УДК 621.391

КОРРЕКЦИЯ ТРЕХКРАТНЫХ ОШИБОК БЧХ-КОДАМИ МЕТОДОМ СЖАТИЯ НОРМ СИНДРОМОВ

А.В. КУРИЛОВИЧ, А.Н. ПРИГОН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 20 марта 2019

Аннотация. Рассмотрен метод коррекции трехкратных ошибок БЧХ-кодами, основанный на теории норм синдромов и сжатии множества ошибок корректируемой совокупности путем трансформации их в ошибки большей кратности. Это позволяет сократить число селектируемых комбинаций.

Ключевые слова: синдром ошибки, норма синдрома, БЧХ-код, декодер.

Введение

Синдромные методы коррекции ошибок эффективно реализованы в декодерах многих линейных кодов (Хемминга, БЧХ, РС и других). Однако их применение чаще всего ограничено кратностью $t \le 2$ корректируемых ошибок [1, 2]. Данное ограничение обусловлено «проблемой селектора» [3]: с ростом кратности t и длины кода n количество обрабатываемых синдромов и ошибок лавинообразно растет. Конструктивным решением «проблемы селектора» явилось применение норм синдромов [4] – нового параметра в помехоустойчивом кодировании информации, вычисляемого через компоненты синдрома, не зависящего от группы Г циклических сдвигов, позволяющего селектировать не отдельные ошибки, а их классы – Г-орбиты. Это в n раз сокращает количество селектируемых декодером комбинаций. Еще в $\log_2 n$ раз сокращается количество селектируемых комбинаций, применением циклотомических подстановок. Дальнейшим шагом в данном направлении является сжатие ошибок весом ω в специальный класс ошибок $M_{0,\omega+1}$, имеющих больший вес – $\omega+1$ и первую компоненту синдрома $s_1=0$. Ниже приведены описание и схема декодера для коррекции тройных ошибок БЧХ-кодом C_7 с проверочной матрицей $H=\left(\alpha^i,\alpha^{3i},\alpha^{5i}\right)$, $0 \le i \le n-1 = 2^m-2$ для примитивного элемента α поля Галуа $GF\left(2^m\right)$.

Структурная схема декодера, реализующего метод сжатия норм синдромов

Сжатию подвергаются векторы-ошибки $\bar{e}$ из множества $M_{\gamma,\omega}$, где $\gamma = s_1$ – первая компонента синдрома $S\left(\bar{e}\right)$, причем $\gamma \ne 0$. Они образуют полные Г-орбиты [4]. В каждой из этих Г-орбит содержится единственный вектор $\bar{f}$ с $s_1=1$. Каждый вектор Г-орбиты можно соответствующим циклическим сдвигом σ^{n-q} преобразовать в вектор $\bar{f}$. В [5] показано, что у векторов $\bar{f}$ весом 2, 3 первая координата равна нулю. Прибавив к $\bar{f}$ вектор $\bar{1}=\left(100...0\right)$, получим вектор $\bar{g}=\bar{f}+\bar{1}$ весом $\omega+1$ с $s_1=0$ и первой координатой, равной 1. Это множество обозначаем через $M^1_{0,\omega+1}$. Синдром ошибок $S\left(\bar{g}\right)=\left(0, N_1+1, N_2+1\right)$, где $N_1 = s_2/s_1^3$, $N_2 = s_3/s_1^5$ – координаты нормы синдрома $N\left(S\left(\bar{e}\right)\right)$, при этом $N\left(S\left(\bar{g}\right)\right)=\left(\infty,\infty,N_3\right)$, где $N_3 = s_3^3/s_2^5$.

Реальной селекции подвергаются векторы $\bar{g}$, а точнее их синдромы и нормы синдромов. Векторов $\bar{g}$ весом 3, 4 в 2^{m-1} меньше, чем векторов $\bar{e}$ весом 2, 3. Векторы $\bar{g}$ принадлежат Г-орбитам, полным, если m – число простое.

