СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ЦЕЛЕЙ В ОБЗОРНЫХ РЛС С МНОГОКАНАЛЬНЫМИ ПРИЕМНЫМИ СИСТЕМАМИ

Ву Тхань Ха, С. В. Козлов

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

Аннотация. Получены аналитические выражения отношения для сигнал/помеха+шум (ОСПШ) и среднеквадратического отклонения (СКО) ошибок определения угловых координат цели обзорной двухкоординатной для радиолокационной станции (РЛС) с подсистемой пространственной компенсации помех (ПКП) при реализации квазиоптимальных алгоритмов обработки. Показана сходимость аналитических оценок и результатов имитационного моделирования алгоритмов. Приведены результаты исследования точности определения угловых координат для типовых пространственно-энергетических ситуаций.

Ключевые слова: пространственная компенсация помех, обзорная радиолокационная станция, оценивание угловых координат, статистические характеристики, функция правдоподобия.

STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE DETECTION AND ESTIMATION OF ANGULAR COORDINATES TARGETS IN REVIEW RADARS WITH MULTICHANNEL RECEPTION SYSTEMS

Vu Thanh Ha, S. V. Kozlov

Belarusian state university of informatics and radioelectronics, Minsk, Belarus

Abstract. Analytical expressions for the signal-to-noise ratio and the standard deviation of errors in determining the angular coordinates of the target for the survey two-coordinate radar with a subsystem of spatial noise compensation in the implementation of quasi-optimal processing algorithms are obtained. The convergence of analytical estimates and simulation results of algorithms is shown. The results of the study of the accuracy of angular coordinates for typical space-energy situations are presented

Keywords: Spatial interference compensation, overview radar, estimation of the angular coordinates, the statistical characteristics of the likelihood function.

1. Введение

В [1] обоснованы вариант оптимального и модификации квазиоптимальных алгоритмов оценивания пеленга цели в обзорной двухкоординатной радиолокационной станции (РЛС) с подсистемой пространственной компенсации помех (ПКП). Алгоритмы основаны на операциях внутрипериодной компенсации помех с "обелением" их результатов во временной области путем деления на оценку среднеквадратического значения напряжения суммы взвешенных внутренних шумов и нескомпенсированных остатков внешних помех, вычисления ожидаемого сигнала для всех возможных положений цели в пределах области неопределенности, построение и максимизацию функции правдоподобия в виде взаимной корреляционной функции обеленной реализации и опорного сигнала. Влияние параметров полезных сигналов, источников

помех и характеристик подсистемы ПКП на ОСПШ, математическое ожидание и СКО ошибки пеленгации полезного сигнала для указанных алгоритмов не исследовались.

Таким образом, целью настоящей статьи является исследование характеристик обнаружения и оценивания угловых координат в обзорной РЛС с ПКП.

2. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

В качестве характеристик обнаружения принимались отношение сигнал/помеха+шум (ОСПШ) и вероятность правильного обнаружения P_D при фиксированной ложной тревоге P_F . Качество оценивания угловых координат характеризовалось математическим ожиданием $m_{\alpha} = \overline{\alpha - \alpha_c}$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\alpha} = \sqrt{(\overline{\alpha} - \alpha_c)^2}$ ошибки $\overline{\alpha} - \alpha_c$ оценки $\overline{\alpha}$ азимута цели, где α_c - истинное значение азимута цели.

Исследование эффективности предлагаемых алгоритмов проводилось с использованием сочетания аналитических расчетов и имитационного моделирования. Аналитически вычислялась СКО ошибки пеленгации для случаев точно известных диаграмм направленности (ДН) основного и компенсационного каналов при нефлуктуирующем сигнале. Для этого использовался классический подход на основе вычисление второй производной функции правдоподобия в точке максимума. Указанные оценки точности являются потенциально достижимыми при точной реализации алгоритма оценивания. В случаях наличия факторов, приводящих к частности, деградации алгоритма, в неточного знания ДH основного И компенсационного использовалось стохастическое каналов, имитационное моделирование.

