## УДК 621.396.96+621.391

# БАЗОВЫЙ АЛГОРИТМ ДЛИТЕЛЬНОГО КОГЕРЕНТНОГО НАКОПЛЕНИЯ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ МИГРАЦИИ ПО ДАЛЬНОСТИ И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫМ

## КОЗЛОВ С. В., ЛЕ ВАН КЫОНГ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (г. Минск, Республика Беларусь)

## E-mail: kozlov@bsuir.by

Аннотация. На основе математической модели отраженного от точечной цели сигнала при наличии миграции по дальности и ее производным предложен алгоритм длительного когерентного накопления (КН) отраженного сигнала (ОС), предусматривающий вычисление спектров принимаемой реализации в каждом периоде повторения, коррекцию миграции по дальности и ее производным путем умножения спектров на фазовые функции, определяемые ожидаемыми параметрами движения цели, суммирование спектров, умножение результата на комплексную частотную характеристику (КЧХ) согласованного фильтра одиночного сигнала и получение выходного сигнала когерентного накопителя путем обратного преобразования Фурье суммарного взвешенного спектра. Построена функция неопределенности по скорости и ускорению, получены выражения для разрешающей способности по производным дальности и приведены оценки для требуемого числа каналов приемника.

Abstract. Based on the mathematical model of the reflected signal in the presence of range migration and its derivatives, an algorithm for long-term coherent accumulation of the reflected signal is proposed, which provides for the calculation of the spectra of the received implementation in each repetition period, correction of the range migration and its derivatives by multiplying the spectra by phase functions determined by the expected motion parameters goals, summation of spectra, multiplication of the result by the CFC of the filter and obtaining the output signal of a coherent accumulator by inverse Fourier transform of the total weighted spectrum. An uncertainty function for velocity and acceleration is constructed, expressions for the resolution with respect to the range derivatives are obtained, and estimates for the required number of receiver channels are given.

#### Постановка задачи

Алгоритмы обнаружения целей в условиях наличия миграции по дальности и ее производным рассматривалась в ряде работ. Для случая наличия линейной миграции дальности (ЛМД) в работе [1] предложены достаточно эффективные алгоритмы обработки, но для целей, движущихся с ненулевыми высшими производными дальности, квадратичная (КвМД) и кубическая (КубМД) миграция дальности и связанная с ними миграция доплеровской частоты (МДЧ), не устраняются. В [2] рассмотрены алгоритмы обработки сигналов в бортовых радиолокационных станциях при наблюдении высокоскоростных летательных аппаратов. Авторы утверждают, что квадратичное изменение дальности, в части смещения огибающей является несущественным по отношению к линейному. На самом деле сравнение нужно проводить не с линейным изменением дальности, а со смещением сжатых импульсов за время наблюдения в сравнении с разрешающей способностью по времени задержки. Поэтому допущение авторов верно для относительно низкой (0,5 мкс) разрешающей способностью бортовых РЛС по задержке в сочетании с небольшим (0,1...0,2 с) временем когерентного накопления. Кроме того, компенсация ЛМД в предложенном алгоритме реализуется не полностью, а компенсация квадратичной и кубической МД не реализуется.

Таким образом, в настоящее время отсутствуют практически реализуемые алгоритмы обработки, обеспечивающие длительное КН ОС при наличии миграции по дальности и ее производным.

Цель статьи — обоснование и исследование базового алгоритма длительного накопления отраженного сигнала при наличии миграции по дальности и ее производным и обоснование требований к многоканальному приемнику.

