

УДК 611.13-07:612.15

ПУЛЬСОВАЯ ВОЛНА В ИСКРИВЛЕННЫХ СОСУДАХ

А.И. КУБАРКО, В.Г. ЛЕЩЕНКО, В.А. МАНСУРОВ.

Белорусский государственный медицинский университет, (Минск, Беларусь)

Аннотация. В работе посредством математического моделирования исследуется влияние радиуса искривления сосуда на скорость распространения пульсовой волны, с использованием вычислительного метода механики сплошной среды – взаимодействие упругой и жидкой среды. Показано, что скорость распространения пульсовой волны увеличивается приблизительно на 7% с увеличением радиуса в диапазоне изменения радиуса 0 -160 мм.

Ключевые слова: пульсовая волна, скорость распространения пульсовой волны, искривленный сосуд, численное моделирование, взаимодействие упругой и жидкой среды.

Конфликт интересов. Автор (-ы) заявляют об отсутствии конфликта интересов.

PULSE WAVE IN CURVED VESSELS

A.I. KUBARKO, V.G. LESHCHENKO, V.A. MANSUROV

Belarusian State Medical University (Minsk, Belarus)

Abstract. In this work, with a mathematical modeling, the influence of the radius of curvature of the vessel on the speed of propagation of the pulse wave is considered, using the computational method of a continuous medium mechanics - the Fluid-Structure Interaction (FSI). It is shown that the pulse wave velocity increases by approximately 7% with radius increasing in the range of radius variation 0 -160 mm.

Keywords: pulse wave, pulse wave velocity, curved vessel, computer simulation, fluid-structure interaction.

Conflict of interests. The author (-s) declare no conflict of interests.

Введение

Скорость распространения пульсовой волны (СРПВ) в малых артериальных сосудах может быть использована для оценки состояния их стенок, и, в частности, уплотнения. Однако в силу их ветвления, изменения формы и образования сложных сосудистых сетей, эти измерения оказались более сложными, чем для крупных артериальных сосудов и приводимые в литературе немногочисленные данные результатов этих измерений, как и их интерпретация, оказались противоречивыми.

Пульсовая волна (ПВ) – процесс взаимодействия двух сред: упругой (твердая фаза) и жидкой (жидкая фаза) – является важным фактором, влияющим на процессы циркуляции, которые в настоящее время недостаточно изучены. Следует отметить важные особенности искривленных сосудов, влияющие на процесс распространения пульсовой волны: значительная извилистость и разветвленность; наличие силы Кориолиса; сложность визуального и инструментального наблюдения [1,2].

Движение жидкости в изогнутых трубках не может происходить всюду параллельно искривленной оси, следовательно, должны быть поперечные (вторичные) составляющие скорости. Действительно, частица жидкости, чтобы двигаться по кривой траектории радиуса R со скоростью v , должна испытывать действие боковой силы, сообщающей частице боковое ускорение v^2/R . Далее, градиент давления, действующий на все жидкие частицы, распределен почти однородно, а вследствие прилипания скорость частиц вблизи стенки много меньше, чем в ядре потока. Поэтому радиус кривизны траектории частицы в центре течения должен быть больше, чем у стенки. Иными словами, жидкость из ядра вытесняется к внешней стороне изгиба, а жидкость у боковой части стенки возвращается к внутренней стороне. Таким образом, порождается вторичное замкнутое течение [3]. Это вторичное течение в свою очередь влияет на распределение продольной скорости, и между ними возникает взаимодействие сложной природы, приводящее к изменению дисперсионных соотношений, что окажет влияние на групповую скорость распространения пульсовой волны. Толчок давления пытается выпрямить изогнутый сосуд, таким образом, возникают дополнительные деформации в радиальном направлении. По стенке сосуда распространяются волны деформации: по наружному радиусу изгиба волна проходит более длительный путь, по более короткому пути волна проходит за короткое время. Это приводит к дисперсии пульсовой волны.

Цель работы

Целью данной работы является исследование влияния радиуса искривления сосуда на скорость распространения пульсовой волны посредством математического моделирования.

