

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
COMPUTER-AIDED DESIGN

УДК 004.5; 621.38

Поступила в редакцию 23.10.18
Received 23.10.18

Принята к публикации 26.11.2018
Accepted 26.11.2018

**Теоретико-множественная операция объединения
многоугольников в задачах топологического проектирования**

А. А. Бутов

*Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники, Минск, Беларусь
E-mail: tmkrb9@gmail.com*

Аннотация. Разработаны методы выполнения теоретико-множественной операции объединения топологических объектов, задаваемых в виде многоугольников, на плоскости. Даны основные понятия и определения, связанные с рассмотрением многоугольника и комбинации из двух пересекающихся между собой многоугольников. Выполнен анализ различных вариантов пересечения сторон многоугольников между собой. Сформулированы правила, позволяющие выявить вырожденные точки пересечения сторон многоугольников с целью уменьшения числа фрагментов в их границах и уточнить статус возможных точек пересечения. Предложены два метода объединения многоугольников: более простой базовый метод для решения широкого круга практических задач и более сложный общий метод, применимый в том числе и к топологическим объектам, которые описываются многосвязными многоугольниками, имеющими внутри себя «пустоты». Материал статьи относится к исследованиям, связанным с общей задачей по разработке программной системы подготовки топологической информации для микрофотонаборных генераторов изображений.

Ключевые слова: САПР СБИС, топологическое проектирование, вычислительная геометрия, теоретико-множественные операции, объединение многоугольников

Для цитирования. Бутов, А. А. Теоретико-множественная операция объединения многоугольников в задачах топологического проектирования / А. А. Бутов // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 1. – С. 93–102.

Set-theoretic operation of polygons unification on a plane

Aleksey A. Butov

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus
E-mail: tmkrb9@gmail.com*

Abstract. The methods for performing the set-theoretic operation of combining topological objects defined as polygons on a plane are developed. The basic concepts and definitions associated with the consideration of a polygon and a combination of two intersecting polygons are given. The analysis of various options for intersection of the sides of polygons is performed. The rules, that allow to identify the degenerate intersection points of polygons sides to reduce the number of fragments in their borders and to clarify the status of possible intersection points, are formulated. Two methods of combining of polygons are proposed: a simpler basic method for solving a wide range of practical problems, and more complex general method, applicable also to topological objects, which are described by multiply connected polygons with "emptiness". The article refers to the research related to a general task of developing a software system for preparing topological information for micro-indent image generators.

Keywords: CAD VLSI, topological design, computational geometry, set-theoretic operations, union of polygons

For citation. Butov A. A. Set-theoretic operation of polygons unification on a plane. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 1, pp. 93–102 (in Russian).

Введение. Одной из важных составных частей технологического процесса изготовления сверхбольших интегральных схем (СБИС) является подготовка с помощью систем автоматизированного проектирования (САПР) топологии послойных масок для изготовления кристаллов интегральных схем [1–3]. Разработанная топология используется в фотонаборных установках микроэлектроники для создания изображений, которые проецируются на некоторый материал (на пленку или стекло – для получения фотосаблонов, на полупроводниковую пластину – для получения интегральных схем). Под генерацией изображения понимается процесс создания изображения посредством генератора изображения, являющегося составной частью фотонаборной установки. В процессе генерации для каждого объекта топологии создается изображение, которое получается путем пошагового экспонирования отдельных областей объекта в виде прямоугольников, объединение которых дает изображение объекта. Для получения изображения прямоугольника на экспонируемой поверхности используется диафрагма прямоугольной формы с регулируемыми размерами и ориентацией. Перемещение изображения прямоугольника по экспонируемой поверхности осуществляется с помощью координатного стола.

Постановка задачи. Создание управляющей программы для генерации изображения порождает большое число задач, многие из которых решаются методами вычислительной геометрии и оперируют чаще всего геометрическими объектами типа многоугольника и прямоугольника [1–12]. Исходная информация, описывающая топологию интегральной схемы, обычно представляется в виде набора многоугольников, задающих отдельные области объекта топологии, который подлежит экспонированию. Так как входная информация задает объект топологии фрагментарно, то одной из частных задач, решаемых САПР СБИС, является задача объединения таких многоугольников в единый объект с целью нахождения его покрытия прямоугольниками. Далее найденное покрытие можно использовать как входную информацию для генератора изображений микрофотонаборной установки.

Настоящая статья посвящена разработке способов выполнения теоретико-множественной операции объединения топологических объектов-многоугольников в единый объект.