Республиканская научно-практическая конференция, 28-29 октября 2020 г., Минск, Республика Беларусь

## Алгоритмы обработки

Согласно [4], модель отраженного от точечной цели сигнала имеет вид (здесь и далее использованы обозначения [4]):

$$\dot{S}(t_m, t_k) = S_0 \operatorname{rect} \left[ \frac{1}{T_0} (t_m - \tau_k) \right] e^{j\pi\mu_c (t_m - \tau_k)} e^{-j\psi_k} e^{-j4\pi \frac{J_0}{c} V_{d_k} t_m}$$
(1)

Выполним сжатие каждого из импульсов пачки с использованием согласованного фильтра (СФ) одиночного импульса со скоростью изменения частоты  $\mu_c$ , с постоянной времени  $t_{cob} = T_0$ ,

настроенного на доплеровский сдвиг частоты  $F_{c\phi}$ . После согласованного фильтра принимаемый сигнал с точностью до начальной фазы запишется в виде

$$\dot{S}_{CK}(t_m, t_k) = A_k \operatorname{sinc} \left\{ \Delta f_0 \left[ t_m - T_0 + \frac{F_{DS_k} - F_{c\phi}}{\mu_c} - \tau_k \right] \right\} \times$$

$$e^{-j \frac{4\pi f_0}{c} V_{0rc} t_k} e^{-j \frac{2\pi f_0}{c} a_{rc} t_k^2} e^{-j \frac{2\pi f_0}{3c} a_{rc}' t_k^3} e^{-j \frac{4\pi f_0}{c} (V_{0rc} + a_{rc} t_k + \frac{1}{2} a_{rc}' t_k^2) t_m}$$
(2)

где sinc(x) =  $\frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ ;  $A_k = S_0 T_0 \Delta f_0 (1 - |F_{DS_k} - F_{c\varphi}|/\Delta f_0)$  - амплитуды отраженных импульсов после СФ с учетом доплеровского сдвига частоты  $F_{DS_k} = -\frac{2}{\lambda} (V_{0rc} + a_{rc}t_k + \frac{1}{2}a'_{rc}t_k^2) = F_{0D} - \frac{2}{\lambda}a_{rc}t_k - \frac{1}{\lambda}a'_{rc}t_k^2$  - доплеровский сдвиг частоты k -го импульса пачки ОС;  $F_{0D} = -\frac{2V_{0rc}}{\lambda}$  - начальный доплеровский сдвиг частоты;  $\lambda = c/f_0$  - длина волны. Величина  $F_{DS_k} / \mu$  в аргументе sinc(x) отражает изменение положения максимума сжатого ЛЧМсигнала в зависимости от доплеровского сдвига частоты. Выражение (2) хорошо описывает форму главного и первых боковых лепестков сжатого ЛЧМ-сигнала [6].

Как видно из (2), положения  $t_k^{\max}$  максимумов огибающих сжатых сигналов составляют

$$t_k^{\max} = T_0 + \frac{2}{c} \left( r_{0c} + V_{0rc} t_k + \frac{1}{2} a_{rc} t_k^2 + \frac{1}{6} a_{rc}^{\prime} t_k^3 \right) - \frac{F_{DS_k} - F_{c\phi}}{\mu_c} =$$
  
=  $T_0 - \frac{F_{0D}}{\mu_c} + \frac{2r_{0c}}{c} + \frac{2}{c} (V_{0rc} + \frac{f_0}{\mu_c} a_{rc}) t_k + \frac{1}{c} (a_{rc} + \frac{f_0}{\mu_c} a_{rc}^{\prime}) t_k^2 + \frac{1}{3c} a_{rc}^{\prime} t_k^3 + \frac{cF_{c\phi}}{2\mu_c}$ 

и изменяется кубически в медленном времени. Значения максимумов промодулированы функцией  $1 - \left| F_{0D} - \frac{2f_0}{c} a_{rc} t_k - \frac{f_0}{c} a_{rc}' t_k^2 \right| / \mu_c$ , а фазы изменяются по закону  $-4\pi \frac{f_c}{c} \left( V_{0rc} t_k + \frac{1}{2} a_{rc} t_k^2 + \frac{1}{6} a_{rc}' t_k^3 + (V_{0rc} + a_{rc} t_k + \frac{1}{2} a_{rc}' t_k^2) t_k^{\max} \right)$ . Когерентное накопление ОС может

быть достигнуто только при устранении миграции по дальности и частоте [2,5].

