

УДК 621.391.14

НОРМЕННОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ БЧХ-КОДОВ С ПЕРВОЙ НУЛЕВОЙ КОМПОНЕНТОЙ СИНДРОМА

В.К. КОНОПЕЛЬКО, А.В. КУРИЛОВИЧ, А.Н. ПРИГОН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 16 ноября 2018

Аннотация. Работа посвящена развитию метода сжатия норм синдромов путем приведения к нулю первой компоненты синдрома. Представлены результаты исследований для БЧХ-кодов длиной $n = 31$, корректирующих ошибки кратности 4; 5; 6.

Ключевые слова: образующий вектор ошибок, преобразования ошибок малой кратности в ошибки большой кратности, нулевая компонента синдрома, нормы синдромов.

Введение

Известно, что при увеличении кратностей корректируемых ошибок число норм резко возрастает [1, 2]. В [2] для уменьшения анализируемых норм предложен метод сжатия при коррекции ошибок кратности $t = 3$ БЧХ-кодом длиной $n = 31$ с помощью преобразования синдрома $S = (S_1, S_2, S_3)$ в синдром $S = (0, S_2^{**}, S_3^{**})$, что позволяет уменьшить число анализируемых норм до одной при использовании S_2^{**} или S_3^{**} вместо трех норм. В представляемой работе исследуется применение метода сжатия для идентификации образующих векторов ошибок кратности $t = 2 \div 6$ БЧХ-кодами длиной $n = 31$.

Норменное декодирование БЧХ-кодов на основе преобразования ошибок малой кратности в ошибки большей кратности с основными и зависимыми нормами

Проводимые исследования заключались в вычислении синдромов S , сдвигах синдрома с ненулевой компонентой $S_1 \neq 0$ до получения S_1^* , суммировании полученного синдрома с синдромом одиночной ошибки $S = (\alpha^0, \alpha^0, \dots, \alpha^0)$, вычислении норм синдромов, выборе идентификационных параметров. Для БЧХ-кодов длиной $n = 31$ и кратностью корректируемых ошибок $t = 2 \div 6$ в результате проведения вычислительного эксперимента установлено следующее.

После отмеченных преобразований для $t = 2$ множество образующих векторов $E_{\text{обр}}$ БЧХ-кодов $n = 31$ преобразуется в 15 векторов трехкратных ошибок с нулевой первой компонентой $(0, \alpha^j)^T$. Для их идентификации можно использовать синдром S_2^{**} .

Множество образующих векторов ошибок $E_{\text{обр}}$ кратности $t = 3$ (для 5 образующих векторов ошибок с первой нулевой компонентой циклические сдвиги не осуществляются) преобразуются в 140 векторов четырехкратных ошибок с нулевой первой компонентой S_1^{**} . Так как значение оставшейся одной нормы N_3^{**} не может охватывать всех $E_{\text{обр}}$, то в качестве идентификационных параметров можно использовать S_2^{**} или S_3^{**} [2]. Установлено, что 140 образующих векторов ошибок $E_{\text{обр}}$ идентифицируются одним циклотомическим классом N_3^{**} .

На рис. 1 представлено распределение образующих векторов ошибок на основе соответствующих преобразований.

