

ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 530.12

ИЗОМОРФИЗМ И ВОЛНОВАЯ ГИПОТЕЗА ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

А.А. КУРАЕВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 13 мая 2003*

С привлечением понятия изоморфизма сформулирована волновая гипотеза пространства-времени. В ее основе лежит разделение физического пространства-времени \vec{r}, \vec{t} и расчетного пространства-времени \vec{R}, T . В системе \vec{R}, T сформулированы уравнения для переменных \vec{r}, \vec{t} . Определены энергии пространства и времени, сформулирован закон сохранения для них. Определены источники пространства-времени.

Ключевые слова: изоморфизм, пространство-время, волновое уравнение, энергия и источники пространства-времени.

Введение

Начнем с определения понятия изоморфизма.

В физике и математике имеются более частные понятия изоморфизма. В химии под изоморфизмом понимается свойство химически и геометрически близких атомов, ионов и их сочетаний замещать друг друга в кристаллической решетке. В математике изоморфизм — более сложное понятие. Пусть M — математическая модель, состоящая из объектов a, b, \dots и включающая операции O, P, \dots , результаты которых $O(a, b, \dots), P(a, b, \dots)$ являются элементами модели M и M' — вторая модель с операциями $O'(a', b', \dots), P'(a', b', \dots)$. Если существует взаимно однозначное отображение $a \rightarrow a'$ множества элементов модели M в множество элементов модели M' относительно указанных операций и если при этом $(O(a, b, \dots) \rightarrow O'(a', b', \dots), P(a, b, \dots) \rightarrow P'(a', b', \dots))$, то модели M' и M называются *изоморфными*.

Мы несколько расширим эти понятия, и под изоморфностью будем понимать то замечательное свойство явлений реального мира, что одинаковые по свойствам и характеру (но не по природе!) группы явлений имеют одинаковое формально-математическое описание. Это весьма важное свойство явлений и процессов открывает как широчайшие возможности аналогового моделирования с использованием доступных для всестороннего исследования явлений для описания других, не поддающихся непосредственному исследованию (и, возможно, опасных) явлений, так и возможность распространения готовых решений, выводов, сценариев развития уже полученных в процессе исследования одних явлений на другие.

Остановимся на основных группах изоморфных явлений, объединяющих весьма разнородные по природе явления и процессы: физические, химические, экономические, информационные и социальные. Распределим их по основным классам уравнений математической физики, которыми они описываются.

Уравнения эллиптического типа. Стационарные поля и процессы

$$\nabla^2 U = F(x, y, z).$$

Это уравнение Пуассона. Оно описывает множество явлений и процессов: распределение потенциала статических полей (электрического, магнитного, гравитационного, механического, теплового и т.д.), распределение стационарных токов в электролите, при $F = 0$ — это уравнение непрерывности для жидкостей (в этом случае $\vec{V} = \text{grad}U$).

Тот факт, что электростатический потенциал подчиняется тому же уравнению, что и распределение стационарных токов в электролите, широко используется при разработке электронно-оптических систем — это "электролитическая ванна". Распределение токов в такой модели можно измерить с высокой степенью точности при любой сложной форме "электродов", электростатические же поля без их искажения измерить никак нельзя. Кроме того, здесь очень удобно учитывать и "поле пространственного заряда пучка", вводя соответствующую систему источников тока в электролите.

Уравнения параболического типа

$$\nabla^2 U - \frac{1}{a} \frac{\partial U}{\partial t} = F(x, y, z, t).$$

Это уравнение теплопроводности (тогда U — температура, a — коэффициент температуропроводности). Оно же — уравнение диффузии (тогда $U=P$ — плотность, a — коэффициент диффузии).

Одно то, что эти различные по природе процессы описываются математически тождественно, говорит о том, что и суть этих явлений одинакова. Многие другие явления описываются тем же уравнением, например, "диффузия" электромагнитных лучей в области тени, существенно изменяющая характер дифракции электромагнитных волн. Многие еще неизвестные нам явления в нано- и микромире наверняка описываются тем же уравнением.

Уравнения гиперболического типа

$$\nabla^2 U - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = F(x, y, z, t).$$

Это волновое уравнение, a — скорость распространения волн в однородной безграничной среде. Какие это волны? — Да любые: электромагнитные (правда, тогда это уравнение векторное), акустические, волны-частицы по Де-Бройлю (тогда это уравнение Шредингера). Может быть, и волны экономических характеристик? Неисчислимое количество известных и пока неизвестных процессов и явлений подчиняются этому уравнению.

Здесь все три типа уравнений приведены, конечно, в простейшей форме. При учете диссипации, нелинейности, неоднородности и анизотропии пространства их форма усложняется. Однако остается по-прежнему стандартной для тех же явлений. Какой же общий вывод можно сделать? Неужели все многочисленные явления реального мира, которые мы знаем и достаточно подробно изучили, вмещаются всего в три указанные изоморфные "корзины"? Может быть, отдельно "собраны" баллистические явления, т.е. явления, связанные с движением частиц и объектов? А все "полевые" процессы, включая информационные и экономические, имеют триединый лик и не более? Возможно, в будущем откроются новые великие уравнения, описывающие новые поля и объекты в них.

