АЛГОРИТМ АППРОКСИМАЦИИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СВЧ ТРАНЗИСТОРОВ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ЧИСЛЕННОМ ВИДЕ, НА ДИСКРЕТНОМ РЯДЕ ЧАСТОТ

Исаев В. О., Свириденко А. А., Шанчук Р. А.
Кафедра автоматики, радиолокации и приемо-передающих устройств, кафедра тактики и вооружения зенитных ракетных войск факультета противовоздушной обороны, Учереждение образования «Военная академия Республики Беларусь»
Минск, Республика Беларусь
E-mail: {ystasmoz, svirid2785}@gmail.com

Представлен алгоритм аппроксимации частотных характеристик современных СВЧ транзисторов, представленных в численном виде, что противоречит постановке задачи на широкополосное согласование аналитическими методами, которые требуют строгого описания объектов исследования.Это означает, что согласуемая нагрузка должна представляться в виде математической формулы. Настоящая работа направлена на решение данной проблемы.

Введение

В настоящее время во всем мире наблюдается стремительное развитие радиоэлектронных систем в диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ): систем сотовой и радиорелейной связи, радионавигации и радиолокации, телевидения и т.д. Убедиться в этом нетрудно, обратившись к широкому спектру самой передовой продукции в диапазоне СВЧ, выпускаемой ведущими корпорациями в этом секторе: TriQuint Semiconductor, Hittite Microwave Corporation, Excelics, RFMD, Mimix Broadband и рядом других. Компоненты, в частности СВЧ транзисторы, выпускаемые этими корпорациями, как правило имеют технический паспорт – «Datasheet», в котором указывается основная информация о рабочих параметрах, режимах работы и характеристиках транзистора. Частью этой информации являются заданные на дискретном ряде частот значения (модуль и фаза) элементов матрицы рассеяния. При проектировании СВЧ радиоэлектронных устройств (РЭУ) (СВЧ транзисторные усилители, преобразователи и умножители частоты, активные фильтры, антенные устройства и др.) важное значение имеет решение задач широкополосного согласования. При задании параметров рассеивания согласуемых СВЧ устройств в виде численных дискретных зависимостей модуля и аргумента от частоты задача согласования может быть решена исключительно численными методами. По-иному обстоит дело, когда согласующая цепь находится аналитическими методами. Здесь успех в решении задач согласования напрямую связан с определением адекватных математических моделей (дробно–рациональных функций) согласуемых нагрузок. Таким образом, актуальным является вопрос о нахождении математических моделей СВЧ РЭУ, представленных в численном виде на дискретном ряде частот, которые бы описывали параметры этих устройств с требуемой точностью. Это позволит применять современные аналитические методики широкополосного согласования и послужит толчком для их дальнейшего развития.

Матрица рассеивания четырехполюсников

Для пассивного линейного четырехполюсника (ЧП), включенного в СВЧ тракт с волновым сопротивлением , можно записать уравнения, определяющие линейную связь между падающими и отраженными волнами на входе и выходе ЧП, в виде:

$$U_{\text{отр}1} = S_{11}U_{\text{пад}1} + S_{12}U_{\text{пад}2}, \tag{1}$$

$$U_{\text{отр}2} = S_{21}U_{\text{пад}1} + S_{22}U_{\text{пад}2}. \tag{2}$$

Матрицу [S] называют матрицей рассеяния. Для ЧП эта матрица имеет размер . Она устанавливает связь между комплексными нормированными амплитудами отраженных и падающих волн в плечах ЧП. В матричной записи уравнения (1,2) приобретают вид:

$$\begin{vmatrix} U_{\text{отр}1} \\ U_{\text{отр}2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U_{\text{пад}1} \\ U_{\text{пад}2} \end{vmatrix}. \tag{3}$$

Элементы волновой матрицы рассеяния имеют ясный физический смысл и могут быть измерены сравнительно простым способом, в частности с помощью измерительной линии. При работе СВЧ – четырехполюсника на согласованную нагрузку отраженная волна, на его выходе, отсутствует, а из соотношения (3) следует:

$$S_{11} = \frac{U_{\text{отр}1}}{U_{\text{пад}1}},$$

$$S_{21} = \frac{U_{\text{пад}2}}{U_{\text{пад}1}}.$$

где S_{11} – комплексный коэффициент отражения от входа исследуемого ЧП, а S_{21} –

комплексный коэффициент передачи ЧП. В общем случае он учитывает как активные потери в четырехполюснике, так и потери на отражение. Элементы S_{22} и S_{12} имеют аналогичный смысл, но соответствуют обратному включению ЧП (при этом выход ЧП соединяют с генератором, а на вход его включают согласованную нагрузку). Значения матрицы рассеяния описывают свойства ЧП лишь на заданной частоте. Для представления ЧП в полосе частот элементы матриц рассеяния преобразуются в рациональную функцию вида:

$$f(i\omega) = \frac{a_0 + a_1(i\omega) + \cdots + a_k(i\omega)^k}{b_0 + b_1(i\omega) + \cdots + b_n(i\omega)^n}. \qquad (4)$$

I. Алгоритм аппроксимации частотных характеристик СВЧ транзисторов, представленных в численном виде, на дискретном ряде частот

