УДК 621.391.(075.8)

КОДОВАЯ И ДВУХМЕРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОШИБОК В ДЕКОДИРОВАНИИ ИТЕРАТИВНЫХ КОДОВ

ФАМ ХАК ХОАН, О.Г. СМОЛЯКОВА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 5 декабря 2007

Предложен метод декодирования итеративных кодов на основе кодовой и двухмерной идентификации ошибок, который позволяет реализовать корректирующую способность этих кодов.

Ключевые слова: итеративный код, кодовая и двухмерная идентификация ошибок, исправление стираний, ошибочное декодирование.

Введение

В системах передачи, хранения и обработки мультимедийной информации используются итеративные коды с кодовым расстоянием $d_\Sigma=d_1 d_2$ и их двухэтапное декодирование, когда на первом этапе осуществляется коррекция ошибок внутренним кодом $C1$ с кодовым расстоянием d_1, а на втором этапе декодирования, как правило, происходит исправление многократных стираний внешним кодом $C2$ с кодовым расстоянием d_2. Данный метод приводит к ошибочному декодированию при коррекции определенных конфигураций ошибок, хотя корректирующая способность итеративного кода позволяет их исправлять. Идентификация кратности произошедших ошибок позволяет уменьшить вероятность ошибочного декодирования и сложность декодера за счет уменьшения кратности корректируемых ошибок кодом $C1$, за счет увеличения кратности исправляемых стираний кодом $C2$, что, как известно, осуществляется значительно проще [1]. В статье предлагается метод декодирования итеративных кодов на основе кодовой и двухмерной идентификации ошибок, позволяющий более эффективно производить коррекцию многократных ошибок итеративными кодами.

Двухэтапное декодирование итеративных кодов

Пусть итеративные коды $C=C1\otimes C2$ состоят из двоичных кодов $C1$ (внутренний код), $C2$ (внешний код) с кодовыми расстояниями d_1, d_2 соответственно. Корректирующая способность данных итеративных кодов равна:

$$t_\Sigma=[(d_1 d_2-1)/2]. \qquad (1)$$

Пусть кодовые расстояния кодов $C1$, $C2$ равны соответственно: $d_1=5$; $d_2=2$, тогда $t_\Sigma=4$. Известный алгоритм двухэтапного декодирования этого итеративного кода работает следующим образом. Код $C1$ корректирует одиночные, двукратные ошибки. При тройных и выше ошибках происходит ошибочное декодирование или отказ от него. В результате отказа от декодирования кода $C1$ слово стирается и устанавливается флаг стираний. На втором этапе исправляются стертые символы кодом $C2$ [1]. Некоторые конфигурации ошибок при использовании данного алгоритма не корректируются, хотя, согласно (1), должны быть исправлены. На рис. 1 представлены четыре конфигурации ошибок, которые не корректируются рассматриваемым методом декодирования.

				(w_1, w_2)						(w_1, w_2)
а)	x	x	x	(1, 3)	*б*)	x	x	x	x	(1, 4)
в)	x	x	x	(2, 2)	*г*)	x	x	x		(2, 4)
			x						x	

д)	x	x	x	√	√	*е*)	x	x	x	x	√
ж)	x	x	x	√	√	*з*)	x	x	x	√	√

Рис. 1. Некорректируемые конфигурации ошибок (d_1=5, d_2=2):
а–г — исходные, *д–з* — оставляемые и вводимые ошибки (√) после коррекции кодом $C1$

При подобном декодировании конфигураций ошибок, приведенных на рис. 1,*а*, *в*, *г*, могут вводиться еще две ошибки, а конфигурация ошибок на рис. 1,*б* — одну ошибку (рис. 1,*д–з*). Это связано с тем, что невозможно различать трехкратную ошибку от двукратных ошибок или различать четырехкратную ошибку от одиночных кодом $C1$, имеющим d_1=5 [2]. В данном случае код $C1$ используется для коррекции одиночной и двойной ошибки, а не используется для идентификации кратности произошедших ошибок, что приводит к увеличению вероятности ошибочного декодирования кода $C1$.

Анализ показывает, что при повышении кратности корректируемых ошибок t_Σ увеличивается и число не корректируемых кодом конфигураций ошибок. Например, при d_1=5, d_2=2, t_Σ=4 и при d_1=4, d_2=3, t_Σ=5 отношение числа некорректируемых конфигураций ошибок к числу различных всевозможных конфигураций ошибок увеличивается с 16% до 26,9%. Уменьшить число некорректируемых конфигураций ошибок можно было бы путем повышения кратности корректируемых ошибок $t_к$ кодом *C1*, но при этом (при $t_к$>2) сложность декодера *C1* резко возрастает [1]. Для исключения этого недостатка рассмотрим методы декодирования итеративных кодов, основанные на идентификации кратности произошедших ошибок в таблице кодирования.