Основные понятия и определения. Многоугольник M на плоскости задается своей границей – замкнутой непересекающейся ломаной линией, состоящей из отрезков прямых, или сторон, многоугольника. Эту границу можно определить упорядоченным множеством угловых точек, или вершин, многоугольника $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, получаемых при последовательном обходе его вдоль границы справа (рис. 1). В свою очередь, угловую точку p_i , где $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, можно задать парой (x_i, y_i) декартовых координат на плоскости.

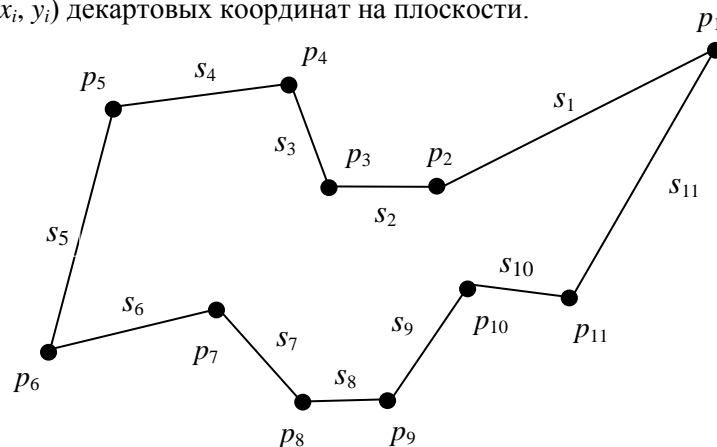


Рис. 1. Вершины и стороны многоугольника M

Обход границы многоугольника, а также любые перемещения по границе будем всегда выполнять в прямом порядке. При таком обходе отрезки границы ориентируются так, чтобы ближние к отрезку точки многоугольника оставались слева.

Вершина p_1 , которая служит начальной угловой точкой для последовательного обозначения отрезков, образующих границу многоугольника, называется начальной. В качестве начальной будем выбирать вершину, наиболее удаленную от начала координат.

Так как каждая пара соседних угловых точек ограничивает соответствующую сторону многоугольника, его границу можно задать также упорядоченной последовательностью сторон многоугольника $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$, где $s_1 = (p_1, p_2)$, $s_2 = (p_2, p_3)$, \dots , $s_n = (p_n, p_1)$.

Каждой стороне s_i многоугольника поставим в соответствие ориентированную прямую v_i , содержащую точки p_i и p_{i+1} . Будем считать, что она ориентирована от p_i к p_{i+1} .

Внутренними углами многоугольника являются углы, ограничивающие область плоскости, которую занимает многоугольник, и образованные парами его смежных сторон. Если внутренний угол меньше 180° , будем называть его выпуклым, а если больше 180° , – вогнутым (рис. 2). Примером выпуклого угла для многоугольника, изображенного на рис. 1, является внутренний угол между сторонами s_3 и s_4 , а примером вогнутого угла – внутренний угол между сторонами s_6 и s_7 .

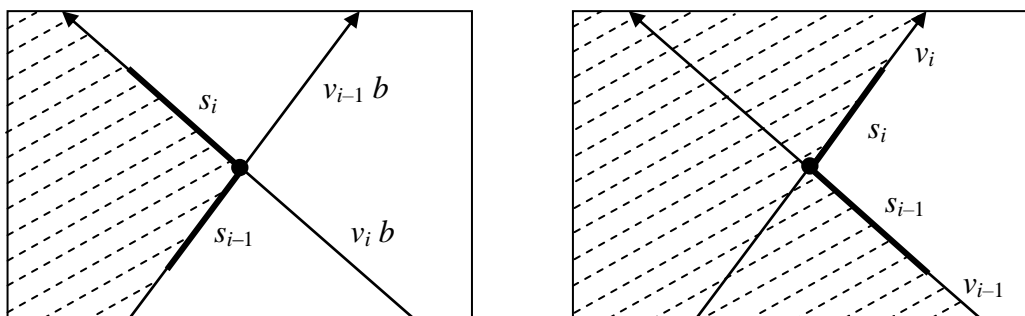


Рис. 2. Участки плоскости, ограниченные выпуклым (слева) и вогнутым (справа) углами

Рассмотрим два пересекающихся между собой многоугольника M_1 и M_2 (рис. 3). Результирующий многоугольник M_R , полученный с помощью теоретико-множественной операции объединения многоугольников M_1 и M_2 , будет содержать в себе только те точки плоскости, каждая из которых принадлежит многоугольнику M_1 или M_2 . Любой из двух объединяемых многоугольников M_1 и M_2 будем называть сопряженным по отношению к другому многоугольнику.

Точки плоскости, в которых стороны многоугольников M_1 и M_2 пересекаются между собой, будут разбивать границу каждого из многоугольников на k отдельных фрагментов. Поэтому границы многоугольников M_1 и M_2 можно задать также с помощью упорядоченных множеств F_1 и F_2 , содержащих фрагменты границ этих многоугольников.