Выполним преобразование Фурье  $F\{\bullet\}$  над  $\dot{S}_{CK}(t_m, t_k)$  по переменной  $t_m$  быстрого времени. В соответствии с теоремой о спектрах, получим

Республиканская научно-практическая конференция, 28-29 октября 2020 г., Минск, Республика Беларусь

$$\dot{G}_{CK}(F,t_k) = A_k e^{-j\frac{4\pi f_0}{c}V_{0rc}t_k} e^{-j\frac{2\pi f_0}{c}a_{rc}t_k^2} e^{-j\frac{2\pi f_0}{3c}a_{rc}'t_k^3} \times F\left\{ \operatorname{sinc}(\Delta f_0(t_m - t_k^{\max}))e^{-j\frac{4\pi f_0}{c}(V_{0rc} + a_{rc}t_k + \frac{1}{2}a_{rc}'t_k^2)t_m} \right\} =$$

$$= A_k e^{-j\frac{4\pi f_0}{c}V_{0rc}t_k} e^{-j\frac{2\pi f_0}{c}a_{rc}t_k^2} e^{-j\frac{2\pi f_0}{3c}a_{rc}'t_k^3} e^{-j2\pi \left[F + \frac{2f_0(V_{0rc} + a_{rc}t_k + \frac{1}{2}a_{rc}'t_k^2)}{c}\right]} t_k^{\max} .$$
(3)

Спектры  $\dot{G}_{CK}(F,t_k)$  отличны от нуля при  $-\frac{\Delta t_0}{2} \le F - \left(\frac{2^{\nu}d_k}{\lambda} - F_{c\varphi}\right) \le \frac{\Delta y_0}{2}$ . Выражение (3) для

спектра сигналов на выходе СФ определяет возможные алгоритмы обработки.

#### Базовый алгоритм когерентного накопления

С учетом линейности операций прямого и обратного преобразования Фурье при когерентном накоплении сигнала с заданными значениями скорости, ускорения, и производной ускорения необходимо обеспечить синфазное сложение спектров с учетом коррекции миграций дальности и частоты и умножить на результат на комплексную частотную характеристику согласованного фильтра:

$$\dot{G}_{\Sigma}(F) = \dot{G}_{c\phi}(F) \sum_{k=0}^{K-1} \dot{Q}(F,k) \dot{G}(F,t_k), \qquad (4)$$

где  $\dot{G}_{c\phi}(F) = F \left\{ S_{3c}^*(T_0 - t) e^{-j2\pi F_{c\phi}(T_0 - t)} \right\}$  - комплексная частотная характеристика (КЧХ) СФ,

настроенного на доплеровский сдвиг частоты Fcb;

$$Q(F,k) = \underbrace{e^{j\frac{4\pi f_0}{c}}V_{0s}t_k e^{j\frac{2\pi f_0}{c}}a_st_k^2 e^{j\frac{2\pi f_0}{3c}}a_s't_k^3}_{\text{компенсация M4}} \times \frac{j\frac{4\pi}{c}}{c} \left(F + \frac{2f_0(V_{0s} + a_st_k + \frac{1}{2}a_s't_k^2)}{c}\right) \left(\left(V_{0r} + \frac{f_0}{\mu_c}a_s\right)t_k + \frac{1}{2}\left(a_s + \frac{f_0}{\mu_c}a_s'\right)t_k^2 + \frac{1}{6}a_s't_k^3 + \frac{cF_{c}\phi}{2\mu_c}\right) \times \underbrace{e^{j\frac{2\pi f_0}{c}}}_{\text{компенсация M4}}$$
(5)

- фазовая функция, обеспечивающая компенсацию миграции по дальности и частоте и выравнивание фаз спектров для k -го импульса пачки;  $V_{0s}$ ,  $a_s$ ,  $a_s'$  - опорные значения начальной радиальной скорости цели, начального радиального ускорения, и производной ускорения  $V_{0s} \approx V_{0rc}$ ,  $a_s \approx a_{rc}$ ,  $a_s' \approx a_{rc}'$ .

Выходной сигнал канала дальности находится обратным преобразованием Фурье:

$$\dot{Y}(t) = F^{-1} \{ \dot{G}_{\Sigma}(F) \}.$$
 (6)

На рис. 1 приведена иллюстрация процесса обработки принимаемого сигнала предлагаемым алгоритмом для одного из характерных случаев.

