

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра радиотехнических систем

Г. Н. Демидович

СИСТЕМЫ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям для студентов
специальности I-39 01 02 «Радиоэлектронные системы»
дневной формы обучения

В 2-х частях

Часть 2

СИСТЕМЫ

Минск 2007

УДК 621.396.934 (075)
ББК 32.84 я 73
Д 30

Р е ц е н з е н т
д-р техн. наук, проф. В. А. Чердынцев

Д 30 **Демидович, Г. Н.**
Системы радиоправления : учебно-метод. пособие к практич. занятиям для студ. спец. I-39 01 02 «Радиоэлектронные системы» днев. формы обуч. В 2 ч. Ч. 2. Системы / Г. Н. Демидович. – Минск : БГУИР, 2007. – 56 с.

ISBN 978-985-488-233-8 (ч. 2)

Во второй части пособия содержатся теоретические сведения в объеме, достаточном для самостоятельного решения задач студентами, изучающими системы радиоправления, а также тексты задач по основным разделам второй части этой дисциплины.

УДК 621.396.934 (075)
ББК 32.84 я 73

Часть первая «Основы радиоправления» издана БГУИР в 2006 г.

ISBN 978-985-488-233-8 (ч. 2)
ISBN 978-985-444-909-8
ISBN 978-985-444-909-2

© Демидович Г. Н., 2007
© Учреждение образования
«Белорусский государственный
университет информатики
и радиоэлектроники», 2007

Содержание

| | |
|--|----|
| 1. СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ | 5 |
| 1.1. Системы самонаведения по методу пропорционального сближения | 5 |
| 1.2. Зависимость вероятности поражения цели от точности управления | 7 |
| 1.3. Зависимость промаха от быстродействия системы управления | 8 |
| 1.4. Задачи | 9 |
| 2. МЕТОД ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ | 11 |
| 2.1. Понятие «динамическая система» | 11 |
| 2.2. Описание систем радиоуправления в пространстве состояний | 12 |
| 2.3. Задачи | 17 |
| 3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ | 18 |
| 3.1. Методика решения ОДУ первого порядка | 18 |
| 3.2. Методика решения векторного дифференциального уравнения | 21 |
| 3.3. Задачи | 22 |
| 4. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ | 24 |
| 4.1. Методы оценки устойчивости | 24 |
| 4.2. Интегральные оценки качества переходных процессов | 27 |
| 4.3. Задачи | 29 |
| 5. СИСТЕМЫ ТЕЛЕРАДИОНАВЕДЕНИЯ | 30 |
| 5.1. Общая характеристика систем телерадионаведения | 30 |
| 5.2. Структурная схема системы телерадионаведения по лучу | 31 |
| 5.3. Операторные коэффициенты передачи ДЗ контура управления | 34 |
| 5.4. Задачи | 34 |
| 6. СИСТЕМЫ КОМАНДНОГО РАДИОУПРАВЛЕНИЯ | 35 |
| 6.1. Общая характеристика систем командного радиоуправления | 36 |
| 6.2. Командные радиолинии | 37 |
| 6.3. Структурные схемы систем командного радиоуправления | 39 |
| 6.4. Задачи | 40 |
| 7. СИСТЕМЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ | 43 |
| 7.1. Основные определения систем автономного управления | 43 |
| 7.2. Функциональная схема инерциальной системы управления | 43 |
| 7.3. Обобщенная структурная схема системы автономного управления | 45 |
| 7.4. Структурная схема инерциальной системы автономного управления КА | 46 |
| 7.5. Структурные схемы контуров стабилизации | 47 |
| 7.6. Задачи | 49 |
| 8. СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ | 50 |
| 8.1. Свободный полет КА в центральном поле тяготения | 50 |
| 8.2. Комплексы центра управления полетами КА | 53 |
| 8.3. Корректирующее радиоуправление КА | 54 |
| 8.4. Задачи | 55 |
| Литература | 55 |

Список сокращений и условных обозначений

АП – автопилот
ВА – векторный акселерометр
ВДУ – векторное дифференциальное уравнение
ВУ – вычислительное устройство
ГСН – головка самонаведения
ДЗ – динамическое звено
ДТВ – датчик точного времени
ДЗ «А–Р» – динамическое звено «Автопилот–ракета»
ДУС – датчик угловой скорости
ЖОС – жесткая обратная связь
ИОС – изодромная обратная связь
КА – космический аппарат
КИС – контрольно-измерительная станция
КРЛ – командная радиолиния
КРУ – командное радиоуправление
КП – командный пункт
ЛА – летательный аппарат
ООС – отрицательная обратная связь
ОДУ – обыкновенное дифференциальное уравнение
ПУ – пеленгационное устройство
ПС – пространство состояний
Р – редуктор
РВР – радиовизир ракеты
РВЦ – радиовизир цели
РМ с ГП – рулевая машина с гидропоршнями
РМ с ЭД – рулевая машина с электродвигателем
СГП – следящий гиروهриод
СЛДУ – система линейных дифференциальных уравнений
СМ – следящий мотор
СОС – скоростная обратная связь
СПР – сервопривод рулей
СРП – счетно-решающий прибор
ССН – система самонаведения
ССН с АСА – ССН с автоследящей антенной
ССН с ГСА – ССН с гиостабилизированной антенной
ССН с СГП – ССН со следящим гиروهриодом антенны
ТРН – телерадионаведение
УПУ – усилительно-преобразовательное устройство
УФК – устройство формирования команд
УФЛ – устройство формирования луча
УФП – устройство формирования программ
ЦУП – центр управления полетом
ЭД – электродвигатель

1. СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ

1.1. Системы самонаведения по методу пропорционального сближения

Самонаведение – это способ управления ЛА, при котором команды управления формируются в системе управления, размещенной на самом ЛА.

Для наведения ракет на быстро движущиеся или маневрирующие цели преимущественно используется метод пропорционального наведения. Его можно реализовать, применяя системы самонаведения с автоследящей антенной (ССН с АСА), с гиросtabilизированной антенной (ССН с ГСА) и со следящим гиروهриводом антенны (ССН с СГП).

