

УДК 621.385

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ГИРО-ЛБВ НА НЕРЕГУЛЯРНОМ КОАКСИАЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

С.В. КОЛОСОВ, А.А. КУРАЕВ, А.А. ЛАВРЕНОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 19 апреля 2003

В статье приведена теория возбуждения волны H_{01} в нерегулярном коаксиальном волноводе, основанная на методе преобразования координат. Как пример использования этой теории приведены результаты оптимизации нерегулярной Гиро-ЛБВ.

Ключевые слова: теория возбуждения волны, Гиро-ЛБВ, оптимизация.

Уравнения возбуждения нерегулярного коаксиального волновода

Общая теория возбуждения произвольно-нерегулярного коаксиального волновода ($b_1=b_1(z,\varphi)$, $b_2=b_2(z,\varphi)$) развита в [1], где использован метод преобразования координат [2]. Там b_1 — радиус внутренней поверхности коаксиального волновода, а b_2 — радиус внешней поверхности. Мы воспользуемся тем же методом и введем аналогичное [1] преобразование координат:

$$\rho = 0,5 + \frac{r - b_1}{2(b_2 - b_1)} = \frac{r - 2b_1 + b_2}{2(b_2 - b_1)} \text{ или } r = \rho 2(b_2 - b_1) + 2b_1 - b_2. \quad (1)$$

Тогда в новой системе координат уравнения Максвелла для волны H_{01} могут быть записаны следующим образом [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{V} \left(\frac{dH'_\rho}{dz} - \frac{dH'_z}{d\rho} \right) \vec{a}_2 &= \epsilon_0 \frac{dE'_\varphi}{dt} \vec{a}^2 + J'_\varphi \vec{a}^2, \\ \frac{1}{V} \left(-\frac{dE'_\varphi}{dz} \vec{a}_1 + \frac{dE'_\varphi}{d\rho} \vec{a}_3 \right) &= -\mu_0 \left(\frac{dH'_\rho}{dt} \vec{a}^1 + \frac{dH'_z}{dt} \vec{a}^3 \right). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь $V = \vec{a}_1 [\vec{a}_2 \cdot \vec{a}_3]$. В новой системе координат азимутальная вспомогательная компонента электрической напряженности поля ($\rho \in [0,5;1]$) примет вид

$$\vec{E}'_\varphi = A \dot{e}_\varphi e^{j\omega t} = A j \left[\frac{J'_0(\chi_{01}\rho)}{J'_0(\chi_{01}/2)} - \frac{N'_0(\chi_{01}\rho)}{N'_0(\chi_{01}/2)} \right] e^{j\omega t}, \quad (5)$$

где χ_{01} — корень дисперсионного уравнения $\frac{J'_0(\chi_{01})}{J'_0(\chi_{01}/2)} - \frac{N'_0(\chi_{01})}{N'_0(\chi_{01}/2)} = 0$, $\chi_{01} = 4,39428$.

Умножив первое уравнение (4) на \vec{a}^2 , второе на \vec{a}^1 , а затем на \vec{a}^3 , получим следующие контравариантные компоненты уравнений Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H'_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H'_z}{\partial \rho} &= V \left\{ \varepsilon_0 \frac{\partial E'_\varphi}{\partial t} g^{22} + J'_\varphi g^{22} \right\}, \\ -\frac{\partial E'_\varphi}{\partial z} &= -\mu_0 V \left\{ \frac{\partial H'_\rho}{\partial t} g^{11} + \frac{\partial H'_z}{\partial t} g^{13} \right\}, \\ \frac{\partial E'_\varphi}{\partial \rho} &= -\mu_0 V \left\{ \frac{\partial H'_\rho}{\partial t} g^{13} + \frac{\partial H'_z}{\partial t} g^{33} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Здесь $g^{22} = \bar{a}^2 \bar{a}^2$, $g^{11} = \bar{a}^1 \bar{a}^1$, $g^{13} = \bar{a}^1 \bar{a}^3$, $g^{33} = \bar{a}^3 \bar{a}^3 = 1$ — составляющие метрического тензора G . Полученную систему уравнений можно разрешить относительно азимутальной составляющей электрического поля E'_φ . При этом получим следующее уравнение:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 E'_\varphi}{\partial z^2} \frac{1}{V^2 (g^{11} - (g^{13})^2)} - \frac{\partial E'_\varphi}{\partial z} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{V (g^{11} - (g^{13})^2)} \right) - \frac{\partial^2 E'_\varphi}{\partial \rho \partial z} \frac{g^{13}}{V^2 (g^{11} - (g^{13})^2)} + \frac{\partial^2 E'_\varphi}{\partial \rho^2} \frac{1}{V^2} - \\ \frac{\partial E'_\varphi}{\partial z} \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{g^{13}}{V (g^{11} - (g^{13})^2)} \right) = -(m\omega_0)^2 \mu_0 \varepsilon_0 g^{22} E'_\varphi + g^{22} J'_\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Физические компоненты напряженности электрического поля будут пересчитываться через вспомогательные напряженности E в преобразованной системе координат по формулам [1]