Известно, что каждое значение нормы принимает в точности n различных синдромов [4]. Расчет показывает, что множество $M_{0,\omega}$ содержит Г-орбиты с одинаковым значением N_3 и, следовательно, с одинаковыми спектрами синдромов. Но при этом происходит максимально возможно плотная упаковка (и соответственно максимальное сжатие множества селектируемых норм) векторов $\bar{g}$: найдется в точности n различных векторов $\bar{g}$ с данным значением N_3 и с попарно различными синдромами (см. табл. 1).

Таблица 1. **Г-орбиты ошибок (одна весом 3 и 3 весом 4) из $M_{0,3}$ и $M_{0,4}$ с показателями ($\deg s_2$, $\deg s_3$) в $(15,3,7)$ – БЧХ-коде С с нормой $\bar{N} = (\infty,\infty,\alpha^5)$**

$M_{0,3}$	$M_{0,4}$	$M_{0,4}$	$M_{0,4}$	($\deg s_2$, $\deg s_3$)
(1,12,13)	(3,8,9,10)	(4,6,11,15)	(2,5,7,14)	(8,10)
(2,13,14)	(4,9,10,11)	(1,5,7,12)	(3,6,8,15)	(11,0)
(3,14,15)	(5,10,11,12)	(2,6,8,13)	(1,4,7,9)	(14,5)
(1,4,15)	(6,11,12,13)	(3,7,9,14)	(2,5,8,10)	(2,10)
(1,2,5)	(7,12,13,14)	(4,8,10,15)	(3,6,9,11)	(5,0)
(2,3,6)	(8,13,14,15)	(1,5,9,11)	(4,7,10,12)	(8,5)
(3,4,7)	(1,9,14,15)	(2,6,10,12)	(5,8,11,13)	(11,10)
(4,5,8)	(1,2,10,15)	(3,7,11,13)	(6,9,12,14)	(14,0)
(5,6,9)	(1,2,3,11)	(4,8,12,14)	(7,10,13,15)	(5,5)
(6,7,10)	(2,3,4,12)	(5,9,13,15)	(1,8,11,14)	(2,0)
(7,8,11)	(3,4,5,13)	(1,6,10,14)	(2,9,12,15)	(14,10)
(8,9,12)	(4,5,6,14)	(2,7,11,15)	(1,3,10,13)	(11,5)
(9,10,13)	(5,6,7,15)	(1,3,8,12)	(2,4,11,14)	(8,0)
(10,11,14)	(1,6,7,8)	(2,4,9,13)	(3,5,12,15)	(5,10)
(11,12,15)	(2,7,8,9)	(3,5,10,14)	(1,4,6,13)	(2,5)

Вычислив $S(\bar{g})$ и N_3, однозначно определяем вектор $\bar{g}$ и, следовательно, вектор $\bar{f}$, циклический сдвиг $\sigma^q(\bar{f}) = \bar{e}$ есть истинное значение искомого вектора ошибок. Предложенная схема коррекции тройных ошибок реализована декодером (рис. 1). Здесь БВС – блок вычисления синдрома $S(\bar{x}) = S(\bar{e})$, БАС – блок анализа синдрома, БВОВО – блок вычисления образующего вектора ошибок $\bar{f}$, БВТВО – блок вычисления текущего вектора ошибок $\bar{e}$, БИ – блок инвертации (вычисляет сумму $\bar{x} + \bar{e}$).