Координаторы этих систем должны измерять угловые скорости поворота линии визирования цели $\dot{\mathbf{j}}_Y^{\Pi}$ в горизонтальной и $\dot{\mathbf{j}}_Z^{\Pi}$ в вертикальной плоскостях невращающейся бортовой гироскопической системы координат $OX_{\Gamma}Y_{\Gamma}Z_{\Gamma}$. Устройства управления ЛА (автопилоты) должны создавать пропорциональные им составляющие угловой скорости поворота вектора скорости ЛА. В процессе пропорционального наведения ракеты на цель должны выполняться следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{J}}_P(t) &= C\dot{\mathbf{j}}_Z^{\Pi}(t), & \mathbf{r}_{a_Y}^P(t) &= C\mathbf{a}_Y^{\Pi} = C\mathbf{w}_Z^{\Pi}(t)\dot{\mathbf{V}}_X^{\Pi}(t), \\ \dot{\mathbf{K}}_P(t) &= C\dot{\mathbf{j}}_Y^{\Pi}(t), & \mathbf{r}_{a_Z}^P(t) &= C\mathbf{a}_Z^{\Pi} = C\mathbf{w}_Y^{\Pi}(t)\dot{\mathbf{V}}_X^{\Pi}(t). \end{aligned}$$

В ССН с АСА на выходах двух каналов ПУ формируются сигналы $U_Y^{\Pi}(t) = k_Y D\mathbf{j}_Y(t)$ и $U_Z^{\Pi}(t) = k_Z D\mathbf{j}_Z(t)$, которые пропорциональны величинам отклонения линии РСН антенны от линии визирования. Если $D\mathbf{j}_Y$ и $D\mathbf{j}_Z$ изменяются в пределах 10° – 15° , то коэффициенты k_Y^{Π} и k_Z^{Π} можно считать постоянными и дифференцирование U_Y^{Π} и U_Z^{Π} позволяет получить сигналы, пропорциональные угловым скоростям $\dot{\mathbf{j}}_Z$ и $\dot{\mathbf{j}}_Y$. Из них и сигналов от ДУС антенны в УФК формируются команды, поступающие в каналы автопилота ракеты.

По сигналам целеуказания антенна ПУ ССН с АСА, установленная на корпусе ракеты, поворачивается по азимуту и углу места с помощью следящих моторов (СМ) – сервоприводов угловых движений антенны, до тех пор, пока ее РСН не совместится с линией визирования цели. В качестве датчиков угловых скоростей антенны (ДУС) используются тахометры, которые имеют статические коэффициенты передачи k_Y^{Π} и k_Z^{Π} и вырабатывают сигналы $U_Y^{\Pi}(t) = k_Y^{\Pi} \dot{\mathbf{j}}_Y(t)$ и $U_Z^{\Pi}(t) = k_Z^{\Pi} \dot{\mathbf{j}}_Z(t)$. На выходах ортогональных каналов ПУ присутствуют сигналы $U_Y^{\Pi}(t) = k_Y^{\Pi} \mathbf{e}_Y(t)$ и $U_Z^{\Pi}(t) = k_Z^{\Pi} \mathbf{e}_Z(t)$, пропорциональные составляющим ошибки пеленгации цели $\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{j}}_Ц(t) - \dot{\mathbf{j}}_А$.

В процессе слежения должны выполняться следующие соотношения: $\dot{j}_{\Pi}^K(t) = \dot{j}_A^K(t) + \dot{e}(t)$, $\dot{U}^K(t) = \dot{U}^D(t) + p\dot{U}^{\Pi}(t)$, $\dot{U}^K(t) = \dot{K}^D j_A^K(t) + \dot{K}^{\Pi} pe(t)$, где $\dot{U}^K(t)$ – командный сигнал в виде вектора с составляющими по Y и Z , который подается на автопилот ракеты, $p\dot{U}^{\Pi}(t)$ – производная выходного сигнала ПУ, которая формируется в УФК и суммируется с сигналом ДУС $\dot{U}^D(t)$. При выполнении условия $\dot{K}^D = \dot{K}^{\Pi} = \dot{K}$ сигнал на входе автопилота $\dot{U}^K(t) = \dot{K}(j_A^K(t) + e(t)) = \dot{K}j_{\Pi}^K(t)$.

В ССН с ГСА антенна координатора установлена на двухосной гиросtabilизированной платформе. Ось главного кинетического момента \dot{H} астатического гироскопа ориентирована по РСН антенны вдоль оси OX . К оси внешней рамки гироскопа с помощью моментного мотора ($ММ_Y$) прикладывается внешний вращающий момент \dot{M}_Y^B относительно платформы, на которой установлен гироскоп. Внешняя рамка гироскопа стремится развернуться вместе с внутренней рамкой и закрепленным на ней гиромотором в направлении, ортогональном \dot{H} . Это вызывает прецессию ротора гиromотора с угловой скоростью \dot{w}_Z , что создает гироскопический момент \dot{M}_Y^G , компенсирующий \dot{M}_Y^B , и внешняя рамка остается неподвижной, в то время как внутренняя продолжает прецессировать до тех пор, пока действует \dot{M}_Y^B .

Угловой поворот внутренней рамки гироскопа относительно внешней измеряется датчиком углового положения. Сигнал с выхода датчика посредством сервопривода платформы заставляет её внутреннее кольцо, подвижно связанное с внешним кольцом, разворачиваться вместе с антенной вокруг оси OZ в вертикальной плоскости так, что вектор \dot{H} сохраняет свое положение вдоль оси OX , а следовательно, и РСН антенны.

Для поворота антенны в горизонтальной плоскости к оси OZ внутренней рамки гироскопа прикладывается \dot{M}_Z^B с помощью $ММ_Z$, который закреплен на внешней рамке гироскопа. Управление положением антенны в горизонтальной плоскости происходит аналогично. При этом с помощью сервопривода, установленного на внешнем кольце платформы, разворачивается её внутреннее кольцо, на котором закреплена антенна, а также установлен гироскоп.