Постановка задачи

Начнем с рассмотрения распространения волн давления в прямой упругой трубке постоянного сечения, у которой невозмущенная площадь поперечного сечения и упругие свойства не зависят от продольной координаты x . Кровь считается вязкой, однородной и несжимаемой жидкостью. Пренебрежение вязкостью основывается на данных о том, что профили скорости в больших артериях примерно плоские, таким образом, влияние вязкости ограничено тонкими пограничными слоями на стенках. Предполагается также, что длины волн всех возмущений, представляющих интерес, велики по сравнению с диаметром трубки, поэтому профиль скорости всегда будет плоским, и движение крови может быть представлено продольной составляющей скорости $U(x, t)$, где t — время.

Обусловленные волной давления радиальные движения стенки сосуда могут также вызывать некоторые ее продольные перемещения, поскольку она подвергается продольному растяжению или сжатию, но такие перемещения имеют второстепенное значение, и их влияние на распространение волны пренебрежимо мало. Кроме того, можно представить себе волны совсем другого рода, когда колебательные перемещения стенки исходно являются продольными и, благодаря вязкости, вызывают продольные движения жидкости в пограничном слое, преодолевая ее инерцию. Однако физиологические доказательства существования таких волн отсутствуют.

Скорость распространения волны (c) связана с растяжимостью сосуда:

$$c = 1 / \sqrt{D} \quad (1)$$

где $D = 1/S \cdot \Delta S / \Delta p$ — растяжимость сосуда, S — площадь поперечного сечения, p — давление внутри сосуда.

Вывод этой формулы опирается на два основных принципа — закон сохранения массы и второй закон Ньютона (сила = масса \times ускорение). Предполагается, что жидкость находится в бесконечно длинной растяжимой трубке, диаметр которой не изменяется, пока к ней не прикладываются возмущения, подобные пульсовому колебанию давления. Если D уменьшается, то c увеличивается и наоборот. Т. е. по более жесткой артерии волна распространяется быстрее [3].

Взаимодействие упругой области с жидкой средой.

Чтобы изучить взаимодействие между жидкостью и упругой структурой необходимо использовать метод Эйлера-Лагранжа (ALE). При создании математической модели физических процессов удобно записать уравнения для одного физического явления, используя формализм Эйлера, а уравнения для другого явления — в формализме Лагранжа. Такой подход и называется методом ALE. В рамках этого метода уравнения решаются в третьей системе координат, которая не совпадает ни с пространственной, ни с материальными областями.

При расчете перемещений в упругих областях используются уравнения механики Лагранжа. При этом связь между координатами в пространственной и материальной области задается, как и раньше, перемещением. В методе ALE используются дополнительные уравнения, которые позволяют изменять положение и форму сеточных элементов в близлежащих областях пространства. Благодаря этому можно описать, как механическая деформация меняет положение и форму границ областей, в которых решаются уравнения в формулировке Эйлера.

На границах, разделяющих области, в которых используются формализмы Лагранжа и Эйлера, в качестве граничного условия для дополнительных уравнений используется условие равенства перемещений в пространственном фрейме (которые определяются перемещениями узлов сетки) и механических перемещений пространственного фрейма относительно материального фрейма.

Течение жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса, которые дают решение для поля скоростей u_{fluid} . Полная сила, действующая на твердую границу со стороны жидкости, является отрицатель-

ной силой реакции на жидкость. В данном случае необходимо решать две связанные задачи – гидродинамическую (движение жидкости) и механическую (деформация стенок сосуда) [4,5]. Действительно, течение жидкости может деформировать стенку, поэтому чтобы рассчитать профиль течения в непрерывно деформируемой геометрии необходимо использовать метод Лагранжа-Эйлера. Этот метод использует динамику деформируемой геометрии перемещающихся границ сред с помощью движущейся сетки (*moving mesh*). При этом вычисляются новые координаты сетки в области сосуда на основе движения границ сред.