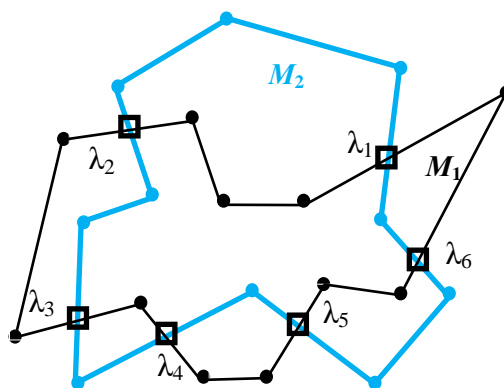


Рис. 3. Пересекающиеся между собой многоугольники M_1 и M_2

Пользуясь терминологией теории графов, будем говорить, что фрагмент границы инцидентен точке пересечения, если он заканчивается или начинается в ней. На рис. 3 видно, что для каждой точки пересечения имеются четыре инцидентных ей фрагмента границы, причем два из них заканчиваются в данной точке, а два – начинаются.

Для определенности будем нумеровать (по возрастанию) точки пересечения сторон в порядке их встречаемости при выполнении операции прямого обхода границы того из многоугольников, начальная вершина которого более удалена от начала координат. Фрагмент границы, содержащий эту более удаленную начальную вершину, будем называть начальным фрагментом. Граница каждого из многоугольников M_1 и M_2 оказалась разбитой на шесть фрагментов точками пересечения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6$, которые на рис. 3 отмечены небольшими квадратами.

Обозначим через $f_1(\lambda_i, \lambda_j)$ и $f_2(\lambda_i, \lambda_j)$ фрагменты границы многоугольников M_1 и M_2 соответственно, которые начинаются в точке пересечения λ_i и заканчиваются в точке пересечения λ_j , где $i = 1, 2, \dots, k, j = i + 1$ для $i < k$ и $j = 1$ для $i = k$. Тогда границу многоугольника M_1 можно задать с помощью множества $F_1 = (f_1(\lambda_6, \lambda_1), f_1(\lambda_1, \lambda_2), f_1(\lambda_2, \lambda_3), f_1(\lambda_3, \lambda_4), f_1(\lambda_4, \lambda_5), f_1(\lambda_5, \lambda_6))$, а границу многоугольника M_2 – множества $F_2 = (f_2(\lambda_6, \lambda_1), f_2(\lambda_1, \lambda_2), f_2(\lambda_2, \lambda_3), f_2(\lambda_3, \lambda_4), f_2(\lambda_4, \lambda_5), f_2(\lambda_5, \lambda_6))$. Начальным является фрагмент $f_1(\lambda_6, \lambda_1)$.

Два фрагмента границы $f_1(\lambda_r, \lambda_s)$ и $f_2(\lambda_r, \lambda_s)$ с фиксированными значениями индексов r и s будем называть альтернативными относительно друг друга. Таким образом, все фрагменты границы многоугольников M_1 и M_2 можно разбить на k пар альтернативных фрагментов. Видно, что граница результирующего многоугольника M_R , полученного объединением многоугольников M_1 и M_2 , будет состоять из k фрагментов и включать в себя по одному фрагменту границы из каждой пары альтернативных фрагментов.

Варианты пересечений сторон многоугольников между собой. Первый, самый распространенный вариант пересечения сторон многоугольников между собой продемонстрирован на рис. 3. Здесь каждая из точек пересечения является внутренней точкой каждой из сторон, образующих пересечение. Такие пересечения сторон будем называть пересечениями первого типа.

Второй вариант пересечения сторон характерен тем, что точка пересечения является внутренней точкой стороны одного многоугольника и концевой точкой двух смежных сторон другого многоугольника, т. е. совпадает с его вершиной. Такие пересечения сторон будем называть пересечениями второго типа (рис. 4).