Сигналы управления U_Z^Y и U_Y^Y положением антенны в пространстве поступают с выходов азимутального « Z » и угломестного « Y » каналов ПУ, которые могут рассматриваться как вектор \dot{U}^Y с координатами $|U_{XZ}^Y| = \sqrt{(U_Z^Y)^2 + (U_Y^Y)^2}$ и j_Z^A, j_Y^A в полярной гироскопической системе координат. Эти сигналы создают вращающие моменты $\dot{M} = \dot{K}_{YM}^{\Gamma} \dot{U}^Y$, где \dot{K}_{YM}^{Γ} – вектор коэффициентов передачи усилителей мощности.

Угловая скорость поворота антенны описывается выражением $\dot{\mathbf{j}}_A = \dot{K}_{ГП} \dot{M}$, где $\dot{K}_{ГП} = \{k_Z, k_Y\}$ – вектор коэффициентов передачи каналов гиروهода антенны.

Нетрудно заметить, что $\dot{\mathbf{j}}_A(t) = \dot{K}_{ГП} \dot{K}_{УМ} \dot{U}^Y(t)$ и, если $\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{j}}_Ц(t) - \dot{\mathbf{j}}_A(t) = 0$, то $\dot{\mathbf{j}}_A(t) = \dot{\mathbf{j}}_Ц(t)$, а $\dot{U}^Y = \dot{K} \dot{\mathbf{j}}_Ц$. Следовательно, даже при наличии статической ошибки $\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{j}}_Ц(t) - \dot{\mathbf{j}}_A(t) = const$ величина $\dot{\mathbf{e}}(t) = 0$ и сигнал $\dot{U}^Y(t)$ пропорционален угловой скорости цели $\dot{\mathbf{j}}_Ц(t)$.

1.2. Зависимость вероятности поражения цели от точности управления

Очевидно, что качество работы системы управления влияет на эффективность применения ракеты. Вероятность промаха относительно точки прицеливания позволяет дать оценку качества управления и вычисляется с использованием закона рассеивания, который часто принимают нормальным:

$$W(y, z) = \frac{1}{\sqrt{2ps_Y^2 s_Z^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{(y - \bar{y})^2}{2s_Y^2} + \frac{(z - \bar{z})^2}{2s_Z^2} \right]\right),$$

где \bar{y} , \bar{z} – средние значения координат точек попадания ракеты, лежащих на плоскости, в которой находится цель с координатами $y_Ц = 0$, $z_Ц = 0$. Здесь s_Y , s_Z – среднеквадратичные отклонения, характеризующие рассеивание точек попадания от своих средних значений \bar{y} , \bar{z} .

Оценками промаха из-за систематической ошибки в системе являются величины $Dy = |\bar{y} - y_Ц|$ и $Dz = |\bar{z} - z_Ц|$.

Попадание и промах представляют собой полную группу событий, поэтому вероятность промаха $P_{ПП}$ и вероятность попадания $P_{ПОП}$ связаны зависимостью $P_{ПП} = 1 - P_{ПОП}$. Вероятность попадания определяется выражением

$$P_{ПОП} = \int_{D_Y} \int_{D_Z} W(y, z) dydz,$$

где D_Y, D_Z – динамические диапазоны возможных значений координат точек возможного попадания y, z .

Вероятность подрыва цели $P_{ПД}$ зависит от расстояния r между точкой попадания ракеты и положением цели в момент подрыва боевой части, а также эффективности последней. Она определяется из выражения

$$P_{ПД} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_{ПД}(y, z) dydz, \quad \text{где } W_{ПД}(y, z) \text{ – плотность распределения}$$

вероятностей подрыва цели, если боевой заряд разрывается в точке с координатами y, z .

В полярной системе координат плотность распределения вероятности подрыва цели $W_{\text{ПД}}(r)$ описывается выражением

$$W_{\text{ПД}}(r) = k \exp(-r^2 / a^2),$$

где k – коэффициент уязвимости цели ($k = 0 \dots 1$), который характеризует уровень защищенности цели от действия взрыва; a – эффективность боевой части, определяемая радиусом сферы, в пределах которой ракета при подрыве боевой части надежно поражает цель, например с вероятностью 0,999.

При отсутствии перекрестных связей в ортогональных каналах управления ракетой плотности распределений вероятностей промахов по осям плоскости прицеливания YOZ можно считать независимыми и гауссовскими. Из этого следует, что плотность распределения вероятностей попадания ракеты в точку, находящуюся на расстоянии r от цели, подчиняется закону Релея:

$$W_{\text{ПП}}(r) = \frac{1}{S_r} \exp\left(-\frac{r^2}{2S_r^2}\right),$$

где S_r – среднеквадратичное отклонение точек попадания ракеты от точки прицеливания O в полярной системе координат. С учетом независимости событий попадания и подрыва вероятность поражения цели определяется выражением [1]

$$P_{\text{П}} = \int_0^{\infty} W_{\text{ПП}}(r) W_{\text{ПД}}(r) r dr = \frac{k}{S_r} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{r^2}{2S_r^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) r dr = \frac{k a^2}{a^2 + 2S_r^2}.$$

В правильно спроектированных системах угловые ошибки управления при подходе к «мёртвой зоне» невелики ($b_{\text{ОШ}} \ll 0,1$). Следовательно, $r_{\text{Ц}} = r_{\text{МЗ}} \sin(b_{\text{ОШ}}) \approx r_{\text{МЗ}} b_{\text{ОШ}}$, откуда $b_{\text{ОШ}} = r_{\text{Ц}} / r_{\text{МЗ}}$ и $S_b^2 = S_r^2 / r^2$.

Рассмотренные выражения позволяют установить связь между показателем эффективности $P_{\text{П}}$ системы в целом и показателем качества $b_{\text{ОШ}}$ системы радиуправления ракетой.

