

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕАЛЬНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Игнатенко В.В., Леонов Е.А.

Белорусский государственный технологический университет, г. Минск, Республика Беларусь

Annotation. The work is devoted to practice-oriented training. The use of the real production problem of the logging complex «Optimal ratio of the harvester – forwarder harvesting pair» in the course of higher mathematics is shown.

Следует отметить, что преподавание математики в технических университетах, существенно отличается от преподавания в классических университетах. Дело в том, что в техническом вузе, математика является не просто общеобразовательной дисциплиной как философия или история Беларуси, а вспомогательной дисциплиной «обслуживающей» математические потребности конкретных специальностей. В силу этого курс «Высшая математика» должен строиться с учетом реальных производственных задач будущей специальности, с особенностями используемой современной техники и современных технологий, решаемых с использованием математических методов.

Особое внимание должно уделяться построению математических моделей реальных производственных задач и методам их решения. Как отмечает академик В. И. Арнольд, «умение составлять адекватные математические модели реальных ситуаций должно составлять неотъемлемую часть математического образования» [1. с. 28].

Поясним, как это делается Белорусском государственном технологическом университете для специальности «Лесоинженерное дело».

В лесозаготовительной промышленности на смену традиционным бензопилам и трелевочным тракторам пришли харвестеры (машины, выполняющие комплекс операций: валку деревьев, их очистку от сучьев и раскряжевку на нужные сортаменты), форвардеры (машины, выполняющие работы по сортировке, сбору и вывозу сортаментов с места, где происходит валка леса) и целый ряд других. Специалисту приходится анализировать работу как отдельных узлов машины, так и всей технологической линии.

При достаточно широком выборе однотипных машин, очень важно правильно сформировать их в эффективные технологические линии. Хотя каждая из вышеуказанных машин имеет заводские характеристики, но этого недостаточно для составления высокоэффективной лесозаготовительной пары «харвестер - форвардер». Дело в том, что заводские технические характеристики как правило усредненные и прямое их сопоставление далеко от оптимальной пары. Работа харвестера и форвардера очень сильно зависит от породы и возраста древесины, состава и местоположения лесосеки, времени года и некоторых других факторов. Решение этой проблемы практически невозможно без математического моделирования работы исследуемых объектов.

Для данной специальности в курсе высшей математики читается раздел «Теория массового об-

служивания», где изучается построение математических моделей для стохастических процессов и проводится их анализ.

Покажем это на конкретном примере. Для построения математической модели работы пары харвестер – форвардер рассмотрим граф состояний работы форвардера (рис. 1).

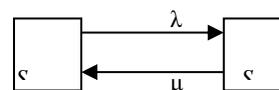


Рис. 1. Граф состояний форвардера

Форвардер может находиться в следующих состояниях: S_0 – простаивать из-за временного отсутствия заготавливаемых харвестером сортаментов; S_1 – осуществлять сбор и транспортировку сортаментов на погрузочный пункт.

Из свободного состояния S_0 в рабочее S_1 форвардер переходит с интенсивностью λ , где $\lambda = 1/t_3$ интенсивность заготовки сортаментов харвестером, t_3 – продолжительность цикла обработки сортаментов харвестером.

Работа системы лесозаготовительных машин «харвестер – форвардер» характеризуется следующими параметрами: харвестер осуществляет заготовку сортаментов на лесосеке с интенсивностью λ сортаментов в час; форвардер осуществляет сбор и транспортировку сортаментов на погрузочный пункт с интенсивностью μ сортаментов в час. При этом форвардер может находиться в следующих состояниях: S_0 – простаивать из-за временного отсутствия заготавливаемых харвестером сортаментов; S_1 – осуществлять сбор и транспортировку сортаментов на погрузочный пункт. Из свободного состояния S_0 в рабочее S_1 форвардер переходит с интенсивностью λ , обратно переход осуществляется с интенсивностью μ .

Обозначим $P_i(t)$ – вероятность того, что в момент времени t система машин «харвестер – форвардер» находится в состоянии S_i , тогда модель функционирования системы (дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний) будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ \frac{dP_1}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Неизвестные параметры λ и μ устанавливаются следующим образом: $\lambda = 1/t_3$, где t_3 – продолжительность цикла заготовки сортаментов харвестером;

$\mu = 1/t_r$, где t_r – продолжительность цикла сбора, транспортировки, разгрузки и подсортировки сортиментов форвардером.

При исследовании работы лесозаготовительного оборудования на протяжении длительного промежутка времени месяц, год и т.д. (установившийся режим работы), можно считать, что $P_0 = \text{const}$, $P_1 = \text{const}$ (финальные вероятности состояния). Ошибка при принятии данного допущения не превышает 8% [2, 3].