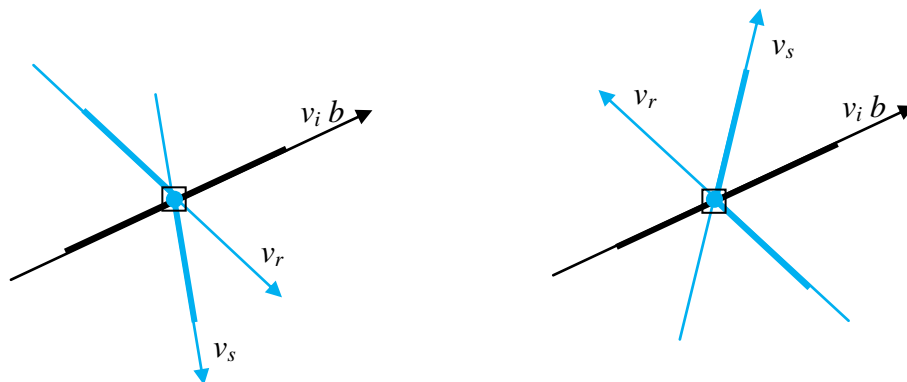


Рис. 4. Примеры пересечений второго типа

Правило упрощения 1. Если обе смежные стороны многоугольника, образующие со стороной сопряженного многоугольника пересечение второго типа, целиком содержатся в одной из полуплоскостей, расположенных слева или справа от ориентированной прямой v_i (рис. 5), то такое пересечение будем называть вырожденным пересечением и считать, что в данном слу-

чае границы не пересекаются. Это влечет за собой уменьшение на единицу общего числа точек пересечения и общего числа фрагментов в границах каждого из многоугольников.

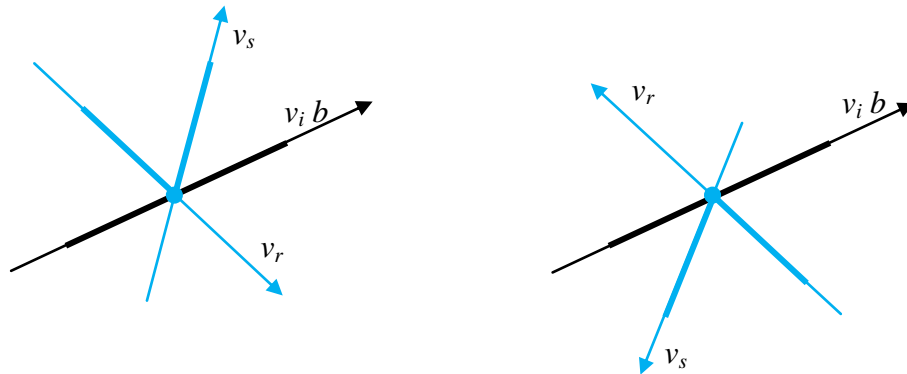


Рис. 5. Примеры вырожденных пересечений второго типа

Третий вариант пересечения сторон характеризуется тем, что точка пересечения является концевой точкой двух смежных сторон как в одном, так и в другом многоугольнике. Такие пересечения сторон будем называть пересечениями третьего типа (рис. 6).

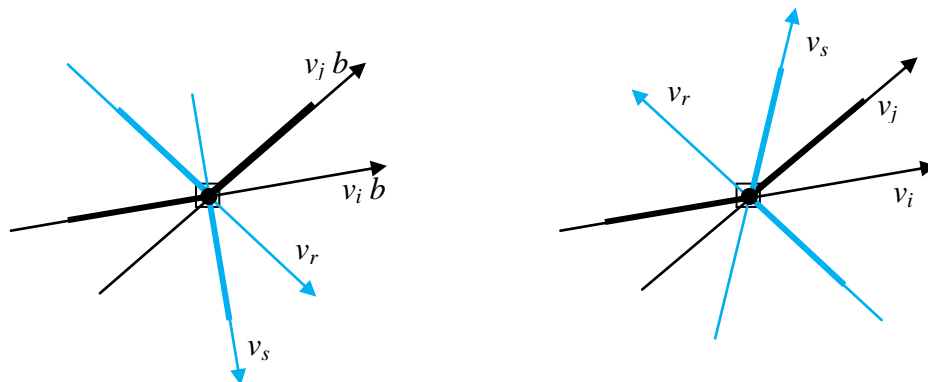


Рис. 6. Примеры пересечений третьего типа

Правило упрощения 2. Если из точки пересечения третьего типа можно провести два луча, разбивающих всю плоскость на два больших сегмента так, что смежные стороны одного многоугольника окажутся в одном сегменте, а смежные стороны сопряженного – в другом сегменте (рис. 7), то такое пересечение будем называть вырожденным. Это, как и в случае вырожденного пересечения второго типа, влечет за собой уменьшение общего числа точек пересечения и общего числа фрагментов в границах каждого из многоугольников.