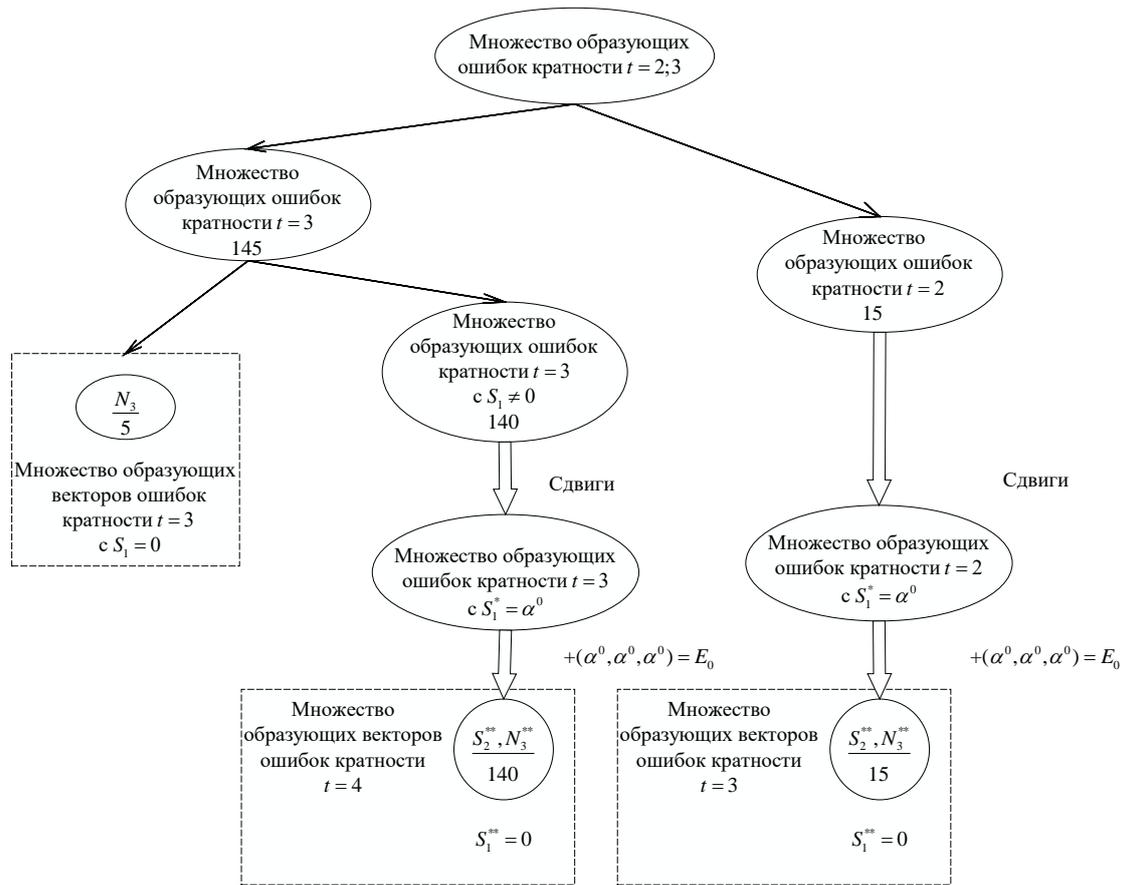


Рис. 1. Распределение образующих векторов ошибок после преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой для $t = 3$

Множество образующих векторов $E_{обр}$ кратности $t = 4$ с $S \neq 0$ (с первой компонентой синдрома $S_1 = 11$ имеется $35 E_{обр}$) преобразуются в 980 векторов $E_{обр}$, включающих 750 векторов пятикратных ошибок с одной нулевой первой компонентой S_2^{**} , 140 векторов ошибок кратности $t = 3$ с $S_1^{**} = 0$, по 30 векторов ошибок с двумя нулевыми компонентами $S_1^{**} = S_2^{**} = 0$, $S_1^{**} = S_3^{**} = 0$ и $S_1^{**} = S_4^{**} = 0$ соответственно. При этом нормы синдромов $(S_1^{**} = 0, S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**})$ вычисляются по следующим формулам:

$$(N_4^{**} = 3z^{**} - 5j^{**}); (N_5^{**} = 3m^{**} - 7j^{**}); (N_6^{**} = 5m^{**} - 7z^{**}). \quad (1)$$

Анализ данных показывает, что эти нормы не идентифицируют все образующие вектора ошибок кратности $t = 4$. Поэтому для идентификации необходимо использовать и другие параметры. В качестве идентификационных параметров, как показал эксперимент, можно выбрать любой из трех синдромов: $S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**}$. На рис. 2 представлено распределение образующих векторов ошибок после преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой для $t = 4$.

Множество образующих векторов ошибок кратности $t = 5$ с ненулевой первой компонентой $S_1 \neq 0$ (168 образующих векторов ошибок содержит $S_1 = 0$) преобразуется в 3903 векторов шестикратных ошибок с одной нулевой первой компонентой $S_1^{**} = 0$, по 150 векторов шестикратных ошибок с двумя нулевыми компонентами $S_1^{**} = S_2^{**} = 0$ и $S_1^{**} = S_4^{**} = 0$ соответственно, 156 векторов шестикратных ошибок с двумя ненулевыми компонентами $S_1^{**} = S_3^{**} = 0$ соответственно, 6 векторов шестикратных ошибок с тремя нулевыми компонентами $S_1^{**} = S_2^{**} = S_4^{**} = 0$ и 945 векторов ошибок кратности $t = 4$ с одной компонентой $S_1^{**} = 0$ (нормы вычисляются по формулам (1)). Анализ данных эксперимента показывает, что для их идентификации трех норм $(N_4^{**}, N_5^{**}, N_6^{**})$ недостаточно; в качестве дополнительных параметров

можно использовать один из синдромов $(S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**})$. При этом выбранное множество идентификационных параметров не пересекается для векторов $E_{обр}$ кратности $t = 2; 3; 4; 5$.