Республиканская научно-практическая конференция, 28-29 октября 2020 г., Минск, Республика Беларусь





Рис. 2. Контурная диаграмма лепестков функции неопределенности по радиальной скорости/радиальному ускорению для различных значений начальной радиальной скорости

**Рис. 1.** Иллюстрация миграции по дальности, ее компенсации и когерентного накопления для базового алгоритма

Рис. 1а соответствует результату внутрипериодной обработки импульсов ОС. Сжатые сигналы распределены по оси задержки неравномерно в соответствии с заданными параметрами движения цели. Рис. 16 соответствуют случаю устранения миграции дальности и частоты согласно (4) (без суммирования спектров) с последующей реализацией обратного преобразования Фурье. Видно, что положения максимумов всех сжатых импульсов на оси временных задержек совпадают. Кроме того, их фазы одинаковы. Результат когерентного сложения в число импульсов раз больше, чем амплитуда первого импульса пачки (рис. 1в).

Для рассматриваемого алгоритма обработки может быть построена трехмерная функция неопределенности, определяющая величину отклика алгоритма обработки при наличии рассогласований  $\delta V = V_{0rc} - V_{0s}$ ;  $\delta a = a_{rc} - a_s$ ;  $\delta a' = a'_{rc} - a'_s$  отраженного сигнала и параметров алгоритма обработки по радиальной скорости, ускорению и его производной. Ограничимся случаем наличия рассогласования по скорости и ускорению. На рис. 2 приведен участок (один из лепестков) функции неопределенности (ФН) по начальной радиальной скорости и радиальному ускорению

$$\Psi(\delta V, \delta a) = \frac{\max |\dot{Y}(t, \delta V, \delta a)|}{\max |\dot{Y}(t, 0, 0)|},\tag{7}$$

где  $|\dot{Y}(t, \delta V, \delta a)|$  - модуль выходного сигнала алгоритма обработки. Зависимости построены для  $T_{_{\rm KH}}=1$  с;  $T_{_r}=0,01$  с;  $V_{_{0r}}=-500$  м/с;  $a_{_r}=-150$  м/с<sup>2</sup>,  $\lambda=0,1$  м.

Как и следовало ожидать из физических предпосылок, для ФН характерна функциональная зависимость между начальной радиальной скоростью и радиальным ускорением. Это обстоятельство, аналогично обработке ЛЧМ-сигнала, может способствовать некоторому сокращению числа потребных каналов обработки. Лепестки ФН периодически повторяются по оси начальной радиальной скорости с периодом  $V_{\text{одн}} = \frac{\lambda}{2T_r}$ , но амплитуда лепестков снижается с увеличением  $\delta V$ . Интервал однозначного

определения скорости определяется периодическим фазовым множителем  $e^{j\frac{4\pi f_0}{c}V_{0s}t_k} = e^{j\frac{4\pi f_0}{c}V_{0s}kT_r}$ 

Разрешающие способности по скорости, ускорению и производной ускорения составят

Республиканская научно-практическая конференция, 28-29 октября 2020 г., Минск, Республика Беларусь

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2T_{\rm KH}}; \ \Delta a = \frac{\lambda}{2T_{\rm KH}^2}; \ \Delta a' = \frac{\lambda}{2T_{\rm KH}^3}, \tag{8}$$

при этом скорость определяется однозначно, так и неоднозначно, а ускорение и производная ускорении - однозначно. Начальная скорость используется не только при компенсации фазовых сдвигов, но и для компенсации линейной миграции дальности. При неудовлетворительной компенсации амплитуда выходного сигнала будет снижаться, что может быть использовано для снижения неоднозначности.