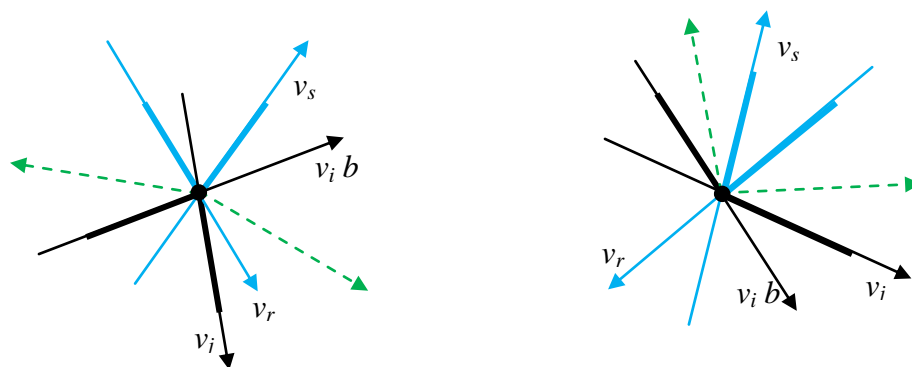


Рис. 7. Примеры вырожденных пересечений третьего типа

Четвертый вариант пересечения сторон характерен тем, что сторона одного и сторона другого многоугольника лежат на одной прямой, при этом каждая из сторон включает в себя общий отрезок данной прямой. Концевые точки такого общего отрезка рассматриваются как возможные точки пересечения, каждая из которых после дополнительного анализа получит статус обычной или вырожденной точки пересечения. Такие пересечения сторон будем называть пересечениями четвертого типа. Анализ возможных точек пересечения на вырожденность с помощью приведенных ниже правил завершается по-разному в зависимости от ориентации на плоскости сторон, включающих в себя общий отрезок.

Правило завершения 1 применяется, если стороны, содержащие общий отрезок, имеют противоположную направленность. Анализируются внутренние углы многоугольников, связанные с концами общего отрезка. В случае выпуклого угла соответствующая возможная точка пересечения получает статус обычной точки пересечения, а в случае вогнутого угла – статус вырожденной точки пересечения. Соответствующие примеры приведены на рис. 8.

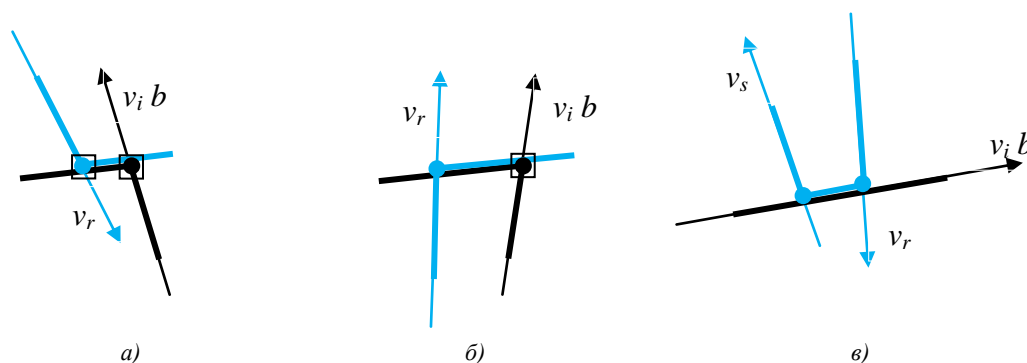


Рис. 8. Примеры пересечений четвертого типа:
а) две точки пересечения; б) одна точка пересечения; в) нет пересечений

Правило завершения 2 применяется, если обе стороны, содержащие общий отрезок, однонаправленные. В данном случае одну из возможных точек пересечения, располагающихся по концам общего отрезка, будем считать начальной, а другую – конечной. Начальная точка λ_{begin} всегда преобразуется в вырожденную точку пересечения. Статус конечной точки λ_{end} определится позднее, в процессе реализации метода нахождения объединения многоугольников (по аналогии с поздним связыванием в объектно-ориентированном программировании), когда станет ясно, по стороне какого из многоугольников следует перемещаться, чтобы достичь точки λ_{end} .

Теперь предположим, что стала известна сторона одного из многоугольников (назовем ее λ_{end} -гранью), перемещение по которой позволит достичь конечной точки λ_{end} . В этом случае статус точки λ_{end} определяется путем анализа внутреннего угла, связанного с ней. Если одной из сторон, образующих внутренний угол, является λ_{end} -грань, то в случае выпуклого угла точка λ_{end} получает статус обычной точки пересечения, а в случае вогнутого угла – статус вырожденной точки пересечения. Если же внутренний угол образован сторонами сопряженного многоугольника, не содержащего λ_{end} -грань, то правило меняется на противоположное: для выпуклого угла точка λ_{end} преобразуется в вырожденную точку пересечения, а для вогнутого угла – в обычную точку пересечения.

Базовый метод объединения многоугольников. Для широкого круга задач, возникающих на практике, можно использовать следующий достаточно простой базовый метод объединения многоугольников M_1 и M_2 .

Сначала находятся все точки пересечения сторон многоугольников M_1 и M_2 между собой с последующим исключением всех вырожденных точек пересечения (возможные точки пересечения сохраняются).