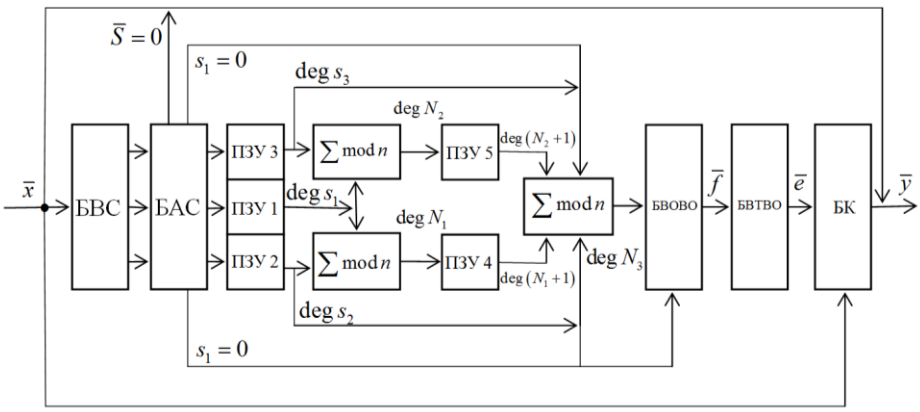

Рис. 1. Структурная схема декодера, реализующая метод сжатия с помощью ПЗУ и сумматоров по модулю n для двоичного БЧХ-кода с минимальным расстоянием 7

Поясним работу декодера. Если $S = 0$, то принятое сообщение $\bar{x}$ не содержит ошибок и поступает на выход декодера.

Если $s_1 \neq 0$, то ПЗУ 1, 2 и 3 вычисляют показатели компонент s_1, s_2, s_3 синдрома $S(\overline{x}) = (s_1, s_2, s_3)$ соответственно, которые поступают на сумматоры 1 и 2 по модулю n. Первый из них вычисляет $\deg N_1 = \deg s_2 - 3\deg s_1$, $\deg N_2 = \deg s_3 - 5\deg s_1$. На выходах ПЗУ 4 и 5 значения показателей $\deg(N_1 + 1)$ и $\deg(N_2 + 1)$ соответственно, которые поступают на сумматор 3 по модулю n для вычисления $\deg N_3$ – третьей координаты нормы синдрома вектора $\overline{g}$. Может оказаться, что $N_1 = N_2 = 1$. Тогда $\overline{e}$ – одиночная ошибка на позиции $\deg s_1 + 1$. Если $s_1 = 0$, то показатели $\deg s_2$ и $\deg s_3$ непосредственно поступают на третий сумматор для вычисления $\deg N_3 = 3\deg s_3 - 5\deg s_2$ вектора ошибки $\overline{e}$ заведомо принадлежащего множеству $M_{0,3}$.

Заключение

Норменные декодеры на ПЗУ при $t = 2$ примерно в 20 раз проще по аппаратурным затратам известных синдромных декодеров и в 300 раз проще декодеров, аппаратно решающих уравнения в полях Галуа. Предложенный декодер тройных ошибок имеет сложность, сопоставимую со сложностью норменного декодера при $t = 2$, а количество селектируемых норм и векторов существенно меньшее. Так же возможна реализация метода сжатия на ПЛИС.

TRIPLE ERRORS CORRECTION BY BCH-CODES BY THE COMPRESSION METHOD OF SYNDROMES NORMS

A.V. KURYLOVICH, A.N. PRIGON

Abstract. The correction method of triple errors by BCH-codes is considered. It based on the theory of syndromes norms and compression correcting set errors by transforming them into errors of greater weight. It allows to reduce the number of selectable combinations.

Keywords: error syndrome, syndrome norm, BCH-code, decoder.

Список литературы

1. Сагалович Ю.Л. // Автоматика и телемеханика. АиТ. 1991. С. 135–145.
2. Муттер В.М., Петров Г.А., Маринкин В.И., Степанов В.С. Микропроцессорные кодеры и декодеры. М.: Радио и связь, 1991.
3. Мак-Вильямс Ф.Дж. Перестановочное декодирование систематических кодов. Кибернетический сборник. Новая серия. М.: Связь, 1965.
4. Конопелько В.К, Липницкий В.А. Теория норм синдромов и перестановочное декодирование помехоустойчивых кодов. Минск.: БГУИР, 2000.
5. Конопелько В.К., Липницкий В.А., Курилович А.В. // Докл. 5-ой МНТК «Цифровая обработка сигналов и ее применения»: Т. 1. Москва. 12–14 марта. 2003 г. С. 146–149.