1.3. Зависимость промаха от быстродействия системы управления

Влияние инерционности системы управления ракетой на величину промаха можно проанализировать, рассмотрев движение ракеты на конечном участке траектории при резком маневре цели.

Если в момент $t_0 = 0$ цель начала отклоняться от курса, перемещаясь в плоскости по круговой траектории с радиусом $r_{\text{Ц}}$, то за время Δt ее угловой поворот Δj определится выражением $\sin Dj \approx a_{\perp}^{\text{Ц}} Dt / V_{\text{Ц}} \approx Dj$. Ускорение бокового смещения цели относительно ее первоначального направления

равно проекции a_{\perp}^H на ось OX , т.е. $a_X^H = a_{\perp}^H \cos Dj \approx a_{\perp}^H$, а продольного смещения – проекции на ось OZ , $a_Z^H = a_{\perp}^H \sin Dj \approx a_{\perp}^H Dj$. Из-за малости угла Dj величина $a_Z^H \ll a_X^H$, и ею в дальнейшем можно пренебречь.

Боковые смещения цели и ракеты при равноускоренном движении возрастают как функции времени $X_{Ц}(t) = 0,5 a_{\perp}^H t^2$ и $X_P(t) = 0,5 a_{\perp}^P t^2$.

Система управления ракетой должна сводить рассогласование по боковому смещению цели и ракеты так, чтобы все время выполнялось условие

$DX(t) = X_{Ц}(t) - X_P(t) = 0,5 a_{\perp}^H t^2 - 0,5 a_{\perp}^P t^2 = 0$. Однако этого не происходит из-за инерционности системы, которая характеризуется эквивалентным временем запаздывания t_{\ominus} обработки рассогласования. В момент пересечения ракетой плоскости прицеливания XOZ , который получил название «время условной встречи t_B », расстояние между ракетой и целью будет наименьшее, поскольку цель совершает маневр в этой плоскости. Если учесть, что координаты цели $Y_{Ц}$ и ракеты Y_P в плоскости XOZ равны, то $\Delta Y = Y_{Ц} - Y_P = 0$, а текущий промах становится минимальным и определяется

выражением $h_{МИН} \approx \sqrt{DX^2}$, где $\Delta X = X_{Ц} - X_P$. Следовательно, момент времени t_B может быть определен из выражения для текущего промаха

$h(t) = \sqrt{DX^2(t)} = 0,5 a_{\perp}^H t^2 - 0,5 a_{\perp}^P (t - t_{\ominus})^2$ путем решения уравнения экстремума $\dot{h}(t_B) = a_{\perp}^H t_B - a_{\perp}^P t_B - a_{\perp}^P t_{\ominus} = 0$, откуда следует выражение $t_B = t_{\ominus} (1 - a_{\perp}^H / a_{\perp}^P)$. При подстановке t_B в формулу для определения текущего промаха $h(t)$ находим выражение для оценки минимальной величины промаха:

$$h_{МИН} = a_{\perp}^H t_{\ominus}^2 / 2 (1 - a_{\perp}^H / a_{\perp}^P).$$

Формулы для расчета t_B и $h_{МАХ}$ получены в предположении, что цель и ракета могут мгновенно (скачком) развить ускорения a_{\perp}^P и a_{\perp}^H , но для этого сила тяги их двигателей должна удовлетворять условию $T_D = \infty$. Более реальными будут зависимости $h_{МАХ}(t_{\ominus})$ и $t_B(t_{\ominus})$, которые описываются выражениями $h_{МАХ} \approx a_{\perp}^H t_{\ominus} / 3$, $t_B \approx 1,5 t_{\ominus}$.

1.4. Задачи

1. Указать направление и определить величины требуемых ортогональных ускорений ракеты в вертикальной и горизонтальных плоскостях гироскопической системы координат, если $J = 60^{\circ}$, $h = 30^{\circ}$, $|\dot{V}_P| = 1000 \text{ м/с}$, необходимая скорость разворота вектора скорости $w_Z = w_Y = 0,1 \text{ рад/с}$. Сделать чертеж.

2. В системе самонаведения по методу пропорциональной навигации угловое положение цели за время $Dt = 0,1 \text{ с}$ изменилось на $Dj_Z^H = 2^0$ по азимуту и $Dj_Y^H = 1^0$ по углу места. Определить величины и направления приращения скоростей кабрирования и отклонения траектории ракеты за $Dt = 0,1 \text{ с}$, если навигационная постоянная $C = 5$, скорость ракеты $|\dot{V}_P| = 1000 \text{ м/с}$, а первоначальное положение \dot{V}_P характеризуется углами $J(0) = 11,4^0$, $h(0) = 23^0$.

3. В ССН с АСА навигационная постоянная $C = 8$. Цель летит горизонтально, наведение осуществляется на встречном курсе $V_P = 1000 \text{ м/с}$, отношение скоростей цели и ракеты $x = 0,5$. Начальные условия $r_{Ц0} = 10^4 \text{ м}$, $j_{Ц0} = 120^0$. Угол упреждения задан с ошибкой $b_{УЗД} = b_{УОРТ} - 0,1b_{УОРТ}$. Определить требуемую ширину полосы захвата цели координатором.

4. В ССН с АСА при наведении на догонном курсе ошибка управления сводится к нулю. Ракета, обладая моментом инерции $J_Z^P = 200 \text{ Нмс}$, испытывает действие возмущающего момента из-за турбулентности $M_B(t) = 10^4 (s(t_0) - s(t_0 - 0,1)) \text{ Нм}$. Определить ошибку углового положения рулей ракеты за счет паразитной обратной связи антенны и корпуса ракеты, если известно, что коэффициент передачи датчика углового положения антенны $k_Z^H = 5 \text{ В/рад}$, крутизна пеленгационной характеристики ПУ $k_Z^H = 10 \text{ В/рад}$, коэффициент передачи сервопривода антенны $K_Z^{CA} = 10 \text{ В/рад}$, постоянная времени $T_Z^{CA} = 0,05 \text{ с}$, коэффициент передачи сервопривода рулей $K_Z^{CP} = 20$, постоянная времени $T_Z^{CP} = 0,08 \text{ с}$.