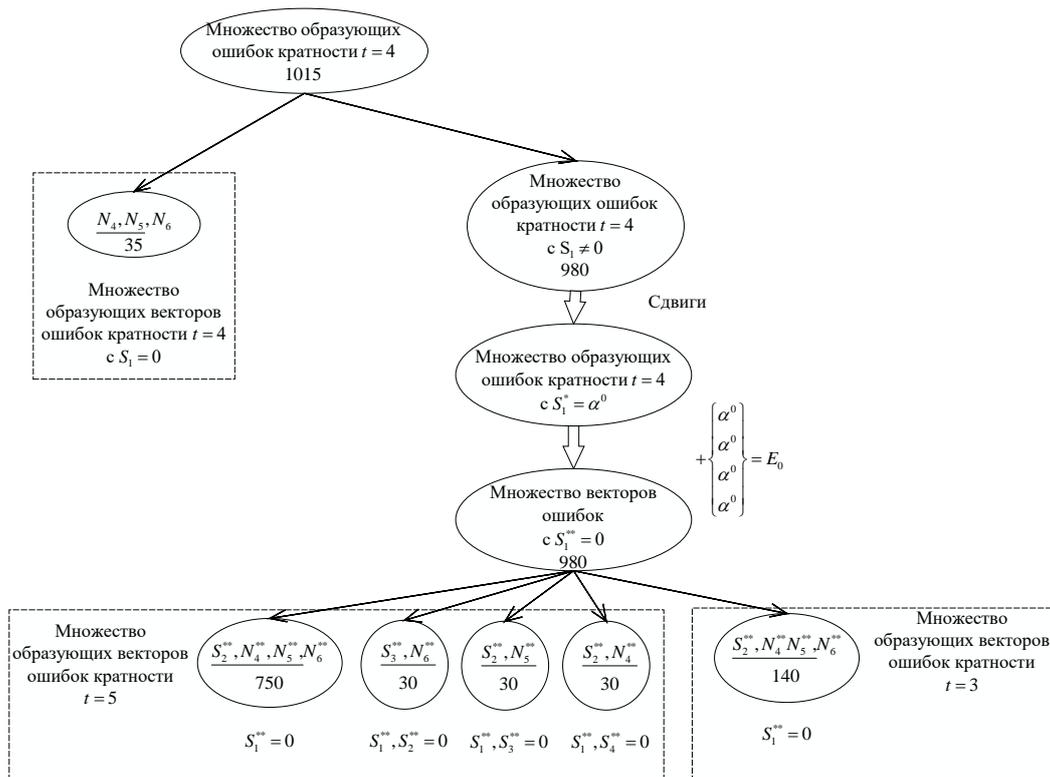


Рис. 2. Распределение образующих векторов ошибок после преобразования синдрома в синдром первой нулевой компонентой для $t=4$

Анализ результатов исследований для векторов $E_{обр}$ кратности $t = 6$ показывает, что оставшиеся нормы N_i^{**} также не идентифицируют все множество образующих векторов этих ошибок. Поэтому для идентификации можно использовать один из синдромов $S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**}, S_5^{**}$. Это позволяет идентифицировать все множество $E_{обр}$.

В табл. 1 и 2 представлены идентификационные параметры для образующих векторов ошибок кратности ошибок $t = 3 \div 6$ БЧХ-кодами, $n = 31$.

Таблица 1. Идентификационные параметры для образующих векторов ошибок $E_{обр}$ кратности $t=3 \div 6$ БЧХ-кодами, $n = 31$ при одной и двух компонентах, равных нулю

Кратность t	Число образующих векторов ошибок (1)	Синдром S				
	Идентификационные параметры (2)	$S_1^{**} = 0$	$S_{1,2}^{**} = 0$	$S_{1,3}^{**} = 0$	$S_{1,4}^{**} = 0$	$S_{1,5}^{**} = 0$
3	(1)	140				
	(2)	S_2^{**}, N_3^{**}				
4	(1)	890	30	30	30	
	(2)	$S_2^{**}, N_4^{**}, N_5^{**}, N_6^{**}$	S_3^{**}, N_6^{**}	S_2^{**}, N_5^{**}	S_2^{**}, N_4^{**}	
5	(1)	4695	150	156	150	
	(2)	$S_2^{**}, N_4^{**}, N_5^{**}, N_6^{**}$	S_3^{**}, N_6^{**}	S_2^{**}, N_5^{**}	S_2^{**}, N_4^{**}	
6	(1)	20185	681	681	681	681
	(2)	$S_2^{**}, N_5^{**}, N_6^{**}, N_7^{**}$ $N_8^{**}, N_9^{**}, N_{10}^{**}$	S_3^{**}, N_8^{**} N_9^{**}, N_{10}^{**}	S_2^{**}, N_6^{**} N_7^{**}, N_{10}^{**}	S_3^{**}, N_5^{**} N_7^{**}, N_{10}^{**}	S_3^{**}, N_5^{**} N_6^{**}, N_8^{**}