$$\left. \begin{aligned} E_{\varphi real} &= \text{Re} \left(E'_\varphi \rho |\bar{a}_\varphi| e^{j\omega t} \right) = \text{Re} \left(\dot{A} \frac{\dot{e}_\varphi \rho}{2(b_2 - b_1) \tilde{\rho}} e^{j\omega t} \right), \\ \vec{H}_{real} &= \text{Re} \left(H'_\rho \cdot \bar{a}^\rho + H'_z \cdot \bar{a}_z \right), \\ H_{r real} &= \text{Re} \left(\frac{1}{jm\omega_0 \mu_0 2(b_2 - b_1)} \left[\frac{\partial \dot{A}}{\partial z} \frac{\dot{e}_\varphi}{\tilde{\rho}} - \dot{A} \frac{\partial \dot{e}_\varphi}{\partial \rho} \frac{g^{13}}{\tilde{\rho}} \right] \right), \\ H_{z real} &= \text{Re} \left(\frac{-1}{jm\omega_0 \mu_0} \frac{\dot{A}}{\tilde{\rho}} \frac{\partial \dot{e}_\varphi}{\partial \rho} (g^{11} + (g^{13})^2) \right). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь $\tilde{\rho} = \rho + \frac{2b_1 - b_2}{2(b_2 - b_1)}$. Введем безразмерные переменные следующим образом:

$$\dot{A}_m = \frac{\eta_0 \dot{A}}{c^2}, \quad z = Z \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad b = B \frac{2\pi}{\lambda_0}.$$

В соответствии с неполным методом Галеркина умножим уравнение (7) на $\dot{e}_\varphi^* e^{-jm\omega_0 t}$ и проинтегрируем левую и правую части уравнений по поперечному сечению и периоду ВЧ поля. В итоге получим следующее уравнение в нормированных переменных:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 \dot{A}_m}{dz^2} \cdot I_{111} + \frac{d \dot{A}_m}{dz} \cdot \left\{ -2 \left(I_{012} \frac{b'_2 - b'_1}{b_2 - b_1} + I_{112} \tilde{\rho}' \right) \right\} + \\
& \left. \begin{aligned}
& I_{112} \left[-\frac{3(b'_2 - b'_1) \tilde{\rho}'}{b_2 - b_1} - \tilde{\rho}'' + \frac{\tilde{\rho}'}{b_2 - b_1} + \frac{2(b'_2 - b'_1)^2}{b_2 - b_1} \tilde{\rho}' \right] + I_{212} (\tilde{\rho}')^2 + I_{012} \left[-\frac{b'_2 - b'_1}{b_2 - b_1} + \frac{2(b'_2 - b'_1)^2}{(b_2 - b_1)^2} \right] - \\
& I_{212} \frac{1 + 4(b_2 - b_1)^2 (\tilde{\rho}')^2}{4(b_2 - b_1)^2} + I_{113} \left[\frac{1 + 4(b_2 - b_1)^2 (\tilde{\rho}')^2}{4(b_2 - b_1)^2} + \frac{(b'_2 - b'_1)(2b_1 - b_2)}{2(b_2 - b_1)^3} \right] + I_{013} \frac{2(b'_2 - b'_1) \tilde{\rho}'}{b_2 - b_1} + m^2 I_{111}
\end{aligned} \right\} = \quad (9) \\
& - \frac{j m \sigma}{n_e \pi} \sum_{i=1}^{n_e} \dot{e}_{\varphi i}^* \frac{\beta_{\varphi i} \rho_i}{\beta_{z i} r_i} e^{-j m T_{i j}}.
\end{aligned}$$

