

УДК 621.396.983

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ КАЛМАНОВСКОГО И МНОГОГИПОТЕЗНОГО ФИЛЬТРОВ С ОБЪЕДИНЕНИЕМ НА ВХОДЕ

С.А. ГОРШКОВ, В.А. КОНДРАТЕНОК, А.С. СОЛОНАР, М.В. КРИКЛИВЫЙ

*Военная академия Республики Беларусь
ВА РБ, Минск, 220057, Беларусь**Поступила в редакцию 29 апреля 2003*

Материалы статьи посвящены вопросам анализа ошибок измерения дискретных фильтров. Статья состоит из трех частей. В первой части описывается структура многогипотезного измерителя с межобзорной памятью гипотез (МИМПГ). Во второй части статьи приведены условия моделирования. В третьей части — результаты моделирования и их анализ. Приведены практические рекомендации относительно выбора параметров МИМПГ.

Ключевые слова: ошибки измерения, многогипотезный фильтр.

Введение

Актуальность задачи надежного сопровождения воздушных целей повышается в последнее время в связи с совершенствованием маневренных возможностей современных и перспективных летательных аппаратов (ЛА) [1, 2, 3]. Основной проблемой линейной калмановской фильтрации является смена моделей движения (МД) ЛА в случайные моменты времени. Возникающее при этом несоответствие предполагаемой априори и реальной МД приводит к появлению динамических ошибок слежения. Методы компенсации рассматриваемого явления классифицируют обычно [4] как небайесовские и байесовские.

Одноканальная небайесовская фильтрация сводится либо к адаптивному расширению полосы пропускания измерителя, либо к плавной адаптации параметров МД. Байесовская многогипотезная адаптивная фильтрация вводится для полумарковских моделей скачкообразного изменения регулярной составляющей движения цели. Использование при этом квадратичной функции стоимости приводит к структуре многогипотезного байесовского адаптивного измерителя [4]. Недостатком такого измерителя является катастрофически увеличивающееся число гипотез во времени.

Многогипотезные измерители с межобзорной памятью гипотез (МИМПГ или *interacting multiple model* — ИММ) вводятся как вариант квазиоптимальной адаптивной байесовской фильтрации [1, 2]. От предыдущего шага измерения на текущий передается фиксированное число гипотез с учетом вероятностей их взаимного перехода. Существенное снижение канальности обеспечивается также сочетанием фильтров, отличающихся видами моделей движения.

Цель статьи — провести сопоставительный анализ результатов фильтрации калмановского и МИМПГ фильтров, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из них.

Структура многогипотезного измерителя с межобзорной памятью гипотез

МИМПГ фильтр представляет собой N дискретных калмановских фильтров, настроенных на разные модели движения цели, и работающих параллельно [1, 2]. От k -го шага

измерения на $(k+1)$ -й всегда передается ровно N гипотез с учетом вероятностей их взаимного перехода $\|\pi_{lj}\|$ ($j = \overline{1, N}; l = \overline{1, N}$) из l -й смодели движения в j -ю.

Рассмотрим последовательность вычислений в МИМППГ фильтре для $(k+1)$ шага измерения (после того, как получены апостериорные плотности для k -го шага):

Определяются условные вероятности перехода $P_k(j|l, \mathbf{f}'_k)$ из l -й смодели движения в j -ю после получения k реализаций \mathbf{f}'_k отраженного от цели сигнала с учетом апостериорных вероятностей гипотез k -го шага измерения $P_k(l|\mathbf{f}'_k)$:

$$P_{k+1}(j|l, \mathbf{f}'_k) = \pi_{lj} P_k(l|\mathbf{f}'_k) / \bar{P}_{k+1}(j), \quad (1)$$

$$\text{где } \bar{P}_{k+1}(j) = \sum_{l=1}^N \pi_{lj} P_k(l|\mathbf{f}'_k). \quad (2)$$

Определяются уточненные значения апостериорных условных оценок $\alpha_k(j)$ как сумма условных оценок k -го шага фильтрации:

$$\tilde{\alpha}_k(j) = \sum_{l=1}^N \alpha_k(l) P_{k+1}(j|l, \mathbf{f}'_k), \quad (3)$$

а также условные матрицы ошибок фильтрации $\mathbf{R}_k(l)$:

$$\tilde{\mathbf{R}}_k(j) = \sum_{l=1}^N \left[\mathbf{R}_k(l) + (\alpha_k(l) - \tilde{\alpha}_k(l)) (\alpha_k(l) - \tilde{\alpha}_k(l))^\delta \right] P(j|l, \mathbf{f}'_k). \quad (4)$$