5. В ССН с ГСП из-за влияния турбулентности угол крена скачком принимает значение $n = 5,7^0$. Все ДЗ системы безынерционны и обладают единичными статическими коэффициентами передачи по соответствующим каналам. Определить величины углов, на которые после окончания переходных процессов развернутся: платформа с антенной РЛС, элероны ракеты; ось H астатического трехстепенного гироскопа, направленная по оси OY_G ; внутренняя и внешняя рамки этого гироскопа.

6. Изобразить функционально-кинематическую схему канала управления в вертикальной плоскости ГСН с СГП, задать положительное угловое рассогласование, указать направления угловых движений: моментного мотора гироскопа; датчика углового положения рамки гироскопа; двигателя сервопривода и антенны, если угловая скорость ротора гироскопа в гироскопической системе координат положительна.

7. Определить величины систематической и случайной составляющих ошибки ССН, если по ансамблю результатов пусков ракет среднее значение промаха $r = 10 \text{ м}$, среднеквадратичная величина промаха $s_r = 50 \text{ м}$, радиус мертвой зоны системы $r_{МЗ} = 500 \text{ м}$.

8. Полагая, что величины промахов ракеты распределены по закону Релея, определить вероятность поражения цели, если эффективность боевой части $a = 40 \text{ м}$, при условии, что вероятность подрыва цели $P_{ПД} = 0,99$, радиус мертвой зоны $r_{МЗ} = 500 \text{ м}$, а дисперсия угловой ошибки системы управления $s_b^2 = 0,1$.

9. Определить допустимую вероятность ошибки управления ССН на границе мертвой зоны, радиус которой $r_{МЗ} = 500 \text{ м}$, если требуется обеспечить вероятность попадания $P_{ПП} = 0,8$ при вероятности подрыва цели $P_{ПД} = 0,9$, эффективности боевой части ракеты $a = 40 \text{ м}$ и уязвимости цели $k = 0,9$.

10. Цель с момента t_0 совершает маневр в горизонтальной плоскости с перегрузкой $n = 5$. Ортогональная составляющая тяги двигателя ракеты при наведении на цель изменяется по закону $T_{\perp}^D = T_0(1 + kt)H$. Определить время условной встречи и промах ракеты, если $k = 0,1$, вес ракеты $P = 1000 \text{ кг}$, $T_0 = 710^4 \text{ Н}$, время запаздывания в контуре радиуправления $t_{\text{з}} = 0,05 \text{ с}$.

2. МЕТОД ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ

2.1. Понятие «динамическая система»

Динамика системы – это состояние ее движения в результате диссипации, запасенной в ней к моменту наблюдения энергии, и (или) внесенной энергии извне. Понятие «динамическая система» отражает, в частности, способность системы к собственному невынужденному движению при наличии запаса внутренней энергии, а также принцип причинности, состоящий в том, что прошлые события влияют на будущие, а не наоборот.

Динамика системы математически описывается тремя видами переменных – переменными входа $\dot{X}(t)$, переменными состояния $\dot{Z}(t)$ и переменными выхода $\dot{Y}(t)$. Если установлена математическая связь между этими переменными, то говорят, что динамика системы описывается ее математической моделью в пространстве состояний (ПС).

Динамические системы обладают «памятью». Понятие «память» отражает тот факт, что текущее состояние системы $\dot{Z}(t_0)$ зависит не только от входа $\dot{X}(t_0)$, но и от ее состояния в предшествующие моменты времени. Состояние «памяти» системы в каждый момент времени математически описывается текущими значениями переменных состояния $Z_i(t)$. Эти

переменные количественно характеризуют состояния выходов i -х ячеек «памяти». В свою очередь, ячейки «памяти» в структурной схеме системы представлены в виде интеграторов. Если в выбранный момент времени t_0 известны значения всех переменных состояния $Z_i(t_0)$, $i = 1, 2, \dots, n$, где n – порядок ОДУ системы, а также задано воздействие $\dot{X}(t)$ на интервале от t_0 до t , то в любой момент времени $t \geq t_0$ может быть определена реакция системы на это воздействие в виде текущих значений переменных состояния $Z_i(t)$ и выходной величины $\dot{Y}(t)$.

2.2. Описание систем радиуправления в пространстве состояний

Методика составления математической модели системы в ПС содержит следующие основные этапы.

1. Составляется функциональная схема системы управления и определяются параметры ее ДЗ: статические коэффициенты передачи; постоянные времени запаздывания; собственные частоты; коэффициенты демпфирования.

2. В соответствии с функциональной схемой составляется структурная схема системы, которая отражает характер динамических связей процессов на выходах функциональных звеньев с процессами на их входах в виде ОДУ.

3. Записывается операторный коэффициент передачи замкнутой системы как отношение полиномов $M(p)/N(p)$, упорядоченных по мере убывания степеней оператора p , в виде

$$W_3(p) = \frac{Y(t)}{X(t)} = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{c_m p^m + c_{m-1} p^{m-1} + \dots + c_1 p + c_0}{d_n p^n + d_{n-1} p^{n-1} + \dots + d_1 p + d_0}.$$

4. Путем деления числителя и знаменателя $W_3(p)$ на коэффициент d_n $W_3(p)$ приводится к виду, удобному для описания системы в ПС:

$$W_3(p) = \frac{Y(t)}{X(t)} = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \mathbf{K} + a_1 p + a_0}.$$

5. Вводятся переменные состояния системы $\dot{Z} = Z_1, Z_2, \dots, Z_i, \dots, Z_n$, где n – порядок ОДУ и коэффициенты $h_0, h_1 \mathbf{K} h_n$, которые учитывают величину вклада входного воздействия $\dot{X}(t)$ в текущее состояние системы и ее выхода.