Здесь $\sigma = I_0 \eta_0 \mu_0 / c = I_0 [A] \cdot 0,73723 \cdot 10^{-3}$ — токовый параметр; $\beta_{\varphi} = v_{\varphi} / c$, $\beta_z = v_z / c$ — нормированные азимутальная и продольная скорости электронов; n_e — число электронов на ларморовской орбите; $m = \omega / \omega_0$ — относительная рабочая частота; $T = \omega_0 t$. В уравнение (9) входят следующие интегралы от базисных функций:

$$\left. \begin{aligned}
I_{111} &= \int_{0.5}^1 \frac{\dot{e}_{\varphi} \dot{e}_{\varphi}^* \rho d \rho}{\tilde{\rho}}, \quad I_{012} = \int_{0.5}^1 \frac{\partial \dot{e}_{\varphi}}{\partial \rho} \dot{e}_{\varphi}^* \rho d \rho, \quad I_{112} = \int_{0.5}^1 \frac{\partial \dot{e}_{\varphi}}{\partial \rho} \dot{e}_{\varphi}^* \rho d \rho}{\tilde{\rho}}, \\
I_{212} &= \int_{0.5}^1 \frac{\partial \dot{e}_{\varphi}}{\partial \rho} \dot{e}_{\varphi}^* \rho d \rho}{\tilde{\rho}^2}, \quad I_{113} = \int_{0.5}^1 \frac{\partial^2 \dot{e}_{\varphi}}{\partial \rho^2} \dot{e}_{\varphi}^* \rho d \rho}{\tilde{\rho}}, \quad I_{013} = \int_{0.5}^1 \frac{\partial^2 \dot{e}_{\varphi}}{\partial \rho^2} \dot{e}_{\varphi}^* \rho d \rho.
\end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Интегралы I_{012} и I_{013} могут рассчитываться один раз при запуске программы расчета, а остальные интегралы приходится пересчитывать на каждом шаге интегрирования дифференциальных уравнений, так как они являются функциями от продольной координаты.

Волновой КПД волны H_{01} в нормированных параметрах определяется так:

$$\eta_w = \frac{R_0 \pi I_{111}}{(1 - R_0) m \sigma} \operatorname{Im} \left(\dot{A}_m \frac{d \dot{A}_m^*}{dz} \right). \quad (11)$$

Здесь $R_0 = \sqrt{1 - \beta_0^2}$ — релятивистский фактор.

Начальные условия для уравнения возбуждения (9) можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned}
\operatorname{Re}(\dot{A}_m(0)) &= \sqrt{\frac{K_{in}(1 - R_0) m \sigma}{R_0 \pi I_{111} v}}, \quad \operatorname{Im}(\dot{A}_m(0)) = 0, \\
\operatorname{Re}\left(\frac{d \dot{A}_m(0)}{dz}\right) &= 0, \quad \operatorname{Im}\left(\frac{d \dot{A}_m(0)}{dz}\right) = -v \operatorname{Re}(\dot{A}_m(0))
\end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Входящие в (12) параметры определяются следующим образом:

$$K_{in} = P_{in} / V_0 I_0 \quad \text{— параметр входной мощности; } v^2 = m^2 - \frac{I_{212} - I_{113}}{4(b_2 - b_1)^2 I_{111}}.$$

Для правой границы можно ввести коэффициент отражения волны по формуле

$$\dot{\Gamma}_2 = - \frac{\frac{d\dot{A}_m}{dz} + j\nu \dot{A}_m}{\frac{d\dot{A}_m}{dz} - j\nu \dot{A}_m}. \quad (13)$$