Определяются экстраполированные условные оценки $\alpha_{o(k+1)}(j)$ и соответствующие им матрицы ошибок $\mathbf{R}_{o(k+1)}(j)$. При этом используются заранее заданные для каждой из моделей движения условные динамические матрицы пересчета $\mathbf{B}(j)$ и корреляционные матрицы случайного маневра $\mathbf{M}_k(j)$ ($j = \overline{1, N}$):

$$\alpha_{o(k+1)}(j) = \mathbf{B}(j) \tilde{\alpha}_k(j), \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_{o(k+1)}(j) = \mathbf{B}(j) \tilde{\mathbf{R}}_k(j) \mathbf{B}^\delta(j) + \mathbf{M}_k(j). \quad (6)$$

Находятся условные результирующие оценки $\alpha_{k+1}(j)$ и ошибки фильтрации вектора состояния на основании новых наблюдений θ_{k+1} :

$$\alpha_{k+1}(j) = \alpha_{o(k+1)}(j) + \mathbf{K}_{\alpha(k+1)}(j) [\theta_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}(j) \alpha_{o(k+1)}(j)], \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_{k+1}(j) = [\mathbf{E} - \mathbf{K}_{\alpha(k+1)}(j) \mathbf{H}(j)] \mathbf{R}_{o(k+1)}(j), \quad (8)$$

где $\mathbf{K}_{\alpha(k+1)}(j) = \mathbf{R}_{o(k+1)}(j) \mathbf{H}_{k+1}^\delta(j) [\mathbf{H}_{k+1}(j) \mathbf{R}_{o(k+1)}(j) \mathbf{H}_{k+1}^\delta(j) + \mathbf{R}_{\theta(k+1)}]^{-1}$; $\mathbf{R}_{\theta(k+1)}$ — корреляционная матрица ошибок текущего измерения.

Вычисляются апостериорные вероятности гипотез $P_{k+1}(j|\mathbf{f}'_k)$:

$$P(j|\mathbf{f}'_{k+1}) = \frac{\bar{P}_{k+1}(j)L_{k+1}(j)}{\sum_{l=1}^N \bar{P}_{k+1}(l)L_{k+1}(l)}, \quad (10)$$

где коэффициент правдоподобия

$$L_{k+1}(j) = \frac{(2\pi)^{-m/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\theta}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}(j)\boldsymbol{\alpha}_{0(k+1)}(l))^T \mathbf{R}_{\Sigma(k+1)}^{-1}(j)(\boldsymbol{\theta}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}(j)\boldsymbol{\alpha}_{0(k+1)}(j))\right\}}{\sqrt{|\mathbf{R}_{\boldsymbol{\theta}(k+1)}| + |\mathbf{H}_{k+1}(l)\mathbf{R}_{0(k+1)}(j)\mathbf{H}_{k+1}^\circ(j)|}}, \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_{\Sigma(k+1)}(j) = \mathbf{R}_{\boldsymbol{\theta}(k+1)} + \mathbf{H}_{k+1}(j)\mathbf{R}_{0(k+1)}(j)\mathbf{H}_{k+1}^\circ(j).$$

Вычисляются безусловные оценки вектора состояния $\boldsymbol{\alpha}_{k+1}$:

$$\boldsymbol{\alpha}_{k+1} = \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\alpha}_k(j)P(j|\mathbf{f}'_{k+1}) \quad (12)$$

и корреляционной матрицы ошибок фильтрации

$$\mathbf{R}_{k+1}(j) = \sum_{j=1}^N [\mathbf{R}_{k+1}(j) + (\boldsymbol{\alpha}_{k+1}(j) - \boldsymbol{\alpha}_{k+1})(\boldsymbol{\alpha}_{k+1}(j) - \boldsymbol{\alpha}_{k+1})^\circ] P(j|\mathbf{f}'_{k+1}).$$

На рис. 1 приведена структурная схема МИМППГ фильтра при косвенном измерении координат цели. Текущая оценка вектора наблюдения $\boldsymbol{\theta}_{k+1}$ поступает во все каналы МИМППГ фильтра, которые настроены на различные МД. На выходе каналов формируются условные оценки вектора состояния $\boldsymbol{\alpha}_{k+1}(j)$ ($j = \overline{1, N}$) в соответствии с (5)–(9) по уточненным априорным данным (3), (4) с предыдущего шага измерений. Устройство расчета вероятностей осуществляет расчет апостериорных вероятностей МД (10) и вероятностей перехода одной модели в другую (1), (2). Полученные вероятности (10) подаются на весовой сумматор для вычисления безусловной оценки вектора состояния (12).