Таблица 2. Идентификационные параметры для образующих векторов ошибок $E_{обр}$ кратности $t=3\div 6$ БЧХ-кодами, $n = 31$ при трех компонентах, равных нулю

Кратность t	Число образующих векторов ошибок (1)	Синдром S					
	Идентификационные параметры (2)	$S_{1,2,3}^{**} = 0$	$S_{1,2,4}^{**} = 0$	$S_{1,2,5}^{**} = 0$	$S_{1,3,4}^{**} = 0$	$S_{1,4,5}^{**} = 0$	$S_{1,4,5}^{**} = 0$
5	(1)		6				
	(2)		<u>S_3^{**}</u>				
6	(1)	35		35	35	26	35
	(2)	<u>S_4^{**}, N_{10}^{**}</u>		<u>S_3^{**}, N_8^{**}</u>	<u>S_2^{**}, N_7^{**}</u>	<u>S_2^{**}, N_6^{**}</u>	<u>S_2^{**}, N_5^{**}</u>

В табл. 2 приведены идентификационные параметры (подчеркнутые значения $S_i^{**}, N_i^{**}, \dots, N_j^{**}$) при использовании основных и дополняющих норм для БЧХ-кодов, корректирующих ошибок кратности $t=3;4;5;6$. Анализ данных табл. 1, 2 для этого случая показывает, что в некоторых случаях число идентификационных параметров меньше, чем при использовании основных и зависимых норм (например, при $t = 6$ требуется на три нормы меньше при $S_1^{**}=0$).

Анализ данных, представленных в табл. 1, 2, показывает, что число идентификационных параметров на основе сведения ошибок малой кратности в ошибки большей кратности путем установления первой компоненты синдрома $S_1 = 0$ меньше, чем число основных и зависимых норм из [1, 2] (при $t = 3;4;5;6$ соответственно на две, три, семь, восемь норм при применении, кроме того, одного из синдромов S_5^{**}). Это позволяет уменьшить сложность идентификатора для нахождения образующих векторов ошибок $E_{обр}$ при реализации норменного декодера.

Норменное декодирование БЧХ-кодов на основе преобразования ошибок малой кратности в ошибки большей кратности с основными и дополняющими нормами

Как показано в [3, 4], число основных и дополняющих норм меньше, чем число основных и зависимых норм. Проведенный вычислительный эксперимент по анализу множества норм образующих векторов ошибок, полученных с применением преобразования синдрома в синдром с первой компонентой, равной нулю, на основе основных и дополняющих норм, показал следующее. Для БЧХ-кода с $t=3$ число норм и дополнительных идентификационных параметров (синдромов S_i^{**}) остается одним и тем же (N_3 при $S_1 = 0$ и S_2^{**}, N_3^{**}) при $S_1 \neq 0$). Для БЧХ-кода с $t = 4$, при $S_1^{**}=0$ и $S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**} \neq 0$ известно, что норма N_6^{**} является зависимой нормой. Она выражается через нормы N_4^{**} и N_5^{**} следующей формулой: $3N_6^{**} = 5N_5^{**} - 7N_4^{**}$. Поэтому при идентификации образующих векторов ошибок с $S_1^{**}=0$ и $S_2^{**}, S_3^{**}, S_4^{**} \neq 0$ не используется N_6^{**} (рис. 3).