Уравнения движения i -й заряженной частицы в поле H_{01} волны нерегулярного коаксиального волновода и неоднородном магнитостатическом поле имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\beta_{xi}}{dz} &= -\frac{R_i}{\beta_{zi}} [\bar{E}_{xi} + \beta_{yi} F - \beta_{zi} (\bar{H}_{yi} + F_{yi}) - \beta_{xi} (\beta_{xi} \bar{E}_{xi} + \beta_{yi} \bar{E}_{yi} + \beta_{zi} \bar{E}_{zi})], \\ \frac{d\beta_{yi}}{dz} &= -\frac{R_i}{\beta_{zi}} [\bar{E}_{yi} - \beta_{xi} F + \beta_{zi} (\bar{H}_{xi} + F_{xi}) - \beta_{yi} (\beta_{xi} \bar{E}_{xi} + \beta_{yi} \bar{E}_{yi} + \beta_{zi} \bar{E}_{zi})], \\ \frac{d\beta_{zi}}{dz} &= -\frac{R_i}{\beta_{zi}} [\bar{E}_{zi} + \beta_{xi} (\bar{H}_{yi} + F_{yi}) - \beta_{yi} (\bar{H}_{xi} + F_{xi}) - \beta_{zi} (\beta_{xi} \bar{E}_{xi} + \beta_{yi} \bar{E}_{yi} + \beta_{zi} \bar{E}_{zi})], \\ \frac{dx_i}{dz} &= \beta_{xi} / \beta_{zi}, \quad \frac{dy_i}{dz} = \beta_{yi} / \beta_{zi}, \quad \frac{dT_i}{dz} = 1 / \beta_{zi} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} R_i &= \sqrt{1 - \beta_{xi}^2 - \beta_{yi}^2 - \beta_{zi}^2}, \quad F(z) = \frac{\mu_0 e H_z^0(z)}{\omega_0}, \\ \beta_{\varphi i} &= -\beta_{xi} \sin(\varphi_i) + \beta_{yi} \cos(\varphi_i), \\ F_{xi} &= -\frac{r_i}{2} \frac{dF}{dz} \cos \varphi_i, \quad F_{yi} = -\frac{r_i}{2} \frac{dF}{dz} \sin \varphi_i, \\ r_i &= \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \quad \varphi_i = \arctg(y_i / x_i), \\ \bar{E}_{xi} + j\bar{E}_{yi} &= -\bar{E}_{\varphi i} \sin \varphi_i + j\bar{E}_{\varphi i} \cos \varphi_i, \\ \bar{E}_{\varphi i} &= \text{Re} \left(\frac{\rho}{r} \dot{A}_m \dot{e}_{\varphi} e^{jmT} \right), \\ \bar{H}_{xi} + j\bar{H}_{yi} &= \bar{H}_{ri} \cos \varphi_i + j\bar{H}_{ri} \sin \varphi_i, \\ \bar{H}_{ri} &= \text{Im} \left(\frac{d\dot{A}_m}{dz} \dot{e}_{\varphi} \cdot e^{jmT} - \dot{A}_m \frac{\partial \dot{e}_{\varphi}}{\partial \rho} \left(\frac{b'_2 - b'_1}{b_2 - b_1} \tilde{\rho} + \tilde{\rho}' \right) e^{jmT} \right) / (2m(b_2 - b_1)), \\ \bar{H}_{zi} &= \text{Im} \left(\dot{A}_m \frac{\partial \dot{e}_{\varphi}}{\partial \rho} \right) / (4m(b_2 - b_1)^2) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Начальные условия к системе уравнений (14) при отсутствии начальной модуляции электронного потока могут быть заданы в виде

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i(0) &= \frac{2\pi}{N}(i-1), \beta_{xi} = -\beta_{\perp 0} \sin \varphi_i(0), \\ \beta_{yi}(0) &= \beta_{\perp 0} \cos \varphi_i(0), \beta_{zi}(0) = \beta_{z0}, \\ \beta_{z0} &= \beta_0 / \sqrt{1+q^2}, \beta_{\perp 0} = \beta_{z0}q; \\ x_i(0) &= r_{vc} + \beta_{\perp 0} / (F(0)R_0) \cos \varphi_i, \\ y_i(0) &= \beta_{\perp 0} / (F(0)R_0) \sin \varphi_i, \\ T_i &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

"Электронный" КПД в использованных обозначениях определяется как

$$\eta_e(z) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \frac{1 - R_0 / R_i(z)}{1 - R_0} \quad (17)$$

На базе приведенной выше теории была создана программа расчета и оптимизации ги-рорезонансных приборов на нерегулярном коаксиальном волноводе.

Результаты расчетов

Вначале была проведена оптимизация Гиро-ЛБВ с регулярным коаксиальным волново-дом и получены следующие параметры: $V_0=450$ кВ; $I_0=540$ А; $q=v_t/v_z=1,5$; $K_{in}=P_{in}/V_0I_0=0,01$; $F=H/H_s=1,4714$; $g_1=2\pi b_1/\lambda=3$; $g_2=2\pi b_2/\lambda=6,36$; $l=L/\lambda=4,75$. КПД такого прибора достигает 39 %. Основные интегральные характеристики такой Гиро-ЛБВ приведены на рис. 1.

