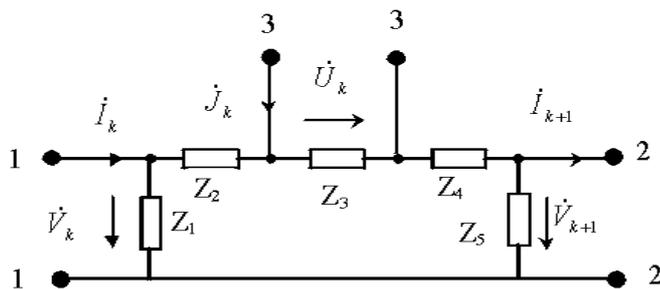


Рис. 4. Схема шестиполусника

При расчете ЛОВ использовалась методика оптимизации закона распределения вдоль ЛОВ коэффициентов фаз шестиполусников, разд. 3. Для аппроксимации распределения коэффициентов фаз шестиполусников применяется аппарат атомарных функций. При оптимизации,

как предусмотрено в математической модели расчета ЛОВ, на каждой итерации проводится синтез электрических параметров эквивалентной схемы ЦСР и определяются электрические параметры эквивалентной схемы ( $L, C, f_r$ ) (см. разд. 4.).

Как указывалось, в данной работе в модели ЛОВ выбрана согласованная ЦСР: на входе устройство с сопротивлением  $Z_0$ , с другой стороны (коллекторной) нагрузка с сопротивлением  $Z_n$ . Режим самовозбуждения на определенной частоте достигается, когда поле на коллекторном конце замедляющей системы стремится к нулю, т.е. при:

$$U(Z_n)=0. \quad (20)$$

При выполнении (20) энергия электронного пучка преобразуется, в основном, в энергию встречной волны.

### Алгоритм расчета ЛОВ

1. Для принятой эквивалентной схемы ЦСР, анализируя дисперсионную характеристику, выбираем участок с отрицательной дисперсией и определяем сдвиг фазы волны на ячейку ЗС  $\varphi$ , ускоряющее напряжение  $U_0$ . Задаем длину волны генерируемых колебаний  $\lambda_g$  и определяем примерную длину  $\ell$  ячейки ЦСР:

$$\ell = \lambda_g \beta_0 \varphi / 2\pi, \quad (21)$$

где  $\beta_0 = v_0 / c$ .

2. С учетом (20) проводится оптимизация данного варианта на максимум электронного КПД и выходной мощности. Оптимизируются  $\ell$  — длина ячейки ЦСР и сдвиг фазы  $\varphi$ . Для оптимизации регулярных ЛОВ  $\ell$  и  $\varphi$  для каждой ячейки задаются одинаковыми. В процессе оптимизации определяются электрические параметры эквивалентной схемы ( $L, C, f_r$ ).

3. Изменяя дискретно  $I_0$  и рассчитывая режим работы ЛОВ для каждого значения  $I_0$  определяем пусковой ток  $I_s$ , при котором начинается самовозбуждение ЛОВ.

4. Для расчета электронной перестройки частоты при изменении ускоряющего напряжения  $U$  используются ранее найденные (п. 2) электрические параметры ЦСР и длины ячеек ЗС. Для другого значения  $U_0'$  значение частоты  $f_g'$  генерируемых колебаний неизвестно. Поэтому предлагается следующий приближенный метод определения зависимости  $f_g'$  от  $U_0'$  с использованием дисперсионного уравнения эквивалентной схемы цепочки контуров с трансформаторной связью [25]:

$$\lambda = \lambda_r \sqrt{1 + K_{co} \cos \varphi \cos \theta}, \quad (22)$$

где  $K_{co}$  — коэффициент связи между смежными контурами;  $\lambda_r$  — резонансная длина волны контура эквивалентной схемы, которая известна после выполнения п. 2;  $\theta$  — угол поворота смежных диафрагм.

а) Неизвестна постоянная распространения  $\gamma$  электромагнитной (ЭМ) волны в ЦСР. Ее можно найти из расчетов на опорной частоте  $f_g$  следующим образом. Определяем сумму коэффициентов фаз эквивалентных шестиполюсников:  $\varphi_s = \sum_{i=1}^M \varphi_i$ , полную длину ЦСР  $\ell_s$ , с учетом длин резонаторов. Вычисляем постоянную распространения ЭМ волны:  $\gamma = \varphi / \ell_s$  и определяем фазовую скорость ЭМ волны  $v_f = \omega / \gamma$  или относительную фазовую скорость  $\beta_f = v_f / c$ .