Оценим требуемое число каналов обработки по скорости, ускорению и производной ускорения. С учетом неоднозначного измерения скорости общее число каналов по скорости будет определяться числом  $N_{Vrp}$  каналов по «грубой» скорости (компенсация линейного измеенния дальности) и числом каналов по «точной» скорости. Примем, что компенсация ЛМД является удовлетворительной, если последний импульс пачки смещается не более чем на половину элемента разрешения по отношению к первому  $\Delta V_{\rm лмд} = |V_{0r} - V_{0s}| T_{\rm KH} < \frac{c}{4\Delta f_0}$ , откуда требуемый шаг сетки, то

есть интервал однозначного определения скорости при компенсации ЛМД

$$\Delta V_{\rm JIMJ} = \frac{c}{4\Delta f_0 T_{\rm KH}},\tag{9}$$

а общее число каналов по «грубой» скорости при максимальной радиальной скорости V<sub>max</sub>

$$N_{Vrp} = \frac{V_{\text{max}}}{\Delta V_{\text{лмд}}} = \frac{4\Delta f_0 T_{\text{KH}} V_{\text{max}}}{c} \,. \tag{10}$$

Отношение интервала однозначного определения скорости к разрешающей способности по скорости соответствует требуемому числу каналов по «точной» скорости и будет равно числу импульсов в пачке

$$N_{V_{\rm T}} = \frac{\lambda / (2T_r)}{\lambda / (2T_{\rm KH})} = \frac{T_{\rm KH}}{T_r} = K.$$
(11)

Общее число каналов по скорости:

$$N_V = N_{Vrp} N_{Vr} = \frac{4K\Delta f_0 T_{\rm KH} V_{\rm max}}{c} \,. \tag{12}$$

Требуемое число каналов по ускорению и производной ускорения

$$N_a = \frac{2T_{\rm KH}^2 a_{\rm max}}{\lambda} \,, \tag{13}$$

$$N_{a'} = \frac{2T_{\rm KH}^3 a'_{\rm max}}{\lambda} , \qquad (14)$$

где  $a_{\max}$ ,  $a'_{\max}$  - максимальное значение радиального ускорения и максимальная производная ускорения цели (в положительном или отрицательном направлении).

Общее число каналов обработки

$$N_{\Sigma} = N_{V}N_{a}N_{a'} = \frac{4K\Delta f_{0}T_{\rm KH}V_{\rm max}}{c}\frac{2T_{\rm KH}^{2}a_{\rm max}}{\lambda}\frac{2T_{\rm KH}^{3}a_{\rm max}'}{\lambda} = \frac{16V_{\rm max}a_{\rm max}a_{\rm max}'\Delta f_{0}T_{\rm KH}^{7}}{c\lambda^{2}T_{r}},$$
(15)

определяется седьмой степенью времени когерентного накопления, что определяет резкое увеличение затрат на обработку с увеличением указанного времени.

Республиканская научно-практическая конференция, 28-29 октября 2020 г., Минск, Республика Беларусь

## Заключение

Базовый алгоритм когерентного накопления позволяет устранять миграцию по дальности и ее производным в спектральной области и обеспечить длительное когерентное накопление отраженного сигнала без потерь.

Основным недостатком базового алгоритма является большое число каналов обработки. Для снижения числа каналов обработки необходима обоснование быстрых процедур длительного когерентного накопления с высоким естественным параллелизмом.

#### Список использованных источников

1. Чепкасов А. В., Сухоплюев А. В. Радиолокационный прием пачки импульсов большой длительности при обнаружении движущихся целей // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей», 2019, № 1, с. 30–34.

2. Ильчук А. Р., Синицын И. А. Алгоритмы обработки сигналов, отраженных от высокоскоростных летательных аппаратов, в бортовых радиолокационных системах // Радиотехника, 2014, № 7, с. 16–23.

3. Порсев В. И., Николаев А. П., Кривоножко И. С. Многоканальное накопление радиолокационных сигналов, отраженных от высокоскоростных целей, движущихся с ускорением. // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей», 2018, № 1, с. 23–34.

4. Mark A. R. The Keystone transformation for correcting range migration in range-Doppler processing available at http://users.ece.gatech.edu/mrichard/Keystone.pdf, March 2014.

5. Ширман Я. Д. Теоретические основы радиолокации // издание академии, 1984, 406 с.

6. Вакман Д. Е. Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации // издательство " советское радио" Москова, 1965, 303 с.

7. Козлов С. В., Ле Ван Кыонг. Математические модели отраженного сигнала при наличии миграции по дальности и ее производным. В настоящем сборнике.