Формулировка механики твердого тела поддерживает геометрическую нелинейность (большие деформации). Пространственный каркас также деформируется с деформацией сетки, которая равна смещениям u_{solid} твердого тела внутри твердых областей. Сетка может свободно перемещаться внутри жидких областей и приспособливается к движению твердых стенок. Это геометрическое изменение жидкой области автоматически учитывается с помощью метода ALE.

Геометрия

Модельный сосуд (рис. 1.а) состоит из 3 частей. 1 и 3 прямые трубки, 2 часть искривленная трубка с радиусом кривизны R и длиной $L1$. Радиус кривизны – переменный параметр, который изменялся от 25 мм до 125 мм, с шагом 25 мм. 1 участок предназначен для стабилизации течения и имеет внутренний радиус r (такой же, как искривленный участок), 2 участок создает гидравлическое сопротивление посредством уменьшения внутреннего радиуса до $r/6$. Точки контроля внутреннего давления в сосуде находятся в координатах $0,r,0$ (1 точка) и $x2,y2,0$ (2 точка). Значения находятся в таблице 1.

Таблица 1. Параметры геометрической модели

Table 1. Geometry model parameters

Обозначение Name	Выражение Expression	Описание Description
r	2[mm]	Внутренний радиус
hw	0.5[mm]	Толщина стенки сосуда
L1	80[mm]	Длина искривленного участка
fi1	$L1*180[deg]/(\pi*R)$	Дуга искривления
x2	$R*\cos(fi1)$	X координата контрольной точки 2
y2	$R*\sin(fi1)$	Y координата контрольной точки 2
Ld	30[mm]	Длина прямых участков

Граничные и начальные условия

На входе модельного сосуда задается короткий импульс массового потока Q_m , равный $10^{-5} [kg/s] * \text{int1}(t)$ (смотри рис 1.б) и длительностью 70 ms, на выходе модельного сосуда - давление постоянно и равно нулю для любого момента времени. Внешние границы свободные – могут перемещаться во всех направлениях. В начальный момент времени жидкость покоится, и сплошная среда не имеет напряжений. На границе раздела жидкости и упругой среды выполняются условия прилипания. На границе раздела участков модельного сосуда предполагаются слабо отражающие граничные условия (волны S и P типа).

Механические свойства элементов модельного сосуда, сплошная среда: модуль Юнга $E = 10^3 \text{ Pa}$; коэффициент Пуассона $\nu = 0.43$; плотность $\rho_c = 1000 \text{ kg/m}^3$, жидкая среда: плотность $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$; динамическая вязкость $\mu = 0.005 \text{ Pa*s}$.

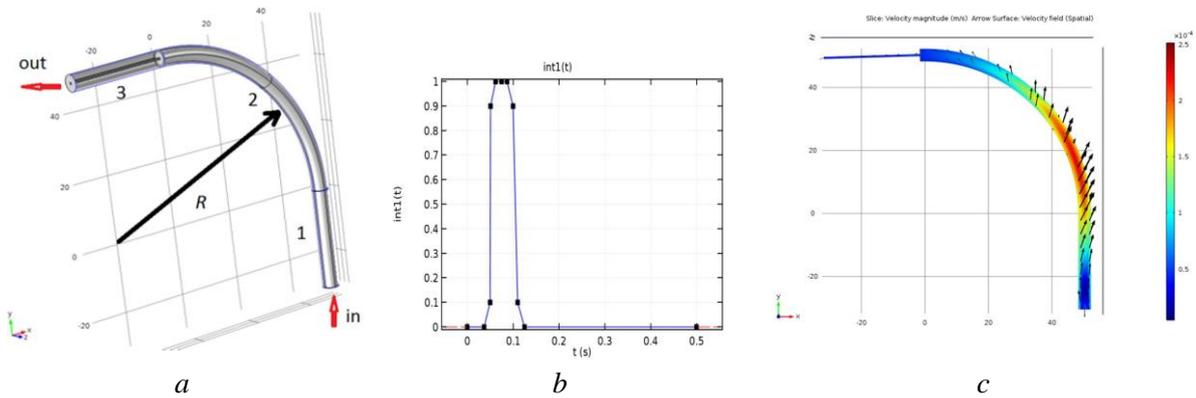


Рис. 1. *a* – геометрия модельного сосуда; *b* – безразмерный импульс массового потока на входе в модельный сосуд; *c* - поле скоростей движения жидкости в плоскости XY, стрелки показывают векторы скоростей жидкости в 3D, для момента времени $t = 200$ ms.