6. Составляется система линейных дифференциальных уравнений (СЛДУ) первого порядка в форме Фробениуса, которые устанавливают связь между производными первого порядка переменных состояния $\dot{Z}(t)$, переменными состояния $\dot{Z}(t)$ и входным воздействием $\dot{X}(t)$.

7. Для последнего уравнения СЛДУ $Z_n(t) = Z_{n+1}(t) + h_n X(t)$ записывается уравнение связи СЛДУ с ОДУ через характеристическое

уравнение, полученное из ОДУ при $X(t) = 0$, путем замены i -х производных $d^i y(t)/dt^i$ переменными состояний $Z_{i+1}(t)$.

8. В уравнении связи все переменные $Z_i(t)$ выражаются через переменную $Z_1(t)$ последовательно, начиная с уравнения, определяющего $Z_2(t)$.

9. Переменная $Z_1(t)$ выражается через выходную переменную $Y(t)$, и это выражение подставляется в уравнение связи. В результате система СЛДУ трансформируется в дифференциальное уравнение, эквивалентное ОДУ относительно переменных $Y(t)$ и $X(t)$. В качестве коэффициентов эквивалентного уравнения выступают выражения, в которые входят как коэффициенты ОДУ « a_i » и « b_i », так и коэффициенты СЛДУ « h_i », где $i = 0 \dots n$.

10. Поскольку эквивалентное уравнение описывает ту же систему, что и ОДУ, то они тождественны и их левые части, содержащие $Y(t)$, равны. Это позволяет после приведения подобных членов в правой части эквивалентного уравнения приравнять его коэффициенты при одинаковых производных переменной $X(t)$ соответствующим коэффициентам в ОДУ.

11. На основании полученных равенств записываются выражения для определения коэффициентов « h_i » в виде рекуррентных соотношений, связывающих значения « h_i » СЛДУ с коэффициентами « a_i » и « b_i » ОДУ. После этого система СЛДУ становится полностью определенной и описывает динамику исследуемой динамической системы в ПС.

Используя приведенную методику, опишем в ПС систему, которая задана ОДУ третьего порядка, например систему слежения за угловым положением цели (ГСН). Описание начнем с третьего этапа.

$$3. \quad W_3(p) = \frac{j_{Ц}(t)}{j_A(t)} = \frac{Y(t)}{X(t)} = \frac{c_3 p^3 + c_2 p^2 + c_1 p + c_0}{d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0}. \quad (2.1)$$

$$4. \quad W_3(p) = \frac{Y(t)}{X(t)} = \frac{b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{1 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}, \quad (2.2)$$

где $\frac{c_0}{d_3} = b_0, \frac{c_1}{d_3} = b_1, \frac{c_2}{d_3} = b_2, \frac{c_3}{d_3} = b_3, \frac{d_0}{d_3} = a_0, \frac{d_1}{d_3} = a_1, \frac{d_2}{d_3} = a_2, \frac{d_3}{d_3} = a_3 = 1$.

Представим выражение (2.2) в форме ОДУ, применив обозначение i -х производных функций времени $d^i F(t)/dt^i$ в виде $F^{(i)}$ и опуская для сокращения записей аргумент t :

$$\overset{(3)}{Y} + a_2 \overset{(2)}{Y} + a_1 \overset{(1)}{Y} + a_0 Y = b_3 \overset{(3)}{X} + b_2 \overset{(2)}{X} + b_1 \overset{(1)}{X} + b_0 X. \quad (2.3)$$

5. Различия между функцией $Y(t)$, которая удовлетворяет ОДУ системы (2.3), описывая процесс на ее выходе, и функцией состояния выхода системы $Z_1(t)$ в ПС, которое является запомненным состоянием системы,

представим как некоторую часть величины входного воздействия $X(t)$:
 $Y(t) - Z_1(t) = h_0 X(t)$,

где h_0 – некоторый неизвестный пока коэффициент пропорциональности.

Возможность представления взаимосвязи $Y(t)$ и $Z_1(t)$ в таком виде обоснована тем, что система считается линейной. Процессы на входе и выходе ее ДЗ связаны пропорциональными зависимостями, и уровни входных воздействий эту пропорциональность не нарушают. Следовательно, $Y(t)$ можно представить с учётом переменной состояния выхода системы $Z_1(t)$, коэффициента h_0 и входного воздействия $X(t)$ в виде уравнения выхода системы:

$$Y(t) = Z_1(t) + h_0 X(t). \quad (2.4)$$

Следуя выбранному принципу введения переменных состояния, будем полагать, что Z_2 отличается от $Z_1^{(1)}$ на некоторую часть входного воздействия $h_1 X$ так, что выполняется равенство

$$Z_1^{(1)} = Z_2 + h_1 X. \quad (2.5)$$

6. По аналогии введем третью переменную состояния Z_3 и запишем СЛДУ первого порядка в ПС, которые называются уравнениями динамики в форме Фробениуса :

$$\begin{cases} Z_1^{(1)} = Z_2 + h_1 X, \\ Z_2^{(1)} = Z_3 + h_2 X, \\ Z_3^{(1)} = Z_4 + h_3 X. \end{cases} \quad (2.6)$$

Уравнения (2.6) совместно с (2.4) дают полное описание системы 3-го порядка в ПС, если известны значения коэффициентов h_0, h_1, \dots, h_3 .

Коэффициенты h СЛДУ (2.6) и (2.4) можно выразить через коэффициенты a и b ОДУ (2.3) на том основании, что уравнения (2.4), (2.6) и (2.3) описывают процессы, протекающие в одной и той же системе.