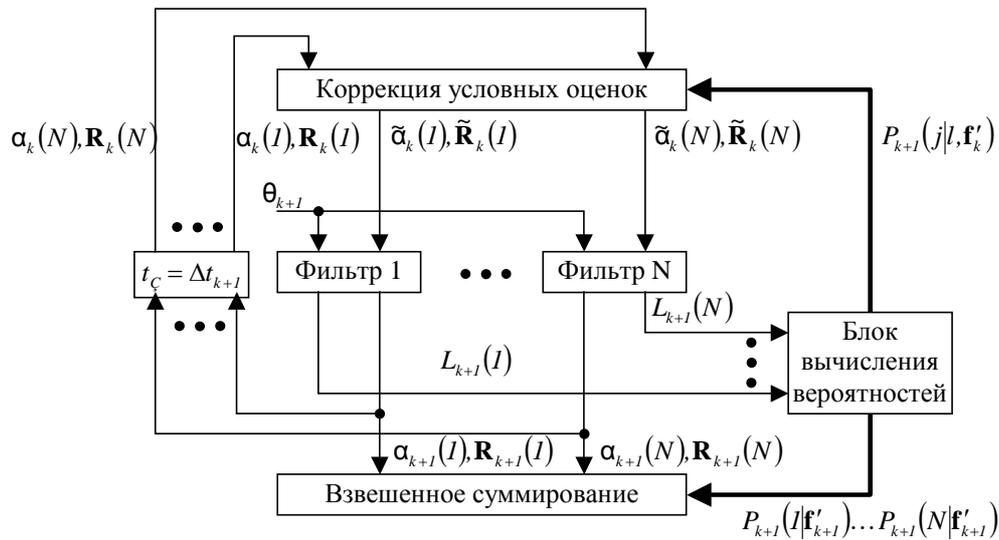


Рис. 1. Структурная схема измерителя с межобзорной памятью гипотез

Условия проведения эксперимента

Для формирования входного воздействия был смоделирован процесс первичных измерений в двухкоординатной радиолокационной станции кругового обзора (РЛС КО) с периодом обзора 5 с. Вектор наблюдаемых параметров $\theta = \|r, \beta\|^T$ включал дальность до цели и ее азимут. СКО гауссовских ошибок текущего оценивания дальности и азимута равнялись 30 м и 0,3 град, соответственно. Скорость цели была постоянной и равнялась 300 м/с. Однако с 47-го шага моделирования по 108-й моделировался маневр интенсивностью вначале 5g, а затем минус 5g. Оценки полярных координат r_{fk} и β_{fk} преобразовывались в прямоугольные x_{fk} и z_{fk} , которые приближенно считались независимыми.

Для сопоставления рассматривались четыре фильтра:

фильтр Калмана для МД первого порядка с вектором наблюдаемых параметров $\alpha = \|z, \dot{z}, x, \dot{x}\|^T$ и дисперсией случайного маневра 0,014;

фильтр с коррелированными приращениями первого порядка (МД по Сингеру [4]) с вектором наблюдаемых параметров $\alpha = \|z, \dot{z}, \ddot{z}, x, \dot{x}, \ddot{x}\|^T$, дисперсией случайного маневра 1 и временем корреляции 25 с;

фильтр Калмана для МД второго порядка, с вектором наблюдаемых параметров $\alpha = \|z, \dot{z}, \ddot{z}, x, \dot{x}, \ddot{x}\|^T$ и дисперсией случайного маневра 0,01;

МИМППГ, включающий в себя фильтры 1–3. Исходные вероятности гипотез задавались равными 1/3, диагональные элементы 3×3 матрицы вероятностей переходов $\|\pi_{ij}\|$, как и в [3], равными 0,975, а недиагональные 0,0125.

Результаты моделирования

В результате моделирования получены и сведены в таблицу значения СКО ошибок фильтрации $\bar{\sigma}_z$ и $\bar{\sigma}_x$ (нормированных к СКО текущих оценок) трех участков траектории движения цели (рис. 2) при $N_{\text{ит}} = 100$.

Анализ данных таблицы показывает, что качество измерения координат цели в МИМППГ лучше, чем в остальных рассмотренных фильтрах как на участках траектории без маневра, так и на участке с маневром. Это объясняется возможностью в МИМППГ обеспечивать устранение динамической ошибки на участке переходного процесса при изменении модели движения цели или ее параметров. Введение в МИМППГ калмановского фильтра с МД по Сингеру обеспечило минимизацию дисперсии ошибок фильтрации при смене МД цели и во время маневра совместно с фильтром второго порядка.

