

ПАРАДОКСЫ В ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ

Рассматриваются несколько известных парадоксов из теории вероятности.

ВВЕДЕНИЕ

Теория вероятностей является одним из классических разделов математики. Вероятностные и статистические методы в настоящее время глубоко проникли в приложения. Например, для изучения физических явлений производят наблюдения или опыты. Их результаты обычно регистрируют в виде значений некоторых наблюдаемых величин. При повторении опытов мы обнаруживаем разброс их результатов. Однако иногда проводимые опыты вовсе могут приводить к совершенно разным и неоднозначным заключениям – парадоксам.

I. ПАРАДОКС ДВУХ КОНВЕРТОВ

«Есть два неразличимых конверта с деньгами. В одном находится сумма в два раза большая, чем во втором. Величина этой суммы неизвестна. Конверты дают двум игрокам. Каждый из них может открыть свой конверт и пересчитать в нём деньги. После этого игроки должны решить: стоит ли обменять свой конверт на чужой? Оба игрока рассуждают следующим образом. Я вижу в своём конверте сумму X . В чужом конверте равновероятно может находиться $2X$ или $X/2$. Поэтому если я поменяю конверт, то у меня в среднем будет $(2X+X/2)/2 = 5X/4$, то есть больше, чем сейчас. Значит, обмен выгоден. Однако обмен не может быть выгоден обоим игрокам. Где в их рассуждениях кроется ошибка?» Парадокс заключается в том, что пока вы не вскрыли свой конверт, вероятности ведут себя добропорядочно: у вас действительно 50-процентный шанс обнаружить в своем конверте сумму X и 50-процентный — сумму $2X$. И здравый смысл подсказывает, что информация об имеющейся у вас сумме не может повлиять на содержимое второго конверта.

II. ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПАРАДОКС

Предположим, что некто бросает монету и согласен уплатить вам доллар, если выпадет орел. В случае же выпадения решки он бросает монету второй раз и платит вам два доллара,

если при втором подбрасывании выпадет орел. Если же снова выпадет решка, он бросает монету в третий раз и платит вам четыре доллара, если при третьем подбрасывании выпадает орел. Короче говоря, с каждым разом он удваивает выплачиваемую сумму. Бросать монету некто продолжает до тех пор, пока вы не остановите игру и не предложите расплатиться. Сколько бы вы ни платили за каждую партию, пусть даже по миллиону долларов, вы все равно сможете с лихвой окупить свои расходы. В каждой отдельно взятой партии вероятность того, что вы выиграете один доллар, равна $1/2$, вероятность выиграть два доллара равна $1/4$, четыре доллара — $1/8$ и т.д. В итоге вы можете рассчитывать на выигрыш в сумме $(1 \times 1/2) + (2 \times 1/4) + (4 \times 1/8) \dots$. Этот бесконечный ряд расходится: его сумма равна бесконечности. Следовательно, независимо от того, какую сумму вы будете выплачивать перед каждой партией, проведя достаточно длинный матч, вы непременно окажетесь в выигрыше.

III. III. Выводы

Мы рассмотрели некоторые из самых известных парадоксов в теории вероятности, и стоит отметить, что все они имеют на первый взгляд предсказуемое решение, но лишь благодаря знаниям в области теории вероятности можно определить их реальное решение. Существует ещё огромное количество парадоксов в теории вероятности, многие из которых до сих пор не имеют какого-либо физического объяснения. Со временем, возможно люди найдут их решение, но при этом существует вероятность, что за это же время появятся новые парадоксы, над которыми люди будут долго ломать голову.

1. Самые известные парадоксы теории вероятностей [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.softmixer.com/2016/07>.
2. Парадоксы в теории вероятностей [Электронный ресурс] / Режим доступа: <https://www.uapoker.info/blog/star-ua/nemnogo-o-teorii-veroyatnostei-30565?page=1>.

Твердохлеб Михаил Олегович, студент 2 курса факультета информационных технологий и управления Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, mixxamixa@yandex.ru.

Юркевич Николай Александрович, студент 2 курса факультета информационных технологий и управления Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, kolyanbestele@gmail.com

Научный руководитель: Шатилова Ольга Олеговна, старший преподаватель кафедры вычислительных методов и программирования Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, shatilova@bsuir.by.