Далее выполняется пошаговое формирование множества F_R , задающего границу результирующего многоугольника M_R , путем добавления в F_R на очередном шаге нового фрагмента,

выбираемого из соответствующей пары альтернативных фрагментов. Первоначально множество F_R будет содержать в себе лишь стартовый фрагмент. На каждом из шагов выполняются следующие действия.

Рассматривается точка пересечения λ_{cur} , в которой заканчивается последний добавленный в F_R фрагмент $f_\pi(\lambda_{cur-1}, \lambda_{cur})$, принадлежащий границе многоугольника M_π , где $\pi \in \{1, 2\}$. Если λ_{cur} является возможной точкой пересечения, то уточняется ее статус в соответствии с описанными выше правилами завершения, поскольку λ_{cur} -грань уже стала известна. В случае, когда λ_{cur} получает статус вырожденной точки пересечения, она удаляется, а последний добавленный в F_R фрагмент $f_\pi(\lambda_{cur-1}, \lambda_{cur})$ корректируется путем включения в него отрезков границы многоугольника M_π так, чтобы завершиться в следующей за λ_{cur} (в порядке прямого обхода) точке пересечения.

Если же точка пересечения λ_{cur} является обычной точкой пересечения (или стала ею после уточнения своего статуса), то множество F_R расширяется путем добавления фрагмента, начинающегося в точке λ_{cur} и принадлежащего границе многоугольника, сопряженного с многоугольником M_π . Такое пошаговое формирование множества F_R , задающего границу результирующего многоугольника M_R , заканчивается тогда, когда граница станет замкнутой, т. е. конец последнего добавленного фрагмента совпадет с началом стартового фрагмента.

На рис. 9 изображены два многоугольника M_1 и M_2 , образующие различные типы пересечений своих сторон, и результирующий многоугольник M_R , граница которого отмечена пунктирной зеленой линией. Для простоты вершины многоугольников не отмечены кружками. Возможные точки пересечения, получившие статус обычной точки пересечения, обозначены зелеными квадратами. Все вырожденные точки пересечения изображены красными квадратами.

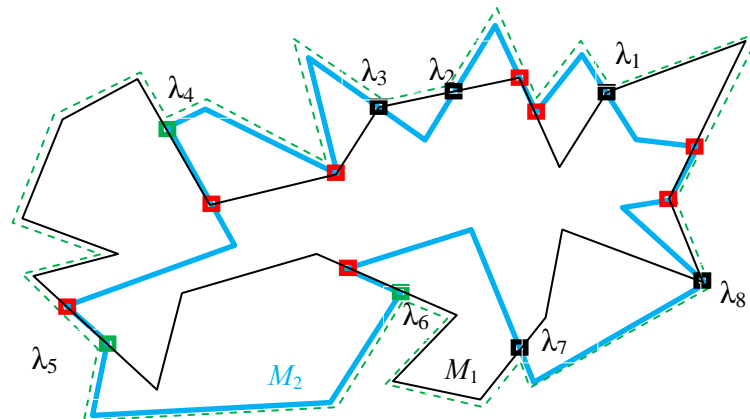


Рис. 9. Объединение многоугольников с помощью базового метода

Общий метод объединения многоугольников. При решении задачи объединения многоугольников M_1 и M_2 может возникнуть ситуация, когда результирующий многоугольник будет содержать внутри себя «пустоты», т. е. такие свои внутренние области в форме многоугольников, точки которых не принадлежат ни одному из объединяемых многоугольников M_1 и M_2 . Соответствующий пример показан на рис. 10.

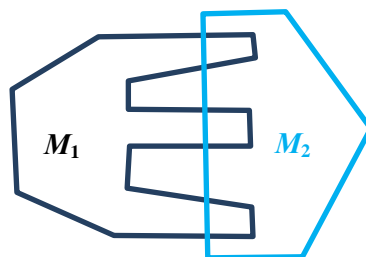


Рис. 10. Многоугольники M_1 и M_2 , порождающие при объединении пустоты

Многоугольник с пустотами будем называть многосвязным многоугольником в отличие от обычного многоугольника, который может рассматриваться как односвязный многоугольник. С учетом этого результирующий многосвязный многоугольник M_R^+ будем задавать парой $M_R^+ = (M_R, Z)$, где M_R – односвязный многоугольник, а $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ – множество многоугольников-пустот. Многоугольник M_R отыскивается с помощью базового метода. Для нахождения множества Z необходимо выполнить следующие действия над множеством точек пересечения $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$ и границами многоугольников M_1 и M_2 , задаваемыми множествами F_1 и F_2 :

1. Сформировать пустое множество Z .
2. Из множества Λ удалить все точки пересечения, принадлежащие границе многоугольника M_R , вместе с инцидентными им фрагментами в множествах F_1 и F_2 .
3. Если в множестве Λ найдется точка пересечения λ_i , имеющая лишь два инцидентных ей фрагмента, то выполнить следующие операции:
 - а) из точки λ_i с использованием правил базового метода совершать обход границы до тех пор, пока граница не замкнется; найденный многоугольник-пустоту занести в множество Z ;
 - б) из множества Λ удалить все точки пересечения, принадлежащие границе найденного многоугольника-пустоты, вместе с инцидентными им фрагментами.