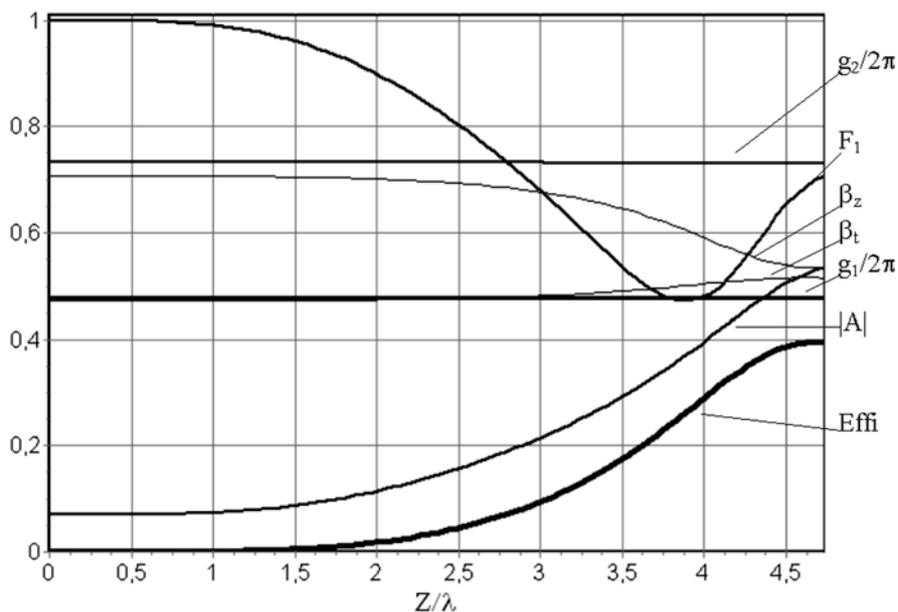


Рис. 1. Характеристики Гиро-ЛБВ с регулярным коаксиальным волноводом

На этом рисунке приведены следующие кривые: g_1 и g_2 — нормированные радиусы внутренней и внешней поверхностей коаксиального волновода; F_1 — функция группировки электронного потока; β_t и β_z — нормированные поперечная и продольная средние скорости электронов; A — амплитуда бегущей волны; Eff — КПД. Здесь показано, что электронный поток с радиусом ведущего центра r_{vc} проходит как раз посередине между внутренней g_1 и внешней g_2 поверхностями коаксиального волновода. К концу волновода наблюдается хорошая фазовая поперечная группировка электронов в сгустке (уменьшается значение функции группировки F_1) и электронный поток отдает свою энергию бегущей H_{01} волне (растет КПД), при этом растет и амплитуда бегущей волны A_m .

Поиск оптимальных распределений магнитостатического поля F , профилей внутренней и внешней поверхностей коаксиального волновода, g_1 и g_2 привел к повышению КПД до 49 %. На рис. 2 приведены интегральные характеристики этого варианта Гиро-ЛБВ.