Fig. 1. *a* – model vessel geometry; *b* – dimensionless mass flow pulse at the inlet of the model vessel; *c* - fluid velocity field in the XY plane, arrows show the fluid velocity vectors in 3D, for the moment of time $t = 200$ ms.

Результаты и их обсуждение

Моделирование процесса распространения пульсовой волны осуществлялось методом конечных элементов с использованием вычислительного метода механики сплошной среды – взаимодействие упругой и жидкой среды (*Fluid-Structure Interaction - FSI*). Скорость движения жидкости показана на рис. 1.*c*.

При моделировании фиксировалось давление в 2 точках в центре модельного сосуда и на расстоянии 10 мм от входа и выхода, таким образом, расстоянию между этими точками составит 110 мм. Изменение во времени давления в этих точках показано на рис. 2.*a*.

Если максимум давления на входе всегда приходится на одно и тоже время, то максимум давления на выходе приходится на время, зависящее от радиуса искривления. То есть импульс давления проходит определенное расстояние за разный промежуток времени. Это обстоятельство позволяет вычислить скорость распространения пульсовой волны (см. рис. 2.*b*). Скорость распространения пульсовой волны, рассчитанная по формуле (1) с учетом коэффициента Пуассона, дает результат 0,34 м/с, что весьма близко к результату, который дает численная математическая модель. Это свидетельствует о том, что вычислительный алгоритм работает правильно.

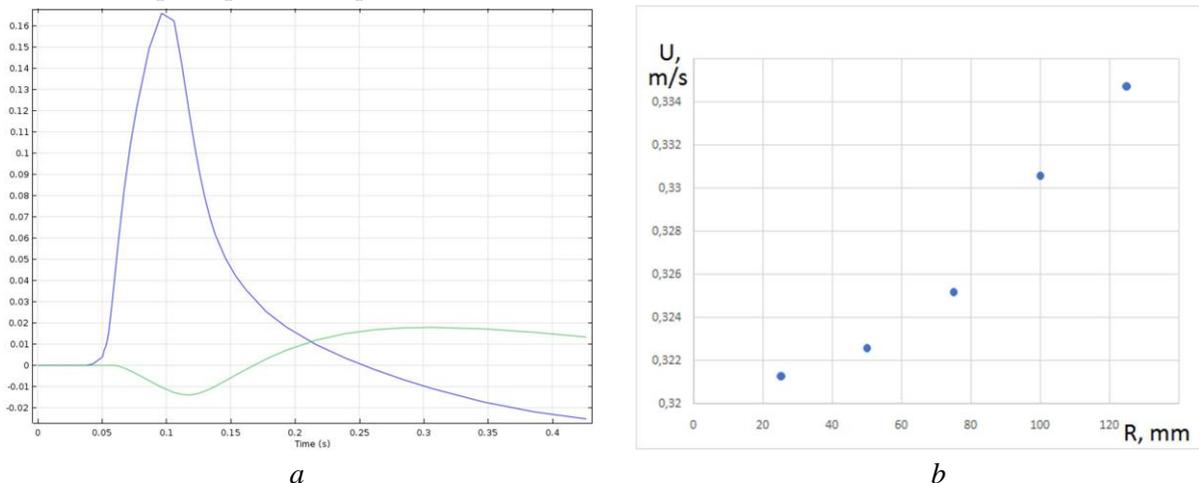


Рис. 2. *a* – давление на входе и выходе модельного сосуда $R = 100$ мм; *b* – зависимость скорости распространения пульсовой волны от радиуса кривизны R .

Fig. 2. *a* – pressure at the inlet and outlet of the model vessel, $R = 100$ mm; *b* – dependence of the pulse wave velocity on the radius of curvature R .