Вычислим отношение сигнал/помеха+шум и получим выражение для второй производной от логарифма функции правдоподобия [1] при обработке когерентной пачки нефлуктуирующих сигналов

$$\Psi_{1.1}(\alpha) = |\dot{L}_{1.1}(\alpha)|^2 = \frac{\left|\sum_{i=1}^{l} \dot{Z}_i Z_{\text{on}_i}^*(\alpha)\right|^2}{\sum_{i=1}^{l} |\dot{Z}_{\text{on}_i}(\alpha)|^2},$$
(1)

где $\dot{Z}_i = \frac{{\bf \omega}_i^+ {\bf y}_i}{\sqrt{\hat{P}_{{\rm II}+{\bf n}_i}}}$ - отсчеты принимаемой реализации после операций пространственного

и временного обеления; $\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha) = \frac{\dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha)\omega_i^+ \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)}{\sqrt{\hat{P}_{\text{III+II}_i}}}$ - отсчет опорного сигнала;

$$P_{\text{оп}}(\alpha) = \sum_{i=1}^{I} |Z_{\text{оп}_{i}}^{*}(\alpha)|^{2} = \sum_{i=1}^{I} \frac{|\dot{F}_{0}(\alpha_{ai} - \alpha)|^{2} |\omega_{i}^{+} \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)|^{2}}{\hat{P}_{\text{ш+п}_{i}}} - \text{величина, имеющая смысл$$

мощности (суммы квадратов отсчетов) опорного сигнала при нахождении цели в

направлении α. Здесь и далее все нерасшифрованные обозначения в математических выражениях соответствуют приведенным в [1].

Перепишем (1) в виде

$$\dot{L}_{1.1}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{P_{\text{off}}(\alpha)}} \sum_{i=1}^{I} \mathbf{\eta}^+ (\alpha_{ai} - \alpha) \mathbf{y}_i , \qquad (2)$$

где $\eta(\alpha_{ai} - \alpha) = \frac{\omega_i \omega_i^+ \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)}{\hat{P}_{III+\Pi_i}}$ - векторы весовых коэффициентов при

обработке отсчетов входных напряжений многоканальной приемной системы в *i*-й момент времени.

Величина $\dot{L}_{1.1}(\alpha)$ представляет собой результат линейного преобразования комплексных гауссовых случайных величин и имеет нулевое математическое ожидание

$$M\{\dot{L}_{1.1}(\alpha)\} = \frac{1}{\sqrt{P_{\text{off}}(\alpha)}} \sum_{i=1}^{I} \overline{\boldsymbol{\eta}^+(\alpha_{ai} - \alpha)} \mathbf{y}_i = 0$$
(3)

и дисперсию

$$M\{\Psi_{1,1}(\alpha)\} = M\{|\dot{L}_{1,1}(\alpha)|^2\} = \frac{1}{P_{\text{off}}(\alpha)} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} \eta^+(\alpha_{ai} - \alpha) \overline{\mathbf{y}_i \mathbf{y}_j^+} \eta(\alpha_{aj} - \alpha), \qquad (4)$$

где

$$\mathbf{y}_{i} = \mathbf{y}_{ci} + \mathbf{y}_{\pi i} + \mathbf{y}_{\pi i}; (\mathbf{y}_{ci} + \mathbf{y}_{\pi i} + \mathbf{y}_{\pi i})(\mathbf{y}_{cj}^{+} + \mathbf{y}_{\pi j}^{+} + \mathbf{y}_{\pi j}^{+}) = \mathbf{y}_{ci}\mathbf{y}_{cj}^{+} + \delta_{ij}(\mathbf{\Phi}_{\pi i} + \mathbf{\Phi}_{\pi i});$$

 $\mathbf{y}_{ci}, \mathbf{y}_{\pi i}, \mathbf{y}_{\pi i}$ - вектор-столбцы отсчетов полезного сигнала, внешних помех и внутреннего шума приемных устройств в *i* -й момент времени.