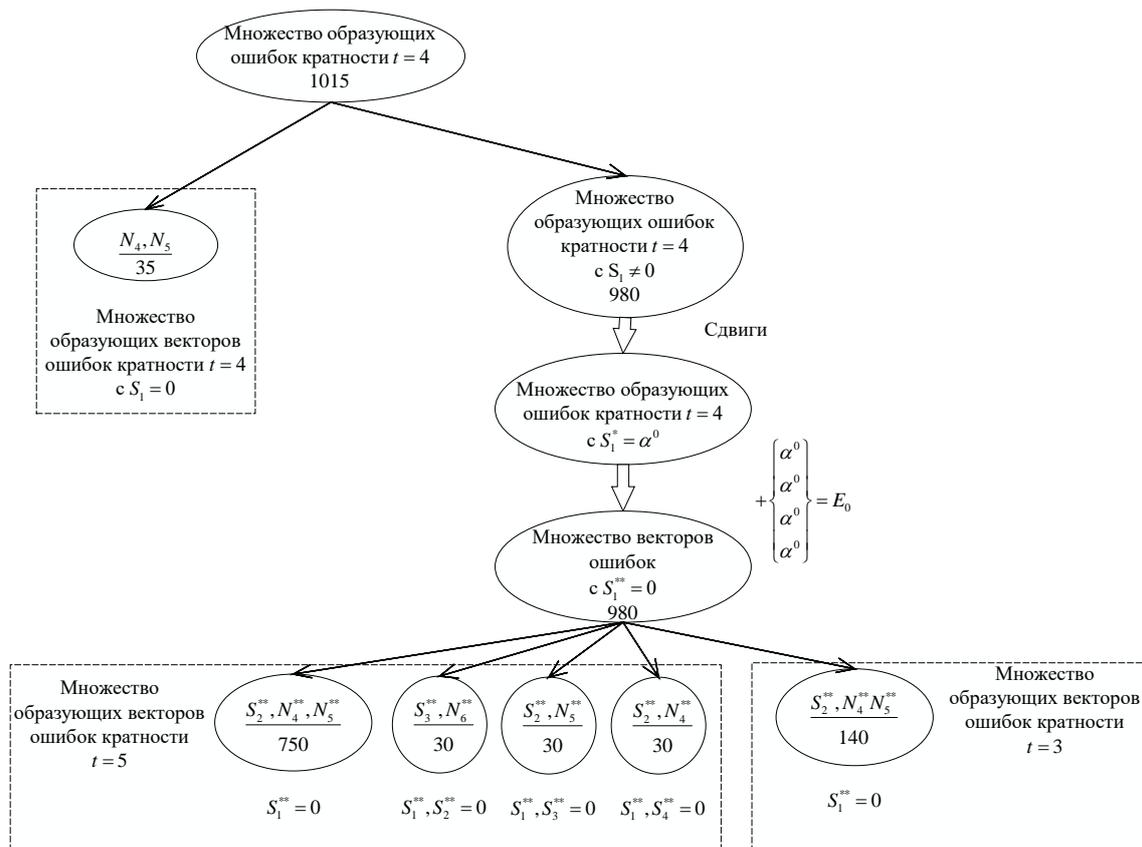


Рис. 3. Распределение образующих векторов ошибок после преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой для $t = 4$ при использовании основных и дополняющих норм

Заключение

Приведенный анализ данных вычислительных экспериментов показал, что норменное декодирование БЧХ-кодов на основе преобразования синдрома в синдром с первой нулевой компонентой позволяет уменьшить число анализируемых норм на 2;3;7;8 по сравнению с числом основных и зависимых норм при идентификации ошибок кратности $t = 3;4;5;6$ соответственно. Установлено, что при этом необходимо использовать один из сдвинутых синдромов в качестве дополнительного идентификационного параметра. Также показано, что число идентификационных параметров при применении основных и дополняющих норм на 1;1;3 уменьшается по сравнению с применением основных и зависимых норм при идентификации образующих векторов ошибок кратности $t = 4;5;6$ соответственно.

THE NORM DECODING FOR BCH CODES WITH THE FIRST ZERO COMPONENT OF THE SYNDROME

V.K. KONOPELKO, A.V. KURILOVICH, A.N. PRIGON

Abstract. The work is devoted to the development of the compression method of the norms of syndromes with the first zero component of the syndrome. Study results for BCH-codes of length $n = 31$, correcting errors of multiplicity 4; 5; 6 are given.

Keywords: generatrix of errors, conversion of errors of small multiplicity into errors of large multiplicity, zero component of the syndrome, norms of the syndromes.

Список литературы

1. Конопелько В.К., Липницкий В.А. Теория норм синдромов и перестановочное декодирование помехоустойчивых кодов. М., 2004.
2. Липницкий В.А., Конопелько В.К. Норменное декодирование помехоустойчивых кодов и алгебраические уравнения. Минск, 2007.
3. Курилович А.В., Конопелько В.К., Липницкий В.А. // Докл. БГУИР. 2005 № 6. С. 28–30.
4. Мак-Вильямс Ф.Дж., Слоэн Н.Дж.А. Теория кодов, исправляющих ошибки. М., 1979.