Этап 3 повторяется до тех пор, пока множество Λ , а также множества F_1 и F_2 не станут пустыми. В результате процесс формирования множества Z многоугольников-пустот будет завершен. Если же этап 3 не будет выполнен ни разу, то в итоге получим односвязный многоугольник $M_R^+ = (M_R, \emptyset)$.

Теперь рассмотрим наиболее общий случай, когда объединяются многосвязные многоугольники $M_1^+ = (M_1, Z_1)$ и $M_2^+ = (M_2, Z_2)$. В этом случае результирующий многоугольник $M_R^+ = (M_R, Z_R)$ формируется следующим образом:

1. Путем объединения односвязных многоугольников M_1 и M_2 отыскивается многосвязный многоугольник $M_{imp}^+ = (M_R, Z_{imp})$.
2. Множество Z_1 преобразуется в множество Z_1^- путем «вычитания» многоугольника M_2 из каждого многоугольника-пустоты, входящего в множество Z_1 (используется теоретико-множественная операция разности, не рассматриваемая в данной работе).
3. Множество Z_2 преобразуется в множество Z_2^- путем «вычитания» многоугольника M_1 из каждого многоугольника-пустоты, входящего в множество Z_2 .
4. В множество Z_{imp} добавляются элементы множества Z_1^- . При этом выполняются все возможные объединения с добавляемыми элементами, после чего будет получено множество Z_{imp}^1 (объединения выполняются по упрощенной схеме: те из них, которые приводят к появлению многосвязных многоугольников, не выполняются).
5. В множество Z_{imp}^1 добавляются элементы множества Z_2^- . При этом выполняются все возможные объединения с добавляемыми элементами (по упрощенной схеме). В результате будет получено множество многоугольников-пустот Z_R .

Заключение. Работа посвящена рассмотрению одной из частных задач, решаемых в рамках САПР СБИС, – теоретико-множественному объединению топологических объектов-многоугольников в единый объект.

Предложены базовый и общий методы решения задачи объединения многоугольников. Более простой базовый метод позволяет решать широкий круг задач, часто встречающихся на практике, продуцируя в итоге односвязный многоугольник. Более сложный общий метод применяется на практике реже, является расширением базового метода и позволяет работать в том числе с более сложными объектами – многоугольниками, имеющими внутри себя «пустоты».

Похожий, но более громоздкий метод объединения многоугольников был ранее разработан, доведен до формы программ и опробован автором в составе автоматизированной системы подготовки информации для формирования фотошаблонов [2, 3]. Этот же метод был использован и при решении другой задачи, связанной с анализом корректности покрытия многосвязного многоугольника [12].

Список использованных источников

1. Фейнберг, В. З. Геометрические задачи машинной графики больших интегральных схем / В. З. Фейнберг. – М. : Радио и связь, 1987. – 178 с.
2. Автоматизированная система подготовки информации для формирования фотошаблонов / Е. А. Шестаков [и др.] // Искусственный интеллект. – 2008. – № 4. – С. 200–207.
3. The automated system of input data preparation for integrated circuit layout generators / E. Shestakov [et al.] // Proc. Intern. Conf. "Neural Networks and Artificial Intelligence" (ICNNAI'2008). – Minsk, 2008. – P. 217–219.
4. Препарата, Ф. Вычислительная геометрия: введение : пер. с англ. С. А. Вичеса, М. М. Комарова ; под ред. Ю. М. Банковского / Ф. Препарата, М. Шеймос. – М. : Мир, 1989. – 478 с.
5. Ласло, М. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C++ : пер. с англ. / М. Ласло. – М. : БИНОМ, 1997. – 304 с.
6. Закревский, А. Д. Логический синтез каскадных схем / А. Д. Закревский. – М. : Наука, 1981. – 416 с.
7. Шестаков, Е. А. Декомпозиция многосвязного многоугольника в множество прямоугольников / Е. А. Шестаков // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. Физика, математика, информатика. – 2008. – № 5. – С. 82–86.
8. Шестаков, Е. А. Декомпозиция многосвязного многоугольника в множество ортогональных многоугольников / Е. А. Шестаков, А. А. Воронов // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. Физика, математика, информатика. – 2008. – № 5. – С. 87–91.
9. Бутов, А. А. Метод объединения множества пересекающихся контуров / А. А. Бутов // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. Физика, математика, информатика. – 2008. – № 5. – С. 65–70.
10. Минимизация площади заказных СБИС на этапе топологического проектирования цифровых схем / Л. Д. Черемисинова [и др.] // Управляющие системы и машины. – 2012. – № 4. – С. 42–50.
11. Бутов, А. А. Устранение избыточности в покрытии топологического объекта прямоугольниками / А. А. Бутов // Доклады БГУИР. – 2017. – № 8. – С. 13–20.
12. Бутов, А. А. Анализ корректности покрытия многосвязного многоугольника / А. А. Бутов, Е. А. Шестаков // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. Физика, математика, информатика. – 2008. – № 5. – С. 57–60.