При этом для сигнальной (детерминированной) составляющей имеем:

$$\mathbf{y}_{ci}\mathbf{y}_{cj}^{+} = |\dot{A}|^{2} \dot{F}_{0}(\alpha_{ai} - \alpha)F_{0}^{*}(\alpha_{aj} - \alpha)\mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha_{c})\mathbf{s}^{+}(\alpha_{aj} - \alpha_{c}), \qquad (5)$$

где $|\dot{A}|^2$ - квадрат амплитуды отраженного сигнала на выходе изотропной приемной антенны при облучении цели максимумом главного лепестка передающей антенны.

Окончательно для дисперсии получим:

$$M\{\Psi_{1,1}(\alpha)\} = \frac{|\dot{A}|^2}{P_{\text{OII}}(\alpha)} \sum_{i=0}^{I} \sum_{j=0}^{I} \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha_c)F_0^*(\alpha_{aj} - \alpha_c)\eta^+(\alpha_{ai} - \alpha_c)s(\alpha_{ai} - \alpha_c)s^+(\alpha_{aj} - \alpha_c)\eta(\alpha_{aj} - \alpha_c) + {}^{(6)}$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

$$(6)$$

Отношение сигнал/помеха+шум:

$$q^{2} = \frac{|\dot{A}|^{2} \sum_{i=0}^{I} \sum_{j=0}^{I} \dot{F}_{0}(\alpha_{ai} - \alpha_{c}) F_{0}^{*}(\alpha_{aj} - \alpha_{c}) \boldsymbol{\eta}^{+}(\alpha_{ai} - \alpha_{c}) \boldsymbol{s}(\alpha_{ai} - \alpha_{c}) \boldsymbol{s}^{+}(\alpha_{aj} - \alpha_{c}) \boldsymbol{\eta}(\alpha_{aj} - \alpha_{c})}{\sum_{i=0}^{I} \boldsymbol{\eta}^{+}(\alpha_{ai} - \alpha)(\boldsymbol{\Phi}_{\pi i} + \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{m}i}) \boldsymbol{\eta}(\alpha_{ai} - \alpha)}.$$
 (7)

Отметим, что при безошибочной реализации алгоритма (точном знании ДН антенн основного и компенсационного каналов), мощность помеховой составляющей равна

 $\sum_{i=0}^{I} \mathbf{\eta}^{+} (\alpha_{ai} - \alpha) (\mathbf{\Phi}_{\pi i} + \mathbf{\Phi}_{\mu i}) \mathbf{\eta} (\alpha_{ai} - \alpha) = 1,$ что в точности соответствует смыслу операции «обеления» принимаемой реализации [1,2].

При релеевских флуктуациях амплитуды отраженного сигнала условная вероятность P_D правильного обнаружения при заданной вероятности ложной тревоги P_F подчиняется известному соотношению

$$P_D = P_F^{\frac{1}{1+q^2}}.$$
 (8)

Нижняя граница Рао-Крамера для дисперсии ошибки пеленгации [2]:

$$\sigma_{\alpha}^2 = -\frac{1}{q^2 K^{//}(\alpha_c)},\tag{9}$$

где $K^{\prime\prime}(\alpha_c) = \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \Psi_{\rm Hc}(\alpha) \bigg|_{\alpha = \alpha_c}$ - вторая производная от нормированной сигнальной

составляющей функции правдоподобия (автокорреляционной функции полезного сигнала на выходе системы обработки)

$$\Psi_{1.1}^{\rm Hc}(\alpha) = \frac{\Psi_{1.1c}(\alpha)}{\Psi_{1.1c}(\alpha_c)},\tag{10}$$

где

$$\Psi_{1.1c}(\alpha) = \frac{1}{P_{o\Pi}(\alpha)} \times$$

$$\times \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} \eta^{+}(\alpha_{ai} - \alpha) \dot{F}_{0}(\alpha_{ai} - \alpha_{c}) \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha) \mathbf{s}^{+}(\alpha_{aj} - \alpha_{c}) F_{0}^{*}(\alpha_{aj} - \alpha_{c}) \eta^{+}(\alpha_{aj} - \alpha)$$

$$(11)$$

- сигнальная составляющая (для единичного нефлуктуирующего сигнала) функции правдоподобия.