Относительные дисперсии ошибок фильтрации

Название измерителя	0–47 шаг		48–107 шаг		108–156 шаг	
	$\sigma_{z_e} = 253,8$	$\sigma_{x_e} = 119,8$	$\sigma_{z_e} = 241,8$	$\sigma_{x_e} = 128,9$	$\sigma_{z_e} = 252,2$	$\sigma_{x_e} = 337,1$
Фильтр для МД 1-го порядка	0,4373	0,5576	28,0757	27,61	16,903	8,2767
Фильтр для МД 1-го порядка по Сингеру	1,6237	1,8453	0,8448	1,066	0,7340	0,6570
Фильтр для МД 2-го порядка	1,76246	1,6703	1,2676	1,8269	0,7914	0,6865
МИМППГ	0,43715	0,5576	0,8457	1,0817	0,5105	0,3658

На рис. 2,а показана динамика изменения СКО фильтрации положения цели по координате x для различных фильтров в ходе 100-го опыта. Для фильтра первого порядка видна большая динамическая ошибка, фильтр второго порядка постоянно находится в переходном режиме и не успевает сойтись. Фильтр с МД 1-го порядка по Сингеру фильтрует положение цели с большим СКО, но он не критичен к маневрам цели. На рис. 2,б показана динамика изменения

вероятности переходов гипотез в МИМПП. На участках без маневра преобладает гипотеза о МД 1-го порядка, а при маневре — о МД 1-го порядка по Сингеру. Гипотеза о МД 2-го порядка маловероятна на участке маневра по той причине, что фильтр с МД 2-го порядка не успевает сойтись за время совершения рассмотренного маневра.

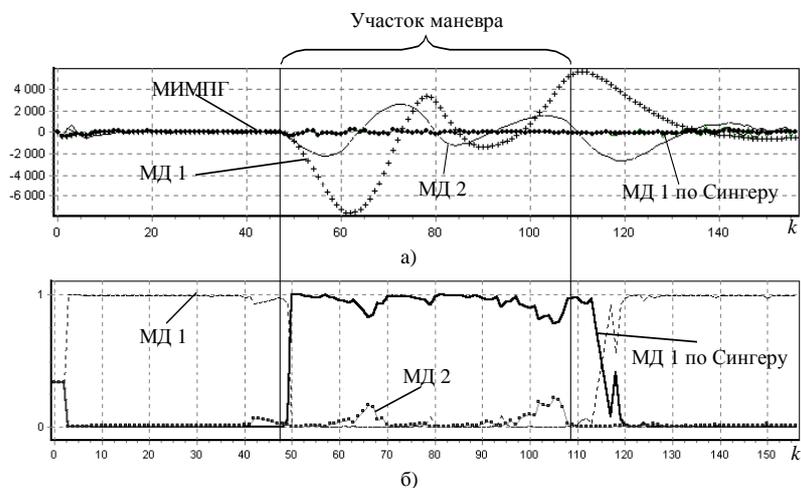


Рис. 2. Результат фильтрации положения для 100-го опыта (*a* — СКО ошибок фильтрации положения; *b* — вероятности переходов гипотез в МИМПП)

Заключение

В ходе проведенных исследований проанализировано качество измерения координат цели в различных фильтрах. Фильтр МИМПП обеспечивает наименьшие ошибки фильтрации на участках маневра вследствие плавного переключения фильтров с различными моделями движения. При этом в состав МИМПП необходимо вводить калмановский фильтр с МД по Сингеру для обеспечения минимизации дисперсии ошибок фильтрации при смене МД цели.

COMPARATIVE ANALYSIS OF KALMAN AND IMM FILTERS MEASUREMENT ERRORS

S.A. GORSHKOV, V.A. KONDRATYONOK, A.S. SOLONAR, M.V. KRIKLIVI

Abstract

The paper is devoted to problems of discrete filters measurement error analysis. In the first part of the article the structure of interacting multiple model (IMM) is described. In the second part of the article the conditions of simulation are considered. In the third part of the article the computer simulation results are described and analyzed. The recommendations for selection of real IMM parameters are adduced.

Литература

1. Bar-Shalom Y., Krishna R. // Proceeding of the IEEE. 1997. No. 1. P. 80–94.
2. Перов А.И. // Радиотехника. 2002. № 7. С. 73–81.
3. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. Киев, 2000.
4. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей: Пер. с англ. М., 1993.