Зависимость изменения скорости пульсовой волны (рис. 2.б) от радиуса искривления можно тем, что, движение жидкости в изогнутых трубках не может происходить всюду параллельно искривленной оси, и должны быть поперечные (вторичные) составляющие скорости, которые оказывают дополнительное давление на стенку сосуда и изменяют скорость движения возмущенной стенки сосуда.

Заключение

В данной работе проведено численное исследование влияния радиуса искривления сосуда на скорость распространения пульсовой волны посредством метода взаимодействия упругой и жидкой среды. Показано, что скорость распространения пульсовой волны в искривленных сосудах изменяется при изменении радиуса искривления. Скорость распространения пульсовой волны увеличивается примерно на 7% при увеличении радиуса искривления в диапазоне 0 -160 мм.

Список литературы

1. N.A Shirwany Arterial stiffness: a brief review / Shirwany N.A., Zou M-hui. //Acta Pharmacologica Sinica. 2010.- vol. 31. pp. 1267–1276.
2. M. E Safar. Disturbance of macro- and microcirculation: relations with pulse pressure and cardiac organ damage / Safar M. E., Lacolley P. // Am J Physiol. Heart Circ Physiol. 2007.- vol. 293. pp. H1–H.
3. Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У. Механика кровообращения. М.: Мир, 1981. — 624 с.
4. G. A. Holzapfel, Biomechanics of soft tissue / in The Handbook of Materials Behavior Models, (2001), Vol. 3, pp. 1049–1063.
5. F.G. Simsek Investigation of material modeling in fluid–structure interaction analysis of an idealized three-layered abdominal aorta: aneurysm initiation and fully developed aneurysms / Simsek F.G., Kwon Y.W. // J Biol Phys. 2015. Vol. 41 pp. 173–201.

References

1. N.A Shirwany Arterial stiffness: a brief review / Shirwany N.A., Zou M-hui. //Acta Pharmacologica Sinica. 2010.- vol. 31. pp. 1267–1276.
2. M. E Safar. Disturbance of macro- and microcirculation: relations with pulse pressure and cardiac organ damage / Safar M. E., Lacolley P. // Am J Physiol. Heart Circ Physiol. 2007.- vol. 293. pp. H1–H.
3. Karo K., Pedli T., Shroter R., Sid U. Mekhanika krovoobrashcheniya. M.: Mir, 1981. — 624 s.
4. G. A. Holzapfel, Biomechanics of soft tissue / in The Handbook of Materials Behavior Models, (2001), Vol. 3, pp. 1049–1063.
5. F.G. Simsek Investigation of material modeling in fluid–structure interaction analysis of an idealized three-layered abdominal aorta: aneurysm initiation and fully developed aneurysms / Simsek F.G., Kwon Y.W. // J Biol Phys. 2015. Vol. 41 pp. 173–201.

Вклад авторов

Кубарко А.И. – 1/3, Лещенко В.Г. – 1/3, Мансуров В.А. – 1/3.

Authors contribution

Kubarko A.I. – 1/3, Leshchenko V.G. – 1/3, Mansurov V.A. – 1/3.

Сведения об авторах

Кубарко А.И., д.м.н., профессор, БГМУ.

Лещенко В.Г., к.ф.-м.н., доцент, БГМУ

Мансуров В.А., к.т.н. доцент, БГМУ.

Information about the authors

Kubarko A.I., Doctor of Medical Sciences, Professor, BSMU.

Leshchenko V.G., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, BSMU

Mansurov V.A., Ph.D. associate professor, BSMU.

Адрес для корреспонденции

22060, Беларусь, Минск, ул. Ак. Федорова, д. 5, кв. 3.

Белорусский государственный медицинский университет.

Тел. + 375 33 6331157

Мансуров Валерий Анатольевич

Address for correspondence

22060, Belarus, Minsk, Ak. Fedorova, st. 5, ap. 3.

Belarusian State Medical University.

tel. + 375 33 6331157;

Mansurov Valery Anatolievich