С другой стороны, изоморфность больших групп явлений и процессов реального мира отражает общность их механизма протекания независимо от природы явлений и объектов, которые в них участвуют. Таким образом, установление изоморфности явлений представляет собой высшую ступень классификации явлений, объединение их по формально-

математическому признаку. И в то же время это — отражение реально заданной Природой общности свойств явлений. "Природа не роскошествует" — по-видимому, это основной принцип мироздания.

Волновая гипотеза пространства-времени

Используя концепцию изоморфности, можно предложить следующую волновую гипотезу пространства-времени. Будем исходить из того, что физическое пространство-время \vec{r}, \vec{t} не тождественно с вводимым исследователем расчетным пространством-временем \vec{R}, T . В последнем время T — скалярная величина, связанная с какой-либо измерительной шкалой — периодом колебаний маятника, атомными частотами перехода и т.д. В физическом же пространстве время \vec{t} — векторная величина. Соответственно в декартовой системе координат $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ переменные $\vec{R}, \vec{r}, \vec{t}$ могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z, \\ \vec{t} &= \vec{i}t_1(\vec{R}, T) + \vec{j}t_2(\vec{R}, T) + \vec{k}t_3(\vec{R}, T), \\ \vec{r} &= \vec{i}r_1(\vec{R}, T) + \vec{j}r_2(\vec{R}, T) + \vec{k}r_3(\vec{R}, T).\end{aligned}$$

В соответствии с изложенным выше возможны три типа связи \vec{r}, \vec{t} , приводящие к трем типам уравнений для "сплошных сред" ($\vec{U} \cong \vec{t}, \vec{r}$):

а) стационарная:

$$\nabla^2 \vec{U} = \vec{F}(T, \vec{R});$$

б) релаксационная:

$$\nabla^2 \vec{U} - \frac{1}{a} \frac{\partial \vec{U}}{\partial T} = \vec{F}(T, \vec{R});$$

в) волновая:

$$\nabla^2 \vec{U} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial T^2} = \vec{F}(T, \vec{R}).$$

Очевидно, что обобщением трех уравнений будет волновое с "диссипационным" членом $\frac{1}{a} \frac{\partial \vec{U}}{\partial T}$:

$$\nabla^2 \vec{U} - \frac{1}{a} \frac{\partial \vec{U}}{\partial T} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial T^2} = \vec{F}(T, \vec{R}).$$

Таким образом, в общем случае наиболее вероятен волновой тип связи \vec{r}, \vec{t} . Поэтому отдельные уравнения связи \vec{r}, \vec{t} следует записать в виде

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{r} = \frac{\partial(\vec{k}_1 \vec{t})}{\partial T} - \vec{r}_0, \\ \text{rot} \vec{t} = -\frac{\partial(\vec{k}_2 \vec{r})}{\partial T} + \vec{V}_0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь тензоры $\vec{k}_1(T, \vec{R}), \vec{k}_2(T, \vec{R})$ определяются свойствами и энергетикой физических процессов в данной области расчетного пространства-времени, \vec{r}_0, \vec{V}_0 — необходимые для нормировки составляющие, имеющие смысл источников вихрей \vec{r}, \vec{t} .

Изменение энергии времени тогда определяется как

$$\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial T} = \vec{t} \frac{\partial(\vec{k}_1 \vec{t})}{\partial T},$$

изменение энергии пространства:

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T} = \vec{r} \frac{\partial(\vec{k}_2 \vec{r})}{\partial T},$$

а сценарий сохранения энергии пространства-времени можно записать так:

$$\vec{t} \frac{\partial(\vec{k}_1 \vec{t})}{\partial T} + \vec{r} \frac{\partial(\vec{k}_2 \vec{r})}{\partial T} = 0.$$

Введенное гипотетическое пространство-время имеет источники ρ_t, ρ_r :

$$\text{div}(\vec{k}_1 \vec{t}) = \rho_t, \quad \text{div}(\vec{k}_2 \vec{r}) = \rho_r.$$

Нетрудно убедиться, что в простейшем случае, когда $\vec{k}_1 = k_1 \neq f(\vec{R}, T)$, $\vec{k}_2 = k_2 \neq f(\vec{R}, T)$ в области \vec{R}, T , отсутствуют источники ($\rho_t = \rho_r = \vec{r}_0 = \vec{V}_0 = 0$). Исключая из приведенной системы (1) \vec{t} или \vec{r} , получаем:

$$\nabla^2 \vec{r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial T^2} = 0, \quad \nabla^2 \vec{t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{t}}{\partial T^2} = 0,$$

где $c^2 = 1/k_1 k_2$.

Таким образом, введенное гипотетическое пространство-время действительно имеет волновую составляющую.

ISOMORPHISM AND WAVE HYPOTHESIS OF SPASE-TIME

A.A. KURAYEV

Abstract

With use the concept of isomorphism the wave hypothesis of space-time is formulated. The separate of physical space-time \vec{r}, \vec{t} and design-basis space-time \vec{R}, T is in its foundation. In reference system \vec{R}, T the equations for variables \vec{r}, \vec{t} are formulated. The energies of space and time are determined and the law of energy conservation for there is formulated. The sources of space-time are defined.