References

1. Fejnberg V. Z. Geometricheskie zadachi mashinnoy grafiki bol'shih integralnyh shem. *Geometric Problems of Computer Graphics of Large Integrated Circuits*. Moscow, Radio i svyaz', 1987, 178 p. (in Russian).
2. Shestakov E. A., Butov A. A., Orlova T. L., Voronov A. A. Avtomatizirovannaya sistema podgotovki informacii dlya formirovaniya fotoshblonov [Automated system for preparing information for forming photomasks]. *Iskusstvennyy intellect [Artificial Intelligence]*, 2008, no. 4, pp. 200–207 (in Russian).
3. Shestakov E., Butov A., Orlova T., Voronov A. The automated system of input data preparation for integrated circuit layout generators. *Proceedings International Conference "Neural Networks and Artificial Intelligence" (ICNNAI'2008)*, Minsk, 2008, pp. 217–219.
4. Preparata F., Sheymos M. *Computational Geometry: Introduction*. New York, Springer-Verlag, 1985, 478 p.
5. Laslo M. Vychislitel'naya geometriya i kompyuternaya grafika na C++. *Computational Geometry and Computer Graphics in C++*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1996, 304 p.
6. Zakrevskij A. D. Logicheskij sintez kaskadnyh shem. *Logical Synthesis of Cascade Circuits*. Moscow, Nauka, 1981, 416 p. (in Russian).
7. Shestakov E. A. Dekompoziciya mnogosvyaznogo mnogougol'nika v mnozhestvo pryamougol'nikov [Decomposition of a multiply connected polygon into a set of rectangles]. *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. Fizika, matematika, informatika [Bulletin of Brest State Technical University. Physics, Mathematics, Computer Science]*, 2008, no. 5, pp. 82–86 (in Russian).
8. Shestakov E. A., Voronov A. A. Dekompoziciya mnogosvyaznogo mnogougol'nika v mnozhestvo ortogonalnyh mnogougol'nikov [Decomposition of a multiply connected polygon into a set of orthogonal polygons]. *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. Fizika, matematika, informatika [Bulletin of Brest State Technical University. Physics, Mathematics, Computer Science]*, 2008, no. 5, pp. 87–91 (in Russian).

9. Butov A. A. Metod objedineniya mnozhestva persekayushhihsya konturov [*The method of combining the set of intersecting contours*]. Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. Fizika, matematika, informatika [*Bulletin of Brest State Technical University. Physics, Mathematics, Computer Science*], 2008, no. 5, pp. 65–70 (in Russian).

10. Cheremisinova L. D., Bazilevich R. P., Loginova I. P., Scherbyuk I. F., Bazilevich L. V. Minimizatsiya ploschadi zakaznyh SBIS na etape topologicheskogo proektirovaniya tsifrovyyh shem [Minimization of the area of custom VLSI at the stage of topological design of digital circuits]. Upravlyayuschie sistemy i mashiny [*Control Systems and Machines*], 2012, no. 4, pp. 42–50 (in Russian).

11. Butov A. A. Ustranenie izbytochnosti v pokrytii topologicheskogo objekta pryamougolnikami [About elimination the redundancy in coverage of a topological object with rectangles]. Doklady BGUIR [*Reports of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics*], 2017, no. 8, pp. 13–20 (in Russian).

12. Butov A. A., Shestakov E. A. Analiz korrektnosti pokrytiya mnogosvyaznogo mnogougol'nika [Elimination of redundancy in the coverage of a topological object with rectangles]. Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. Fizika, matematika, informatika [*Bulletin of Brest State Technical University. Physics, Mathematics, Computer Science*], 2008, no. 5, pp. 57–60 (in Russian).

Информация об авторе

Бутов Алексей Александрович, кандидат технических наук, доцент, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь.
E-mail: tmkrb9@gmail.com

Information about the author

Aleksey A. Butov, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus.
E-mail: tmkrb9@gmail.com