б) Как известно, возбуждение ЛОВ выполняется на частоте, соответствующей фазовой скорости  $v_f$  ЭМ волны, близкой к  $v_0$ . Для обеспечения усиления и генерации в ЛОВ должно

выполняться  $v_0 > v_f$ . Введем коэффициент  $K_f$ , учитывающий отличие фазовой скорости ЭМ волны от скорости электронов:  $K_f = \beta_f / \beta_0$ . Считая его постоянным для разных частот при изменении  $U_0'$ , (хотя это не совсем так), определим относительную фазовую скорость волны  $\beta_f'$  для нового  $\beta_0'$  так:  $\beta_f' = K_f \beta_0'$ .

в) С изменением  $f_g'$  изменяется и коэффициент фазы  $\varphi'$  шестиполосников, и для его определения, используя (21), (22), решаем для каждого шестиполосника нелинейное уравнение

$$\frac{1}{\beta_f'} - \frac{\varphi_i'}{2\pi\ell} \sqrt{1 + K_s \cos \varphi_i' \cos \theta} = 0. \quad (23)$$

Определяем суммарный набег фазы на цепочке шестиполосников  $\varphi_s' = \sum_{i=1}^n \varphi_i'$  на частоте  $f_g'$ .

г) Рассчитываем частоту генерируемых колебаний для напряжения  $U_0'$ :

$$f_g' = \beta_f' \varphi_s' c / (2\pi\ell_s). \quad (24)$$

После этого рассчитывается режим работы ЛОВ на частоте  $f_g'$  для заданного  $U_0'$  и определяются электронный КПД  $\eta_e$  и мощность выходного сигнала  $P_w$  на согласованной нагрузке  $Z_0$  или волновой КПД  $\eta_w$ . Описанная методика подходит для расчетов как регулярных, так и нерегулярных ЛОВ [9, 10, 18].

## 6. Результаты расчетов

Приведенная в разд. 1 математическая модель ЛБВ с использованием четырехполосников использовалась для расчетов регулярных и нерегулярных ЛБВ [2-4, 7, 10]. Приведенные ниже варианты рассчитаны для ускоряющего напряжения 5 кВ ( $v_0/c=0,14$ ), радиус пролетного канала  $R_0=0,15$  см, радиус электронного луча  $r_0=0,08$  см, число резонаторов  $M$  равно 8, длины зазоров одинаковы и равны  $L_k=0,1$  см, частота входного сигнала — 3 ГГц. Ток ЭП и количество лучей задавались для каждого варианта отдельно. Проведено исследование влияния встречной волны на процессы группировки [2]. Основные результаты следующие: оптимизация ЛБВ с нерегулярной замедляющей системой и однолучевым ЭП ( $N_e = 1$ ), ток луча  $I_0 = 0,2$  А, входное сопротивление ЗС  $Z_0=800$  Ом, КПД на попутной волне  $\eta_\Sigma=0,65$ ;  $P_{\text{вх}}=68,2$  Вт, коэффициент усиления  $K_p=9,9$  дБ.

Следует отметить, что влияние встречной волны приводит не только к изменению фаз, но и уменьшает напряжения на зазорах резонаторов. В результате эффективность взаимодействия электронного луча и волны падает:  $\eta_\Sigma=0,39$  при  $P_{\text{вх}}=68,2$  Вт. Поэтому для увеличения эффективности взаимодействия был увеличен уровень входного сигнала до 96 Вт, что привело к увеличению КПД до уровня 0,60. Оптимизация мощной ЛБВ с нерегулярной замедляющей системой с суммарным током электронных лучей  $I_0=1,5$  А, число лучей  $n_f=7$ . Без учета встречной волны получен волновой КПД  $\eta_\Sigma = 0,543$ , мощность входного сигнала  $P_{\text{вх}}=184$  Вт, коэффициент усиления  $K_p=13,5$  дБ. Входное сопротивление четырехполосника  $Z_0=400$  Ом. Характеристические сопротивления  $Z_k^I$  четырехполосников следующие: 400, 532, 349, 315, 278, 504, 537, 2159, 2842 Ом.

