В. В. Цегельник

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ СЕМЕЙСТВА ТРЁХМЕРНЫХ АВТОНОМНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОВЕРХНОСТЯМИ РАВНОВЕСИЯ

В докладе представлены результаты исследования аналитических свойств решений автономных систем

$$\dot{x} = xy, \quad \dot{y} = xz, \quad \dot{z} = x(-x + 1.54y^2 - xz). \tag{1}$$

$$\dot{x} = xy, \quad \dot{y} = x(-x + z), \quad \dot{z} = x(3y^2 - xz). \tag{2}$$

$$\dot{x} = x(y^2 + 2xy), \quad \dot{y} = -xz, \quad \dot{z} = x(1 + xy). \tag{3}$$

$$\dot{x} = -yz, \quad \dot{y} = z(x + z), \quad \dot{z} = z(2y^2 + xz - 0.35). \tag{4}$$

$$\dot{x} = -0.4xyz, \quad \dot{y} = xy(1 + z^2 - xy), \quad \dot{z} = xy(x^2 - xy). \tag{5}$$

$$\dot{x} = xyz(y + 2yz), \quad \dot{y} = xyz(8z + y^2 + 7z^2), \quad \dot{z} = xyz(x^2 - y^2). \tag{6}$$

$$\dot{x} = 0.4y(1-x^2-y^2-z^2), \quad \dot{y} = xz(1-x^2-y^2-z^2), \quad \dot{z} = (1-x^2-y^2-z^2)(-z-x^2-6yz). \tag{7}$$

$$\dot{x} = (1+y^2)(1-x^2-y^2-z^2), \quad \dot{y} = (5x^2-y)(1-x^2-y^2-z^2), \quad \dot{z} = -xy(1-x^2-y^2-z^2). \tag{8}$$

$$\dot{x} = (y^2 - 5xy)(1 - x^2 - y^2), \quad \dot{y} = xz(1 - x^2 - y^2), \quad \dot{z} = (1 - 7y^2)(1 - x^2 - y^2). \tag{9}$$

$$\dot{x} = (0.1 - z^2)(1 + x^2 - y^2), \quad \dot{y} = xz(1 + x^2 - y^2), \quad \dot{z} = (y + xz)(1 + x^2 - y^2). \tag{10}$$

$$\dot{x} = yz(z + x^2 + y^2), \quad \dot{y} = (x - xz)(z + x^2 + y^2), \quad \dot{z} = (x - 0.6z^2)(z + x^2 + y^2). \tag{11}$$

$$\dot{x} = yz(z + x^2 - y^2), \quad \dot{y} = -0.1x(z + x^2 - y^2), \quad \dot{z} = (-z + 6y^2 + xz)(z + x^2 - y^2), \tag{12}$$

в которых x, y, z – неизвестные функции независимой переменной t.

Системы (1)–(12) представляют новый класс хаотических систем со скрытыми аттракторами: системы с поверхностями равновесия. Они получены в работе [1], используя систематический компьютерный поиск. Скрытые аттракторы важны в инженерных приложениях, поскольку они допускают неожиданные потенциально катастрофические реакции на возмущение в такой конструкции, как мост или крыло самолета.

В работе [2] показано наличие частных аналитических решений со специальными качественными свойствами у достаточно простых трехмерных хаотических систем с квадратичными нелинейностями. Не представляет большого труда показать, что приведенные в [2] системы не являются в общем случае системами Пенлеве-типа (несмотря на наличие частных решений без подвижных критических особых точек).

Используя тест Пенлеве (в предположении, что переменная t является комплексной) доказана

Теорема. *Ни одна из систем (1)–(12) не является системой Пенлеве-типа.*

Список литературы

1. Jafari S., Sprott J.C., Pham V.-T., Volos C., Li C. *Simple chaotic 3D flows with surfaces of equilibria* // Nonlin. Dynamics. 2016. V. 86. P. 1349–1358.

2. Faghani Z., Nazarimehr F., Jafari S., Sprott J. *Simple chaotic systems with specific analytical solutions* // Intern. J. of Bifurcations and Chaos. 2019. V. 29. P. 1950116-1-11.