Значение второй производной $K''(\alpha_c)$ может быть вычислено аналитически, однако получающиеся при этом выражения оказываются достаточно громоздкими. Более рациональным является вычисление второй производной нормированной функции правдоподобия путем численного дифференцирования, например, через вторые разности

$$K^{\prime\prime}(\alpha_{\rm c}) \approx \frac{\Psi_{1.1}^{\rm HC}(\alpha_{\rm c} + \delta\alpha) - 2\Psi_{1.1}^{\rm HC}(\alpha_{\rm c}) + \Psi_{1.1}^{\rm HC}(\alpha - \delta\alpha)}{\delta\alpha} = \frac{\Psi_{1.1}^{\rm HC}(\alpha_{\rm c} + \delta\alpha) + \Psi_{1.1}^{\rm HC}(\alpha - \delta\alpha) - 2}{\delta\alpha}$$

где $\delta \alpha \approx (0, 01...0, 02) \Delta \alpha$.

Таким образом, для случая когерентного нефлуктуирующего сигнала показатели качества обнаружения и пеленгования могут быть получены в аналитическом виде. Это определяется относительно простым видом функции правдоподобия (1), не содержащей неизвестных параметров полезного сигнала.

Для когерентного флуктуирующего и некогерентного быстро флуктуирующего сигналов логарифм функции правдоподобия имеет вид [1]

$$\Psi_{1,2}^{1(2)}(\alpha) = \mathbf{z}^{+} (\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \hat{\sigma}_{c}^{2}(\alpha)\mathbf{R}(\alpha)^{-1})\mathbf{z} - \ln|\mathbf{E} + \hat{\sigma}_{c}^{2}(\alpha)\mathbf{R}(\alpha)|, \qquad (12)$$

где $\hat{\sigma}_{c}^{2}(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^{I-1} Z_{i} Z_{i+1}^{*}}{\sum_{i=1}^{I-1} |\dot{r}| \dot{Z}_{o\Pi_{i}}(\alpha) Z_{o\Pi_{i+1}}^{*}(\alpha)}$ - оценка мощности когерентного флуктуирующего

сигнала с модулем коэффициента междупериодной корреляции $|\dot{r}|$, и

$$\Psi_{2,3}^{1(2)}(\mathbf{z}/\alpha) = \sum_{i=1}^{I} \ln \frac{1}{1 + \hat{\sigma}_{c}^{2}(\alpha) |\dot{Z}_{\text{OII}_{i}}(\alpha)|^{2}} + \sum_{i=1}^{I} \frac{\hat{\sigma}_{c}^{2}(\alpha) |\dot{Z}_{\text{OII}_{i}}(\alpha)|^{2}}{1 + \hat{\sigma}_{c}^{2}(\alpha) |\dot{Z}_{\text{OII}_{i}}(\alpha)|^{2}} |\dot{Z}_{i}|^{2}, \quad (13)$$

где $\hat{\sigma}_{c}^{2}(\alpha) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{I} |\dot{Z}_{i}|^{2} - I}{\sum\limits_{i=1}^{I} |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha)|^{2}}$ - оценка мощности быстро флуктуирующего сигнала.

Дисперсия ошибки пеленгации [10]

$$\sigma_{\alpha}^{2} = -\frac{1}{M\left\{\frac{\partial^{2}\Psi_{1,2(2,3)}(\alpha)}{\partial\alpha^{2}}\right\}}_{\alpha=\alpha_{c}},$$
(14)

где $M\{\bullet\}$ - оператор вычисления математического ожидания.