7. Выразим переменную состояния Z_1 через Y , воспользовавшись уравнением выхода (2.4), из которого следует, что $Z_1 = Y - h_0 X$. А поскольку все переменные состояния в (2.6) при $X=0$ оказываются функционально связаны друг с другом, их можно выразить через производные Y . В этом случае

$$Z_1 = Y; Z_1^{(1)} = Z_2 = Y; Z_2^{(1)} = Z_3 = Y; Z_3^{(1)} = Z_4 = Y.$$

$$\text{При } X=0 \text{ ОДУ (2.3) принимает вид } Y + a_2 Y^{(2)} + a_1 Y^{(1)} + a_0 Y = 0. \quad (2.7)$$

После подстановки в него переменных Z_i вместо переменных $Y^{(i-1)}$ получим уравнение $Z_4 + a_2 Z_3 + a_1 Z_2 + a_0 Z_1 = 0$, из которого переменная состояния

$$\stackrel{(1)}{Z_3} = Z_4 = -a_2 Z_3 - a_1 Z_2 - a_0 Z_1. \quad (2.8)$$

В общем случае первая производная переменной состояния максимального порядка n при $X=0$ определяется выражением

$$\stackrel{(1)}{Z_n} = -\sum_{i=1}^n a_{i-1} Z_i. \quad (2.9)$$

Уравнения (2.7) и (2.8) устанавливают взаимную связь между выходной переменной $Y(t)$ и её производными с переменными состояния для конкретной системы при отсутствии входного воздействия. Функциональная связь между входом и выходом ДЗ линейных систем, в отличие от нелинейных, не зависит от величин воздействий, следовательно, не меняется и при $X=0$. Поэтому, подставив в последнее уравнение системы (2.6) вместо Z_4 ее значение из (2.8), получим уравнение связи переменных состояния, параметров системы, коэффициента h_3 и входного воздействия $X \neq 0$ в виде

$$\stackrel{(1)}{Z_3} = -a_2 Z_3 - a_1 Z_2 - a_0 Z_1 + h_3 X.$$

В общем случае для системы n -го порядка уравнение связи описывается выражением

$$\stackrel{(1)}{Z_n} = -\sum_{i=1}^n a_{i-1} Z_i + h_n X. \quad (2.10)$$

8. Выразим Z_i через Z_1 , для чего из первого уравнения (2.6) найдем, что $Z_2 = \stackrel{(1)}{Z_1} - h_1 X$. Определяя переменные Z_i в каждом последующем уравнении (2.6) путем подстановки в них значений из предыдущих, выраженных через Z_1 ,

получим

$$\begin{aligned} Z_3 &= \stackrel{(1)}{Z_2} - h_2 X = \stackrel{(2)}{Z_1} - h_1 X - h_2 X, \\ Z_4 &= \stackrel{(1)}{Z_3} - h_3 X = \stackrel{(3)}{Z_1} - h_1 X - h_2 X - h_3 X. \end{aligned}$$

$$\text{В общем случае } Z_i = \stackrel{(i-1)}{Z_1} - \sum_{k=1}^{i-1} h_k X, \text{ а } Z_n = \stackrel{(n-1)}{Z_1} - \sum_{k=1}^{n-1} h_k X. \quad (2.11)$$

Из последнего уравнения (2.11) путем его дифференцирования найдем

$$\stackrel{(1)}{Z_n} = \stackrel{(n)}{Z_1} - \sum_{k=1}^{n-1} h_k X. \quad (2.12)$$

Подставим в правую часть уравнения связи (2.10) вместо переменных Z_i их выражения через Z_1 (2.11), а в левую часть – выражение (2.12) и запишем ОДУ для системы n -го порядка относительно переменной Z_1 и входной переменной X в виде

$$\stackrel{(n)}{Z_1} - \sum_{k=1}^{n-1} h_k X = -\sum_{i=1}^n a_{i-1} \left(\stackrel{(i-1)}{Z_1} - \sum_{k=1}^{i-1} h_k X \right) + h_n X. \quad (2.13)$$

9. Для того чтобы привести (2.13) к виду ОДУ (2.3), подставим в (2.13) вместо переменной Z_1 ее выражение через Y , а именно: $Z_1 = Y - h_0 X$, которое получено из уравнения выхода (2.4). В результате подстановки имеем эквивалентное ОДУ уравнение

$$Y - h_0 X - \sum_{k=1}^{n-1} h_k X^{(n-k)} = -\sum_{i=1}^n a_{i-1} Y^{(i-1)} + \sum_{i=1}^n a_{i-1} h_0 X^{(i-1)} + \sum_{i=1}^n a_{i-1} \sum_{k=1}^{i-1} h_k X^{(i-1-k)} + h_n X. \quad (2.14)$$

Конкретизируем (2.14) по аналогии с описанием системы ОДУ в виде (2.3), где $n = 3, i = 1, 2, 3$, и получим:

$$Y + \sum_{i=1}^3 a_{i-1} Y^{(i-1)} = \sum_{i=1}^3 a_{i-1} h_0 X^{(i-1)} + \sum_{i=1}^3 a_{i-1} \sum_{k=1}^{i-1} h_k X^{(i-1-k)} + h_3 X + h_0 X^{(2)} + \sum_{k=1}^2 h_k X^{(3-k)}.$$

Раскрывая суммы в левой и правой частях этого уравнения и приводя подобные члены, представим его в форме, аналогичной форме ОДУ (2.3):

$$\begin{aligned} Y + a_2 Y^{(2)} + a_1 Y^{(1)} + a_0 Y &= a_0 h_0 X + a_1 h_0 X^{(1)} + a_2 h_0 X^{(2)} + a_1 h_1 X + a_2 h_1 X^{(1)} + a_2 h_2 X + \\ &+ h_3 X + h_0 X^{(3)} + h_1 X^{(2)} + h_2 X^{(1)} = \\ &= h_0 X + (h_1 + a_2 h_0) X^{(1)} + (h_2 + a_1 h_0 + a_2 h_1) X^{(2)} + (h_3 + a_0 h_0 + a_1 h_1 + a_2 h_2) X. \end{aligned} \quad (2.15)$$

10. На основе тождественности уравнений (2.3) и (2.15) путем приравнивания коэффициентов при одинаковых производных X составляем систему алгебраических уравнений, которые связывают значения коэффициентов a_i, b_i, h_i :

$$\begin{cases} b_3 = h_0, \\ b_2 = h_1 + a_2 h_0, \\ b_1 = h_2 + a_1 h_0 + a_2 h_1, \\ b_0 = h_3 + a_0 h_0 + a_1 h_1 + a_2 h_2. \end{cases}$$