В этом случае система дифференциальных уравнений (1) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ 0 = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Решая систему уравнений относительно вероятностей состояний P_0 и P_1 получим выражения для расчета режимов работы системы машин «харвестер – форвардер»:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (3)$$

$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (4)$$

Полученные зависимости вероятностей состояний системы машин «харвестер – форвардер» позволяют установить рациональные значения параметров рассматриваемых машин. Технология работы с зависимостями следующая: на основе конкретных природно-производственных условий выбирается марка оборудования, например форвардера, работа которого характеризуется интенсивностью μ ; из зависимостей (3) и (4) устанавливается рациональное значение параметра λ , по которому в дальнейшем подбирается конкретная марка харвестера [2, 3].

На рис. 2 приведен пример установления рациональной интенсивности λ работы харвестера в зависимости от конкретной интенсивности μ работы форвардера.

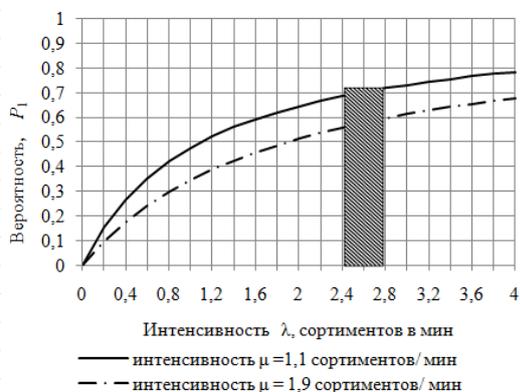


Рис. 2. Установление рациональной интенсивности λ работы харвестера в зависимости от конкретной интенсивности μ работы форвардера

Принятый на основании рис. 2 оптимальный диапазон значений λ^* (зона штриховки) позволяет осуществить выбор требуемого харвестера, обеспе-

чивающего рациональную загрузку применяемого форвардера, т. к. при этом обеспечивается оптимальная величина вероятности его работы P_1^* .

Возможно решение и обратной задачи – установления рациональной интенсивности μ работы форвардера в зависимости от конкретной интенсивности λ работы харвестера (рис. 3).

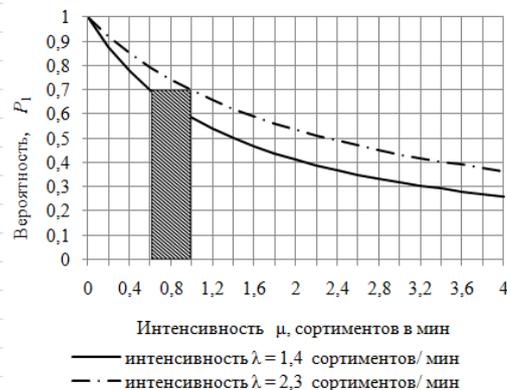


Рис. 3. Установление рациональной интенсивности μ работы форвардера в зависимости от конкретной интенсивности λ работы харвестера

Данная математическая модель может быть использована на производстве, при составлении эффективной системы машин «харвестер – форвардер» в зависимости от конкретных природно-производственных условий, при наименьших экономических затратах.

Например. На предприятии имеется харвестер Амкодор 2551, работающий с интенсивностью заготовки сортиментов $\lambda = 1,4-2,3$ сортиментов/мин и форвардеры МПТ-461.1, МЛ-131 и Амкодор 2661.01, работающие с интенсивностью подвозки сортиментов соответственно $\mu = 0,8-1,3$ сортиментов/мин, $\mu = 0,7-1,2$ сортиментов/мин и $\mu = 1,1-1,9$ сортиментов/мин. Нужно составить оптимальную пару «харвестер – форвардер».

На основании зависимостей рис. 3 оптимальная интенсивность работы форвардера (заштрихованная зона) составляет $\mu^* \leq 1,1$ сортимента/мин. Наиболее близкой интенсивностью работы обладает форвардер Амкодор 2661.01.

Такое построение курса высшей математики позволяет во-первых, повысить у студентов заинтересованность к предмету, когда они видят применимость расчетов на практике, а во-вторых, заранее подготовить их к изучению специализированных дисциплин на старших курсах.

Литература

1. Арнольд, В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд. – М.: МЦНМО, 2000. – 32 с.
2. Игнатенко В. В., И. В. Турлай И. В., Федоренчик А. С. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок. Минск: БГТУ, 2004. 178 с.
3. Игнатенко В. В., Леонов Е. А. Установление рациональных параметров многооперационных машин в лесозаготовительной промышленности // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5–4. С. 291–295.