Выражения, получающиеся после двукратного дифференцирования из (12), (13) по угловой координате α будут содержать первую $\partial \hat{\sigma}_c^2(\alpha) / \partial \alpha$ и вторую $\partial^2 \hat{\sigma}_c^2(\alpha) / \partial \alpha^2$ производные от оценки средней мощности отраженного сигнала. В этих условиях получение математического ожидания логарифма отношения правдоподобия (12), (13) представляет практически непреодолимые математические трудности.

Поэтому для случаев когерентной пачки дружно флуктуирующих сигналов и пачки быстро флуктуирующих сигналов необходимо использовать имитационное моделирование. В то же время возможен более простой и быстрый способ получения оценок дисперсии пеленгации, фактически, сводящийся к численному вычислению второй производной от среднего значения функции правдоподобия.

Аппроксимируем функцию правдоподобия в окрестности максимума параболой вида

$$\Psi(\alpha) = a\alpha^2 + b\alpha + c \,. \tag{15}$$

где вектор $(a, b, c)^{T}$ коэффициентов является решением системы уравнений

$$\begin{cases} a(\alpha_{\rm c} - \delta\alpha)^2 + b(\alpha - \delta\alpha) + c = \overline{\Psi(\alpha_{\rm c} - \delta\alpha)} = \Psi_{-}; \\ a\alpha_{\rm c}^2 + b\alpha_{\rm c} + c = \overline{\Psi(\alpha_{\rm c})} = \Psi_{0}; \\ a(\alpha + \delta\alpha)^2 + b(\alpha + \delta\alpha) + c = \overline{\Psi(\alpha_{\rm c} + \delta\alpha)} = \Psi_{+}, \end{cases}$$
(16)

а $\overline{\Psi(\alpha_{c} - \delta \alpha)} = \Psi_{-}$, $\overline{\Psi(\alpha_{c})} = \Psi_{0}$, $\overline{\Psi(\alpha_{c} + \delta \alpha)} = \Psi_{+}$ - средние значения функции правдоподобия в точках $\alpha = \alpha_{c} - \delta \alpha$; $\alpha = \alpha_{c}$; $\alpha = \alpha_{c} + \delta \alpha$, соответственно.

Из (14), (16) имеем

$$a = \frac{\Psi_{+} - 2\Psi_{0} + \Psi_{-}}{2\delta\alpha^{2}}.$$
 (17)

Так как $\partial^2 \Psi(\alpha) / \partial \alpha^2 = 2a$, то дисперсия ошибки пеленгации

$$\sigma_{\alpha}^2 = \frac{\delta \alpha^2}{-\Psi_+ + 2\Psi_0 - \Psi_-} \,. \tag{18}$$

Средние значения функции правдоподобия (12) в заданных точках составят

$$\Psi_{-} = \sigma_{c}^{2} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(-)} \dot{Z}_{\text{on}_{i}} (\alpha_{c} - \delta\alpha) Z_{\text{on}_{j}}^{*} (\alpha_{c} - \delta\alpha) + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(-)} - \frac{1}{n} |\mathbf{E} + \overline{\sigma_{c}^{2}} (\alpha_{c} - \delta\alpha) \mathbf{R} (\alpha_{c} - \delta\alpha) |;$$

$$\Psi_{0} = \sigma_{c}^{2} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(0)} \dot{Z}_{\text{on}_{i}} (\alpha_{c}) Z_{\text{on}_{j}}^{*} (\alpha_{c}) + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(0)} - \ln |\mathbf{E} + \overline{\sigma_{c}^{2}} (\alpha_{c}) \mathbf{R} (\alpha_{c})|; \quad (19)$$

$$\Psi_{+} = \sigma_{c}^{2} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(+)} \dot{Z}_{\text{on}_{i}} (\alpha_{c} + \delta\alpha) Z_{\text{on}_{j}}^{*} (\alpha_{c} + \delta\alpha) + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(+)} - \frac{1}{n} |\mathbf{E} + \overline{\sigma_{c}^{2}} (\alpha_{c} + \delta\alpha) \mathbf{R} (\alpha_{c} + \delta\alpha)|,$$