Декодирование итеративных кодов с кодовой идентификацией ошибок

В реальных каналах информации вероятность появления ошибок обычно резко уменьшается с увеличением кратности произошедших ошибок. Это говорит о том, что целесообразным решением являются коррекция ошибок малой кратности и идентификация редких ошибок высокой кратности с последующим их декодированием как стирания. Для идентификации кратности произошедших ошибок можно воспользоваться норменным декодированием помехоустойчивых кодов [2]. В [3, 4] предложены метод и алгоритм декодирования итеративных кодов, основанные на кодовой идентификации кратности произошедших ошибок внутренним кодом и исправлении стираний внешним кодом. Ниже рассматривается эффективность данного метода декодирования итеративных кодов.

Пусть кодовые расстояния кодов $C1$, $C2$ равны соответственно: d_1=5; d_2=2. С использованием идентификации кратности произошедших ошибок (определим ее как кодовую идентификацию), код $C1$ позволяет корректировать одиночные ошибки и одновременно идентифицировать двукратные, трехкратные ошибки (т.е. $t_к$=1, и $t_и$=3). Идентифицируемые слова с ошибками считаются стертыми на втором этапе и корректируются кодом $C2$. В данном случае конфигурации ошибок, приведенные на рис. 1,*а*, *в*, *г*, корректируются. Тем не менее конфигурации ошибок, содержащие двойные ошибки в двух строках (рис. 2,*а*, *б*, *в*) не корректируются, так как при этом существуют два стирания, которые кодом $C2$ с d_2=2 не корректируются. Кроме того, конфигурация на рис. 2,*г* является неисправляемой, так как не идентифицируется четырехкратная ошибка кодом $C1$. Число некорректируемых конфигураций ошибок составляет 16% от общего числа конфигураций ошибок.

				(w_1, w_2)						(w_1, w_2)
а)	x	x	O	(2, 0)	*в*)	x	x	O	O	(2, 4)
	x	x	O			O	O	x	x	
б)	x	x	O	(2, 2)	*г*)	x	x	x	x	(1, 4)
	O	x	x							

Рис. 2. Некорректируемые конфигурации с кодовой идентификацией ошибок
(O — вводимые стертые символы)

Отметим однако, что при использовании кодовой идентификации ошибок вместо коррекции двойных ошибок и одиночных осуществляются лишь коррекция одиночных ошибок и идентификация двойных, тройных ошибок, что приводит к уменьшению сложности декодера.

При использовании кодов $C1$, $C2$ с d_1=6; d_2=2, t_Σ=5 возможны два способа идентификации: $t_к$=1 и $t_и$=4 или $t_к$=2 и $t_и$=3. Пусть осуществляются коррекция одиночных, двойных и идентификация тройных ошибок кодом $C1$ ($t_к$=2 и $t_и$=3). Идентифицируемые слова с трехкратными ошибками считаются стертыми на втором этапе и корректируются кодом $C2$ (их не требуется корректировать кодом $C1$). В данном случае существуют только четыре некорректируемых конфигурации ошибок (рис. 3). Это связано с тем, что невозможно различать четырехкратную ошибку от двойных, ошибку кратности пять от одиночных кодом $C1$. Отношение числа не корректируемых конфигураций ошибок к числу различных всевозможных конфигураций ошибок составляет 7,7%.

						(w_1, w_2)							(w_1, w_2)
а)	x	x	x	x	O	(1, 4)	б)	x	x	x	x	x	(1, 5)
в)	x	x	x	x	O	(2, 5)	г)	x	x	x	x	O	(2, 3)
	O	O	O	O	x			O	O	O	x	O	

Рис. 3. Некорректируемые конфигурации с идентификацией ошибок при $t_к$=2 и $t_и$=3
(O — вводимые стертые символы)

Таким образом видно, что при использовании методов декодирования итеративных кодов без идентификации ошибок происходит неправильное декодирование кодом $C1$, а с кодовой идентификацией это не делается, благодаря чему уменьшается вероятность неправильного декодирования, а также сложность декодера кода $C1$ из-за коррекции ошибок невысокой кратности.

При использовании коррекции одиночных ошибок и идентификации ошибок кратности два, три, четыре ($t_к$=1 и $t_и$=4) конфигурации ошибок, приведенные на рис. 3,*а*, *в*, *г*, корректируются. Однако конфигурации ошибок, содержащие две строки, в которых произошли идентифицируемые ошибки, не корректируются (рис. 2,*а*,*б*,в и рис. 4,*а*–*ж*). Это обусловлено тем, что появляются два стирания, которые не исправляются кодом $C2$, так как d_2=2 и происходит отказ от декодирования итеративного кода. Конфигурация на рис. 4,*з* является неисправляемой, поскольку не идентифицируется ошибка кратности пять кодом $C1$. В данном случае 12 из 52 всевозможных конфигураций — неисправляемые, т.е. 23% числа всевозможных конфигураций. Тем не менее сложность реализации декодера $C1$ уменьшается, так как осуществляется коррекция лишь одиночных ошибок вместо коррекции одиночных и двойных ошибок, как в предыдущем случае.