С учетом встречной волны этот вариант обеспечивает волновой КПД  $\eta_\Sigma=0,664$ , при  $P_{\text{вх}}=634$  Вт, коэффициент усиления  $K_p=9$  дБ. В этом варианте встречная волна также значительно уменьшает напряжения на зазорах резонаторов, что вызвало необходимость значительного

повышения уровня входного сигнала до 634 Вт [2]. Проведено исследование влияния встречной волны на процессы группировки в полосе частот [3, 10]. На варианте ЛБВ с КПД 75 % (длина волны 10 см) установлено, что встречная волна значительно изменяет частотные характеристики, они становятся неравномерными, полоса частот усиления уменьшается и может составлять 5–8 %, усиление по мощности 5–15 дБ. Установлены причины неравномерности АЧХ [3, 10]. Проводились расчеты односекционных регулярных и нерегулярных ЛБВ на ЦСР на длине волны  $\lambda=0,8$  см опорного сигнала [4, 10]. Ускоряющее напряжение  $U_o = 30 \text{ кВ}$ , ток электронного луча  $I_o=0,5$  А, радиус луча — 0,02 см, радиус трубки дрейфа — 0,05 см, длины зазоров одинаковы и равны 0,05 см. При числе резонаторов 40 коэффициент усиления  $K_p=30$  дБ, но электронный КПД с учетом встречной волны невысокий:  $\eta_e = 0,16$ . Уменьшение числа резонаторов приводит к положительным результатам. При числе резонаторов  $N=15$  с учетом встречной волны получен электронный КПД  $\eta_e = 0,39$ , коэффициент усиления  $K_p=15$  дБ. При числе активных резонаторов  $N=12$  с учетом встречной волны получен электронный КПД  $\eta_e = 0,52$ , при  $N=10$  расчетный электронный КПД составил  $\eta_e = 0,78$  [4, 10].

Проведены расчеты нерегулярных ЛБВ на волнообразно изогнутых прямоугольных волноводах — TWT-WB в ММ-диапазоне [10, 19, 20],  $\lambda=0,8$  см,  $U_o = 30 \text{ кВ}$ , радиус луча — 0,015 см, радиус трубки дрейфа — 0,03 см, размеры волновода  $a=0,65$  см,  $b=0,05$  см, длина зазора  $d=b=0,05$  см. При числе зазоров  $N=18-22$ , токе луча  $I_o=1-2$  А (в разных вариантах) получен расчетный электронный КПД  $\eta_e = 0,29-0,51$ , коэффициент усиления  $K_p = 9-22$  дБ, полоса частот усиления 6–10 %. Релятивистские TWT WB [10, 19, 20]  $U_o=500$  кВ,  $I_o=100$  А, длина волны входного сигнала  $\lambda=3$  см, размеры волновода  $a=3,5$  см,  $b=d=1$  см. Для числа зазоров  $N=33$  получен электронный КПД  $\eta_e=0,58$ , коэффициент усиления  $K_p = 23,8$  дБ. При  $N=31$  получен электронный КПД  $\eta_e=0,597$ , коэффициент усиления  $K_p = 17,4$  дБ. Для  $\lambda=6$  см,  $U_o=500$  кВ,  $I_o=100$  А,  $a=4,8$  см,  $b=d=1$  см, числа зазоров  $N=17$  получен расчетный электронный КПД  $\eta_e=0,652$ , коэффициент усиления  $K_p = 14,7$  дБ, полоса частот усиления доходит до 30 %.

Оптимизация мощной ЛОВ [9, 10, 18] на нерегулярной ЗС СМ-диапазона ( $f_g=3$  ГГц) — ускоряющее напряжение  $U_o=10$  кВ, ток электронного пучка  $I_o=1,5$  А, количество электронных лучей  $N_L=7$ , радиус трубки дрейфа  $r_l=0,15$  см, радиус электронного луча  $r_o=0,08$  см, при числе активных резонаторов  $N=7$  получен электронный КПД  $\eta_e=0,47$ . В гибридной схеме ЛОВ-ЛБВ получен расчетный электронный КПД  $\eta_e=0,68$ .

### Заключение

Сформулированные [1–20] и описанные в данной работе математические модели нерегулярных ЛБВ, ЛОВ на ЦСР, TWT WB позволяют эффективно провести оптимизацию с небольшим числом параметров и получить варианты приборов с расчетным электронным КПД 60–78 %.