где

$$\mathbf{H}^{(\pm)} = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \overline{\sigma_{c}^{2}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha) \mathbf{R}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha))^{-1};$$

$$\overline{\sigma_{c}^{2}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha) = \frac{\sigma_{c}^{2} \sum_{i=1}^{I-1} r \dot{Z}_{o\Pi_{i}}(\alpha_{c}) Z_{o\Pi_{i+1}}^{*}(\alpha_{c})}{\sum_{i=1}^{I} r \dot{Z}_{o\Pi_{i}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha) Z_{o\Pi_{i+1}}^{*}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha)};$$
(20)

$$\mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c) \mathbf{R}(\alpha_c))^{-1}; \quad \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c) = \frac{\sigma_c^2 \sum_{i=1}^{\infty} r \dot{Z}_{0\Pi_i}(\alpha_c) Z_{0\Pi_{i+1}}^*(\alpha_c)}{\sum_{i=1}^{I} r \dot{Z}_{0\Pi_i}(\alpha_c) Z_{0\Pi_{i+1}}^*(\alpha_c)} = \sigma_c^2,$$

- матрицы обработки (**H**) сигнала и математические ожидания ($\overline{\sigma_c^2}$) оценки мощности когерентного дружно флуктуирующего отраженного сигнала при условии оценки направления на него $\alpha_c - \delta \alpha$, $\hat{\alpha} = \alpha_c$ и $\alpha_c + \delta \alpha$, соответственно.

Аналогично для функций правдоподобия при обработке некогерентной быстро флуктуирующей пачки получим

$$\Psi_{\pm} = \sum_{i=1}^{I} \left(\ln \frac{1}{1 + \overline{\sigma_{c}^{2}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha) |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha)|^{2}} \right) + \sum_{i=1}^{I} \frac{\overline{\sigma_{c}^{2}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha) |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha)|^{2}}{1 + \overline{\sigma_{c}^{2}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha) |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha_{c} \pm \delta \alpha)|^{2}} (\sigma_{c}^{2} |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha_{c})|^{2} + 1);$$

$$\Psi_{0} = \sum_{i=1}^{I} \left(\ln \frac{1}{1 + \overline{\sigma_{c}^{2}}(\alpha_{c}) |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha_{c})|^{2}} + \frac{\overline{\sigma_{c}^{2}}(\alpha_{c}) |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha_{c})|^{2}}{1 + \overline{\sigma_{c}^{2}}(\alpha_{c}) |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha_{c})|^{2}} (\sigma_{c}^{2} |\dot{Z}_{on_{i}}(\alpha_{c})|^{2} + 1) \right);$$
(21)

где

$$\overline{\sigma_{\rm c}^2}(\alpha_{\rm c}\pm\delta\alpha) = \sigma_{\rm c}^2 \frac{\sum\limits_{i=1}^{I} |\dot{Z}_{\rm OII_i}(\alpha_{\rm c})|^2}{\sum\limits_{i=1}^{I} |\dot{Z}_{\rm OII_i}(\alpha_{\rm c}\pm\delta\alpha)|^2}; \quad \overline{\sigma_{\rm c}^2}(\alpha_{\rm c}) = \sigma_{\rm c}^2$$
(22)

- математические ожидания оценки мощности когерентного дружно флуктуирующего отраженного сигнала при условии оценки направления на него $\alpha_c - \delta \alpha$, $\hat{\alpha} = \alpha_c$ и $\alpha_c + \delta \alpha$, соответственно.

Таким образом, соотношения (9-21) определяют для наиболее распространенных случаев взаимосвязь статистических характеристик оценивания угловых координат цели с параметрами пространственно-энергетической ситуации и характеристиками обзорной РЛС с многоканальной приемной системой.