						(w_1, w_2)							(w_1, w_2)
а)	x	x	x			(1, 4)	*д*)	x	x				(3, 1)
		x	x					x	x				
										x			
б)	x	x	x			(2, 3)	*е*)	x	x				(3, 3)
			x	x					x	x			
											x		
в)	x	x	x			(2, 5)	*ж*)	x	x				(3, 5)
				x	x					x	x		
												x	
г)	x	x				(3, 1)	*з*)	x	x	x	x	x	(1, 5)
	x	x											
		x											

Рис. 4. Некорректируемые конфигурации с пятью ошибками с кодовой идентификацией

Рассмотрим далее, как сказывается на числе некорректируемых конфигураций увеличение d_2 за счет уменьшения d_1 при постоянной кратности корректируемых ошибок t_Σ. Пусть составляющие коды $C1$, $C2$ имеют d_1=4, d_2=3, t_Σ=5. При этом код $C1$ может различать четные от нечетных ошибок, а код $C2$ может корректировать два стирания. При использовании кодовой идентификации ошибок конфигурации, содержащие ошибки кратности 3, 4, 5, не корректируются. Это связано с тем, что не обнаруживается ошибка кратности 4, 5 и невозможно различать трехкратные ошибки от одиночных кодом $C1$ с d_1=4. В данном случае 14 из 52 всевозможных конфигураций ошибок не корректируются, что составляет 26,9% от общего числа конфигураций ошибок. Это примерно равно предыдущему случаю, но при этом более сложен декодер стираний кода $C2$.

В таблице представлено значение η — отношение числа не корректируемых конфигураций к общему числу конфигураций ошибок в зависимости от d_1, d_2, t_Σ.

Отношение числа не корректируемых конфигураций к общему числу конфигураций ошибок — η в зависимости от d_1, d_2, t_Σ

		t_Σ=4	t_Σ=5		t_Σ=6	t_Σ=7			t_Σ=8	t_Σ=9
		d_1=5 d_2=2	d_1=6 d_2=2	d_1=4 d_2=3	d_1=7 d_2=2	d_1=8 d_2=2	d_1=5 d_2=3	d_1=4 d_2=4	d_1=6 d_2=3	d_1=5 d_2=4
η	$t_к$=1	16%	23%	26,9%	31,5%	–	24,1%	37,7%	28,2%	32,5%
	$t_к$=2	16%	7%	–	7,4%	8,2%	38,6%	–	22,4%	50%
	$t_к$=3	–	–	–	10,2%	15%	–	–	–	–

Анализ данных таблицы показывает, что при помощи кодовой идентификации ошибок можно значительно уменьшить количество некорректируемых итеративным кодом конфигураций ошибок (например, при d_1=8, d_2=2 и $t_к$=2, $t_и$=5, η уменьшается с 15 до 4,1%). Тем не менее при уменьшении кратности корректируемых ошибок $t_к$ кодом $C1$ происходит увеличение количества не корректируемых итеративным кодом конфигураций ошибок

Декодирование итеративных кодов на основе кодовой и двухмерной идентификации ошибок

Проведенный выше анализ показал, что известные методы декодирования без или с идентификацией кратности произошедших ошибок (кодовой идентификацией ошибок) не полностью реализуют его потенциальную корректирующую способность. Для исключения этого недостатка предлагается ввести дополнительные параметры w_1, w_2 — число (вес) ошибочных строк и столбцов в таблице кодирования. С точки зрения итеративного кода классификация по весам (w_1, w_2) является двухмерной идентификацией ошибок, содержащихся в таблице принятых слов. Эти параметры можно получить на начальном этапе декодирования путем обнаружения ошибок в строках и столбцах кодами $C1$, $C2$ и использования этих данных на следующих этапах декодирования.

Рассмотрим декодирование итеративного кода, состоящего из кодов $C1$, $C2$ с d_1=5, d_2=2, на основе кодовой и двухмерной идентификации ошибок. При использовании двухмерной идентификации ошибок конфигурации некорректируемых ошибок известными методами декодирования, приведенные на рис. 2,*а–г* характеризуются весами (w_1, w_2) = (2, 0); (2, 2); (2, 4); (1, 4) соответственно. Конфигурация ошибок с весами (w_1, w_2) = (1, 4) не пересекается с другими корректируемыми конфигурациями. Конфигурации ошибок с весами (w_1, w_2) = (2, 0); (2, 2); (2, 4) пересекаются с ними. На рис. 5 представлены все конфигурации ошибок, имеющие веса (w_1, w_2) = (2, 0); (2, 2); (2, 4).