Взяв за основу дробно–рациональную функцию (4) с неизвестными коэффициентами при переменной s можно максимально точно аппроксимировать заданные в табличном виде модуль и фазу коэффициента отражения S_{11} СВЧ устройства. Так как рассматриваемые модуль и фаза коэффициента отражения S_{11} являются комплексными, то для поиска функции, максимально точно описывающей транзистор с заданными параметрами, необходимо воспользоваться некоторыми свойствами комплексных чисел. Как известно, модуль комплексного числа S_{11} можно представить в виде:

$$S_{11} = |S_{11}| = \sqrt{A^2 + B^2}; \qquad (5)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{B}{A}; \qquad (6)$$

где A – действительная часть комплексного элемента матрицы рассеяния СВЧ устройства, а B – его мнимая часть. Представив функцию (4) через четные и нечетные части ее числителя и знаменателя [1]:

$$f(i\omega) = \frac{P(i\omega)}{Q(i\omega)} = \frac{(m_1 + n_1)}{(m_2 + n_2)}.$$

Умножим $P(i\omega)$ и $Q(i\omega)$ на $(m_2 - n_2) = Q(-i\omega)$:

$$f(i\omega) = \frac{P(i\omega)}{Q(i\omega)} = \frac{(m_1 + n_1)}{(m_2 + n_2)} \frac{m_2 - n_2}{m_2 - n_2} =$$

$$= \frac{(m_1 m_2 - n_1 n_2) + (n_1 m_2 - m_1 n_2)}{m_2^2 - n_2^2}.$$

где $m_1 = a_0 + a_2(i\omega)^2$ - четная часть числителя функции $f(i\omega)$; $m_2 = b_0 + b_2(i\omega)^2$ - четная часть знаменателя функции $f(i\omega)$; $n_1 = a_1(i\omega)$ - нечетная часть числителя функции $f(i\omega)$; $n_2 = b_1(i\omega)$ - нечетная часть знаменателя функции $f(i\omega)$.

Из теории цепей известно [1], что действительная и мнимая части дробно–рациональной функции (4) находятся как:

$$\mathbf{Re} f(i\omega) = \frac{(m_1 m_2 - n_1 n_2)}{m_2^2 - n_2^2};$$

$$\mathbf{Im} f(i\omega) = \frac{(n_1 m_2 - m_1 n_2)}{m_2^2 - n_2^2)}.$$

В этом случае, действительную и мнимую части требуемой функции можно представить как:

$$\mathbf{Re} f(i\omega) = \frac{(a_0 + a_2(i\omega)^2)(b_0 + b_2(i\omega)^2) - a_1 b_1 (i\omega)^2}{(b_0 + b_2(i\omega)^2)^2 - (b_1(i\omega))^2},$$

$$\mathbf{Im} f(i\omega) = \frac{(b_1(i\omega))(b_0 + b_2(i\omega)^2) - (a_0 + a_2(i\omega)^2) b_1(i\omega)}{(b_0 + b_2(i\omega)^2)^2 - (b_1(i\omega))^2},$$

Исходя из (5) и (6) модуль и фаза примет вид:

$$|\rho(i\omega)| = \sqrt{(Ref(i\omega))^2 + (Imf(i\omega))^2}$$

$$\eta(i\omega) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{(b_1(i\omega))(b_0+b_2(i\omega)^2)-(a_0+a_2(i\omega)^2)b_1(i\omega)}{(b_0+b_2(i\omega)^2)^2-(b_1(i\omega))^2}}{\frac{(a_0+a_2(i\omega)^2)(b_0+b_2(i\omega)^2)-a_1 b_1(i\omega)^2}{(b_0+b_2(i\omega)^2)^2-(b_1(i\omega))^2}} \right)$$

Используя численный метод решения задачи Чебышевской аппроксимации и выбрав интервал частот, требуемый для согласования транзистора, получаем системы неравенств [2]:

$$\begin{cases} |S_{11}(\omega_{min}) - \rho(\omega_{min})| \le \delta_{\rho(\omega_{min})}; \\ |S_{11}(\omega_1) - \rho(\omega_1)| \le \delta_{\rho(\omega_1)}; \\ \cdots; \\ |S_{11}(\omega_{max}) - \rho(\omega_{max})| \le \delta_{\rho(\omega_{max})}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} |\varphi(\omega_{min}) - \eta(\omega_{min})| \le \delta_{\eta(\omega_{min})}; \\ |\varphi(\omega_1) - \eta(\omega_1)| \le \delta_{\eta(\omega_1)}; \\ \cdots; \\ |\varphi(\omega_{max}) - \eta(\omega_{max})| \le \delta_{\eta(\omega_{max})}. \end{cases}$$

В качестве целевой функции выбран параметр δ, который будем минимизировать путём подбора коэффициентов $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_k$ и $b_0, b_1, b_2, \cdots, b_n$. Для упрощения поиска требуемой функции так же примем во внимание следующее: ошибка всей функции будет тем больше, чем больше сумма каждой из ошибок по отдельности, т.е.

$$\begin{cases} |\delta_{\rho(\omega_{min})} + \delta_{\eta(\omega_{min})}| = \delta; \\ |\delta_{\rho(\omega_1)} + \delta_{\eta(\omega_1)}| = \delta; \\ \cdots; \\ |\delta_{\rho(\omega_{max})} + \eta(\omega_{max})| = \delta. \end{cases}$$

Следовательно, искомая функции будет та, у которой δ будет минимальной.

1. Карни, Ш., Теория цепей. Анализ и синтез. – М. «Связь», 1973. – 269с.
2. Белецкий, А.Ф. Теория линейных электрических цепей / А.Ф. Белецкий. – М.: Радио и связь, 1986. – 544.