3. Результаты исследования статистических характеристик

Статистические характеристики обнаружения полезного сигнала и оценивания его угловых координат проводилось для наиболее простого случая наличия одного мощного источника помех, угловое положение которого, нормированное к ширине $\Delta \alpha_{0.5}$ главного лепестка ДН основной антенны, составляло величину 0,125...2,5. При расчетах принимались следующие исходные данные: угловая скорость вращения антенны РЛС $\Omega_{\rm a} = 30$ град/с, частота повторения импульсов $F_r = 1000$ Гц; ширина главного лепестка $\Delta \alpha_{0.5} = 3.8^{\circ}$; число импульсов в пачке 127. Энергетические характеристики РЛС и отражательная способность цели соответствовали достижению отношения сигнал/шум по одному импульсу пачки на дальности 100 км в максимуме ДН основной антенны 8,4 Отношение помеха/шум принималось равным дБ. лБ. 50 Характеристики многоканальной антенной системы обзорной РЛС моделировались в виде ДН основной апертуры прямоугольной формы, включающей 30×5 приемно-передающих элементов с межэлементным расстоянием, равным половине длины волн и четырех апертур компенсационных каналов, каждая из которых включала 2×5 приемных элементов. Компенсационные антенны размещались попарно справа и слева от основной апертуры. Амплитудное распределение поля на апертурах антенн принималось равномерным, погрешности формирования распределения на апертурах не учитывались.

В ходе исследований было установлено, что СКО пеленгования при использовании в ходе пространственного обеления критерия минимума выходной мощности примерно 2...3 раза больше, чем для критерия максимума выходной мощности для всех алгоритмов пеленгования. Поэтому все дальнейшие результаты приводятся для пространственной адаптации по критерию максимума ОСПШ.

На рисунке 1 приведены зависимости нормированной ошибки оценивания угловых координат цели от нормированного углового отклонения источника помехи от цели, полученные для случая классифицированной выборки. Соответствующими символами в поле графиков показаны значения выборочных (25 реализаций) СКО пеленгации, полученные при прямом имитационном моделировании алгоритмов пеленгования [1] для отдельных пространственно-энергетических ситуаций.



Рис. 1. Зависимости нормированной ошибки оценивания угловых координат цели от нормированного углового отклонения источника помехи

Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы:

значения выборочных и теоретических СКО для выбранных ситуаций совпадают в пределах точности статистических оценок;

расчетные значения СКО для алгоритма 1.1 практически совпадают с расчетными значениями для алгоритма 1.2 при $\tau_c \rightarrow \infty$ (нефлуктуирующий сигнал) и дальности до цели 100 км; при уменьшении дальности до цели в 2 раза (возрастании отношения сигнал/шум в 16 раз) точность пеленгации с использованием адаптивного алгоритма 1.2 оказывается несколько хуже, чем для алгоритма 1.1; это объясняется влиянием ошибок в оценивании средней мощности отраженного сигнала в угловых направлениях, отличных от направления на источник сигнала, в результате чего значения второй производной функции правдоподобия в точке максимума уменьшается;

наибольшая точность пеленгования достигается для нефлуктуирующего сигнала и, далее, для быстрофлуктуирующего сигнала; наихудшая точность пеленгования имеет место когда интервал корреляции флуктуаций отраженного сигнала сравним с длительностью пачки; если на длительность пачки укладывается несколько интервалов корреляции флуктуаций отраженного сигнала, проявляется эффект усреднения флуктуаций и ошибки пеленгования уменьшаются;

для всех видов флуктуаций отраженного сигнала предложенные в [1] алгоритмы обработки обеспечивают эффект «сверхразрешения» полезного сигнала и мощной помехи при угловом расстоянии между ними существенно меньше, чем ширина главного лепестка основной антенны РЛС.