					(w_1, w_2)						(w_1, w_2)						(w_1, w_2)
а)	х				(2, 0)	в)	х				(2, 2)	е)	х	х	х		(2, 4)
	х							х								х	
б)	х	х			(2, 0)	г)	х	х	х		(2, 2)	ж)	х	х			(2, 4)
	х	х							х						х	х	
						д)	х	х			(2, 2)						
								х	х								

Рис. 5. Конфигурации ошибок с (w_1, w_2) = (2, 0); (2, 2); (2, 4) при d_1=5, d_2=2

Предположим, что код $C1$ используется для коррекции одиночных ошибок $t_к$=1 и идентификации двойных, тройных ошибок $t_и$=3. Обозначим число строк, в которых произошли идентифицируемые ошибки, через v. Параметр v определяет число исправляемых стираний кодом $C2$ на втором этапе декодирования. При использовании кодовой идентификации ошибок по признаку v можно отличать друг от друга конфигурации с одним и тем же весом (w_1, w_2). Для конфигурации ошибок с (w_1, w_2) = (2, 0) на рис. 5,*а*, *б* имеется: v=0, 2 соответственно. Конфигурации на рис. 5,*в–д* характеризуются (w_1, w_2) = (2, 2) и v=0, 1, 2; конфигурации на рис. 5,*е*, *ж* — (w_1, w_2) = (2, 2) и v=1, 2 соответственно. Следовательно, с использованием кодовой и двухмерной идентификации ошибок можно разделить всевозможные конфигурации ошибок в таблице кодирования на отдельные подмножества, для которых параметры (w_1, w_2) и v не совпадают между собой. Тем самым можно отдельно обработать данные подмножества, и полностью реализовать корректирующую способность итеративного кода.

Из сказанного выше следует правило декодирования итеративного кода на основе кодовой и двухмерной идентификации ошибок.

1. Вычисляются синдромы для всех принятых строк и столбцов.

2. Определяется число ошибочных строк (w_1), столбцов (w_2) (путем обнаружения ошибок кодами $C1$, $C2$).

3. По весам (w_1, w_2) разделятся всевозможные конфигурации ошибок на подмножества.

4. При (w_1, w_2) = (1, 1) или w_1=4 осуществляется коррекция одиночных ошибок кодом $C1$.

5. При (w_1, w_2) = (1, 2), (1, 3), (1, 4), стирается строка, содержащая обнаруживаемые ошибки и переходим к п.8.

6. При w_1=2 или w_1=3 осуществляются коррекция одиночных ошибок и идентификация двойных, тройных ошибок кодом $C1$. Если существуют две строки, в которых произошли идентифицируемые ошибки (v=2) (тогда появляются два стирания, которые не исправляются кодом

$C2$ с d_2=2), то осуществляется коррекция одиночных, двойных ошибок кодом $C1$, иначе переходим к п.7.

7. Стирается строка, в которой произошли идентифицируемые ошибки.

8. Исправляется одно стирание в столбцах кодом $C2$.

При использовании предложенного метода декодирования итеративного кода с d_1=6, d_2=2 все возможные конфигурации ошибок кратности t_Σ=5 также корректируются.

Заключение

Проведенный анализ показывает, что при использовании существующих методов декодирования итеративных кодов некоторые конфигурации ошибок не корректируются; их количество растет при увеличении кратности корректируемых ошибок. Показано, что применение кодовой идентификации ошибок приводит к уменьшению сложности декодера и вероятности неправильного декодирования при снижении некорректируемых конфигураций ошибок. Использование двухмерной идентификации ошибок, когда на начальном этапе декодирования определяется число (вес) ошибочных слов в строках и столбцах внутренним и внешним кодами $C1$, $C2$, наряду с кодовой идентификацией позволяет полностью реализовать корректирующие возможности итеративных кодов.

CODEWORD AND TWO-DIMESIONAL IDENTIFICATION OF ERRORS WITHIN DECODING OF ITERATED CODES

PHAM KHAC HOAN, O.G. SMOLYAKOVA

Abstract

In this article a method of iterated code’s decoding based on codeword and two-dimensional identification of errors is proposed, that allows to realize correcting capability of codes.

Литература

1. Теория прикладного кодирования / Под ред. В. К. Конопелько. Минск, 2004. Т. 2.
2. *Липницкий В.А., Конопелько В.К.* Норменное декодирование помехоустойчивых кодов и алгебраические уравнения. Минск, 2007.
3. *Конопелько В.К., Фам Хак Хоан.* // Докл. БГУИР. 2007. № 1. С. 55–60.
4. *Фам Хак Хоан, Конопелько В.К., Тиволович А.Д.* // Докл. БГУИР. 2007. № 5. С. 3–8.