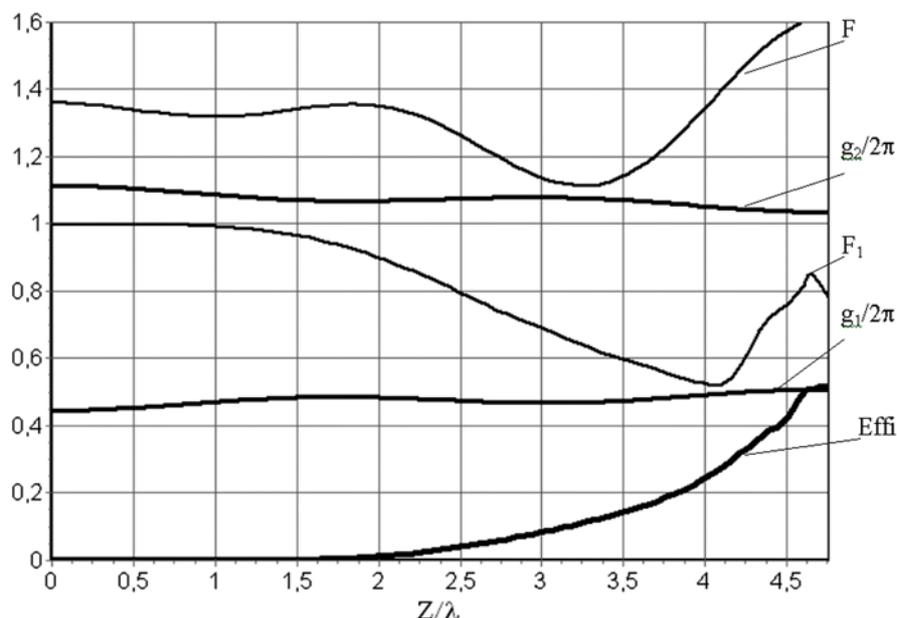


Рис. 2. Характеристики нерегулярной Гиро-ЛБВ:
 F — нормированное значение магнитостатического поля

Оптимальным профилем коаксиального волновода, как это видно из рис. 2, является расширяющийся профиль внутреннего цилиндра и сужающийся — внешнего.

Похожая картина наблюдалась и в случае просто цилиндрического волновода [4]. Там тоже оптимальным по КПД был сужающийся к концу рабочей области профиль волновода. Магнитостатическое поле при этом имеет многогорбую структуру с явным повышением к концу рабочей области, что позволяет дополнительно отобрать мощность от пучка электронов в результате преобразования продольной энергии электронов в поперечную.

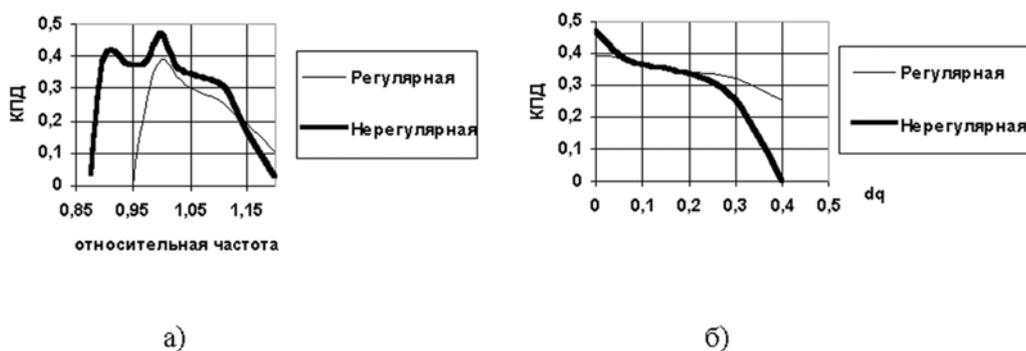


Рис. 3. Сравнительные характеристики регулярной и нерегулярной Гиро-ЛБВ. *a* — частотные характеристики Гиро-ЛБВ; *б* — влияние начального углового скоростного разброса электронов на КПД

Как видно из рис. 3, *a* нерегулярная Гиро-ЛБВ имеет более широкую полосу усиления — 27% вместо 18% для регулярной Гиро-ЛБВ.

Начальный же угловой разброс скоростей электронов имеет большее влияние на нерегулярную Гиро-ЛБВ (рис. 3, *б*), особенно при больших уровнях углового разброса скоростей электронов.

На рис. 3,б dq определяет величину полного разброса параметра $q=V_{\perp}/V_z$. При расчетах была использована 5-поточная модель электронного потока для учета углового разброса и в каждом потоке учитывалось 16 электронных крупных частиц.

THE THEORY AND CALCULATION OF GYRO-TWT ON IRREGULAR COAXIAL WAVEGUIDE

S.V. KOLOSOV, A.A. KURAYEV, A.A. LAVRENOV

Abstract

In article the theory of excitation of a wave H_{01} in irregular coaxial waveguide, based on a method of coordinates transformation is developed. As an example of use of this theory, the results of optimization irregular Gyro-TWT are given.

Литература

1. *Куряев А.А.* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз-тэхн. навук. 1999. № 4. С. 60–65.
2. *Свешников А.Г.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1959. Т. 29. С. 720–723.
3. *Kurayev A.A., Kolosov S.V., Stekolnikov A.F., et al.* // Int. J. Electronics. 1988. Vol. 65, N. 3. P. 437–462.
4. *Куряев А.А., Ковалев И.С., Колосов С.В.* Численные методы оптимизации в задачах электроники СВЧ. Мн., 1975.