Отношение сигнал/помеха+шум на выходе системы обработки и СКО пеленгования сильно зависят от модуля разности азимутов источника полезного сигнала и источника помехи, если указанная разность составляет менее половины ширины главного лепестка ДН основного канала. Зависимости СКО пеленгования от углового положения источника помех при нахождении последнего в области боковых лепестков основного канала имеет колебательный характер: при попадании источника помех на максимумы боковых лепестков СКО пеленгования увеличивается, а при попадании в провалы – уменьшается. Это точно соответствует поведения квадрата нормы весовых коэффициентов приемных каналов (мощности взвешенных шумов). При увеличении модуля разности СКО пеленгования стремится к асимптотическому значению, равному нижнему пределу Рао-Крамера для беспомеховой ситуации.

Значимых статистическом отличий СКО пеленгации в плане лля неклассифицированной выборки ОТ классифицированной когерентного для нефлуктуирующего сигнала в рассматриваемых пространственно-энергетических ситуациях не выявлено.

Весьма интересным является вопрос влияния погрешностей реализации алгоритма на качество обнаружения и пеленгования. К основному виду погрешности следует отнести неточное знание ДН приемных каналов ввиду наличия ошибок амплитуднофазового распределения на апертуре и ошибок калибровки [5]. Это приводит к тому, что принимаемый сигнал, формируемый истинными ДН приемных каналов, отличается от его модельного представления (опорного сигнала), формируемого с использованием априори известных (рассчитанных или измеренных) ДН приемных каналов. Это приводит к снижению ОСПШ и увеличению СКО ошибок пеленгования. Для оценки степени влияния на рисунке 2 приведены теоретические (пунктирная кривая, ошибки не учитывались) и выборочные (квадратные маркеры, 100 реализаций) значения СКО ошибок пеленгования при относительной СКО амплитудных и абсолютной фазовых ошибок 0,15 и 15°.



Рис. 2. Зависимости нормированной ошибки оценивания угловых координат цели от нормированного углового отклонения источника помехи при отсутствии (пунктирная кривая) и наличии (маркеры) аппаратурных ошибок

Как видно из графика, влияние неточного знания ДН приемных каналов из-за погрешностей формирования амплитудно-фазового распределения на их апертурах, оказывается незначительным. В наибольшей степени влияние проявляется при малых угловых рассогласованиях между источником полезного сигнала и помехи.

4. Заключение

Полученные в настоящей статье и работе [1] результаты расширяют результаты [4] в части пеленгования флуктуирующих сигналов и могут быть использованы при обосновании характеристик обзорных РЛС с многоканальными приемными системами в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки.

Литература

- 1. Козлов С.В., Ву Тхань Ха. Алгоритмы оценивания угловых координат в обзорных РЛС с многоканальными приемными системами. В настоящем сборнике.
- 2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
- 3. Козлов С.В. Характеристики точности моноимпульсных радиолокационных измерителей угловых координат с пространственной компенсацией помех при наличии аппаратурных ошибок / Радиотехника. № 9. 2009. С. 75-78.
- 4. Чижов А.А. Сверхразрешение радиолокационных целей при воздействии активных шумовых помех по основному и ближним боковым лепесткам диаграммы направленности антенны РЛС // Информационно-управляющие системы, № 1, 2016. С. 88-92.

REFERENCES

- 1. Kozlov S.V, Vu Thanh Ha. Algorithms for estimating the angular coordinates in survey radars with multichannel receiving systems. In this collection.
- 2. Tikhonov V.I. Statistical radio engineering. M .: Owls. radio, 1966.

- 3. Kozlov S.V. Accuracy characteristics of monopulse radar angular coordinate meters with spatial compensation of interference in the presence of instrumental errors / Radio engineering. № 9. 2009. Pp. 75-78.
- 4. Chizhov A.A. Radar targets super-resolution when exposed to active noise interference along the main and near side lobes of a radar antenna pattern // Information Control Systems, № 1, 2016. Pp. 88-92.