## MODELING AND OPTIMIZATION OF IRREGULAR HIGHLY EFFECTIVE TWT, BWO OF THE O-TYPE

A.V. AKSENCHYK

### Abstract

The self-consistent mathematical models of the coupled-cavity TWT, BWO, the TWT on the wavy bent rectangular waveguide with use equivalent quadripoles and sixpoles are formulated. The backward waves, the forces of a space charge and distributed losses in a waveguide are taken into ac-

count. The relativistic equations of motion in models are used. The atomic functions for approximation of distribution of coefficients of phases are applied. It is shown, that a TWT, BWO can have calculated electronic efficiency 50–78 %.

### Литература

1. Аксенчик А.В., Кураев А.А. // Радиотехника и электроника. 1992. Т.37, №9. С.1654–1658.
2. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Навроцкий А.А., Сеницын А.К. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2000. Т.5, №2. С.28–34.
3. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. // Радиотехника. 2001. №4. С.21–26.
4. Аксенчик А.В., Кравченко В. Ф., Кураев А.А., Сеницын А.К. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2001. Т.6, №1. С.43–47.
5. Аксенчик А.В. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2001. Т.6, №4. С.27–32.
6. Аксенчик А.В. // Весці НАН Беларусі. Серыя фіз.-тэхн. навук. 2002. №1. С.55–63.
7. Аксенчик А.В. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2002. Т.7, №3. С.42–53.
8. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2002. Т.7, №6. С.50–57.
9. Аксенчик А.В. // Весці НАН Беларусі. Серыя фіз.-тэхн. навук. 2003. №1. С.72–80.
10. Аксенчик А.В., Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ с дискретным взаимодействием (теория и оптимизация). Мн: Бестпринт, 2003.–376 с.
11. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. // Материалы 9-й Междунар. Крымской микроволновой конференции КрыМиК'о 99. Севастополь, 1999. С.125–126.
12. Aksenchyk A.V., Kurayev A.A., Sinitsyn A.K. // International Vacuum Electronics Conference 2000, DoubleTree Hotel Monterey, California, May 2-4. California, 2000. P.24–25.
13. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. // Материалы 10-ой Междунар. Крымской микроволновой конференции КрыМиК'о 2000. Севастополь, 2000. С.181–182.
14. Aksenchyk A.V., Kurayev A.A., Sinitsyn A.K. // 2-nd IEEE International Vacuum Electronics Conference 2001, Huis ter Duin, Noordwijk The Netherlands, April 2-4, 2001. Noordwijk, 2001. P.24–25.
15. Aksenchyk A.V. // Fourth International Kharkov Symposium "Physics and Engineering of Millimeter and Submillimeter Waves" Kharkov, Ukraine, June 4-9, 2001. Kharkov, 2001. P.262–264
16. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. // Материалы 11-й Международной Крымской микроволновой конференции КрыМиК'о 2001. Севастополь, 2001. С. 184–185.
17. Aksenchyk A.V., Kurayev A.A., Sinitsyn A.K. // Third IEEE International Vacuum Electronics Conference 2002, DoubleTree Hotel Monterey, California, April 23-25, 2002. California, 2002. P.98–99.
18. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. // Материалы 12-й Междунар. Крымской микроволновой конференции КрыМиК'о 2002, Севастополь, 2002. С. 188–189.
19. Аксенчик А.В., Кураев А.А. // Материалы 13-й Междунар. Крымской микроволновой конференции КрыМиК'о 2003, Севастополь, 2003. С. 182–183.
20. Aksenchyk A.V., Kurayev A.A. // Forth IEEE International Vacuum Electronics Conference 2003, Korea, Seoul, May 29-31, 2003. Seoul, 2003. P.56–57.
21. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1967. 460 с.
22. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей. М.: Высш. шк., 1987. с.124–190.
23. Кураев А.А. Теория и оптимизация электронных приборов СВЧ. Мн.: Наука и техника, 1979. 336 с.
24. Кравченко В.Ф., Рвачев В.А., Рвачев В.Л. // Радиотехника и электроника. 1995. № 9. С. 1385–1406.
25. Тараненко З.И., Трохименко Я.К. Замедляющие системы. Киев: Техника, 1965. 308 с.
26. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970. 584 с.