Из этих уравнений выражаем величины h_i через параметры ОДУ рассматриваемой системы:

$$\begin{cases} h_0 = b_3, \\ h_1 = b_2 - a_2 h_0, \\ h_2 = b_1 - a_1 h_0 - a_2 h_1, \\ h_3 = b_0 - a_0 h_0 - a_1 h_1 - a_2 h_2. \end{cases} \quad (2.16)$$

По индукции из (2.16) определяем рекуррентное выражение для вычисления h_i :

$$h_i = b_{n-i} - \sum_{k=0}^{i-1} h_k a_{n-i+k}. \quad (2.17)$$

После того как h_i определены, СЛДУ описывает динамику системы в ПС. В векторно-матричной форме система СЛДУ принимает вид

$$\dot{\mathbf{Z}} = A\mathbf{Z} + B\mathbf{X}, \quad Y = \mathbf{Z}C^T + h_0X, \quad (2.18)$$

где $\dot{\mathbf{Z}}$ – вектор состояния системы, A – матрица состояния, B – матрица управления, C^T – транспонированная матрица наблюдения. В развернутом виде для системы с одним входом $X(t)$ и выходом $Y(t)$ члены уравнения (2.18) можно записать как

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2.3. Задачи

В задачах раздела параметры ДЗ СПР имеют следующие значения: статические коэффициенты передачи – ВУ – $S_D = 10$; УПУ – $S_V = 20A/B$; ЭД – $k_{ЭД} = 45 \text{ рад}/A\text{с}$; Р – $k_P = 0,01$; РМ с ГП – $k_{ГП} = 0,1 \text{ рад}/A$; ДОС – $k_{ЖОС} = 10B/\text{рад}$; $k_{СОС} = 20B\text{с}/\text{рад}$; $k_{ИОС} = 15B/\text{рад}$. Постоянные времени – РМ с ЭД – $T_{PM} = 0,1\text{с}$; РМ с ГП – $T_{PM} = 0,01\text{с}$; цепи ИОС – $T_{II} = 0,05\text{с}$. Параметры ДЗ «Ракета»: $a_d = 2$, $d = 0,3$; $w_0 = 63 \text{ рад}/\text{с}$; $T_V = 0,1\text{с}$. Коэффициенты передачи датчиков ООС ДЗ «А–Р»: $k_a = 10B\text{с}/\text{м}$; $k_q = 20B/\text{рад}$; $k_{\phi} = 10B\text{с}/\text{рад}$.

1. Составить структурную схему СПР АП, который содержит РМ с ЭД и ЖОС. Записать операторный коэффициент передачи, ОДУ и СЛДУ системы. Составить уравнение системы в векторно-матричной форме, записать уравнение выхода и привести ее структурную схему в ПС.

2. Составить структурную схему СПР АП, который содержит РМ с ЭД, ЖОС и СОС. Остальное – по условию задачи 1.

3. Составить структурную схему СПР АП, который содержит РМ с ЭД, ЖОС и ИОС. Остальное – по условию задачи 1.

4. Составить структурную схему СПР АП, который содержит РМ с ЭД, ЖОС и ИОС. Остальное – по условию задачи 1.

5. Составить структурную схему ДЗ «А–Р», которое содержит СПР, выполненный на базе РМ с ГП и ЖОС, позиционный и скоростной гироскопы. Остальное – по условию задачи 1.

6. Составить структурную схему ДЗ «А–Р», который имеет СПР на базе РМ с ГП и ЖОС, позиционный и скоростной гироскопы, акселерометр. Остальное – по условию задачи 1.

7. Составить структурную схему ДЗ «А–Р», который имеет СПР на базе РМ с ЭД и ЖОС, позиционный и скоростной гироскопы. Остальное – по условию задачи 1.

8. В структурной схеме координатора ССН с АСА безынерционными элементами считаются пеленгационное устройство ПУ ($k_{ПУ} = 10 \text{ В/рад}$) и усилитель мощности ($k_{УМ} = 10 \text{ А/В}$), а инерционным – сервопривод антенны с электродвигателем и редуктором ($k_{СП} = 10 \text{ рад/В}$, $T_{СП} = 0,1 \text{ с}$). Записать ОДУ системы. Составить СЛДУ и изобразить ее структурную схему в ПС.

9. В структурной схеме координатора ССН с СГП безынерционными элементами считаются пеленгационное устройство ПУ ($k_{ПУ} = 100 \text{ В/рад}$), усилитель мощности ($k_{У} = 5 \text{ А/В}$) и астатический гироскоп с моментными моторами ($k_{ГМ} = 10 \text{ рад/Ас}$), а инерционным элементом – сервопривод платформы с электродвигателем и редуктором ($k_{СП} = 10 \text{ рад/В}$; $T_{СП} = 0,1 \text{ с}$). Остальное – по условию задачи 8.

10. В структурной схеме координатора ССН с ГСП безынерционными считаются пеленгационное устройство ПУ ($k_{ПУ} = 100 \text{ В/рад}$) и астатический гироскоп ($k_{АГ} = 0,1 \text{ с}^{-1}$), а инерционным – сервопривод платформы с электродвигателем и редуктором ($k_{СП} = 10 \text{ рад/В}$; $T_{СП} = 0,1 \text{ с}$). Остальное – по условию задачи 8.

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

3.1. Методика решения ОДУ первого порядка

Связь между математическим представлением процессов на входе и выходе динамических систем устанавливается с помощью ОДУ. Например, для апериодического звена такую связь устанавливает ОДУ первого порядка, которое имеет вид $Tdy(t)/dt + y(t) = kx(t)$, и в операторной форме $y(t)/x(t) = k/(1+Tp)$. При отсутствии воздействия на входе системы $x(t) = 0$ ее свободное движение $y_C(t)$ находится в результате решения однородного ОДУ $Tdy_C(t)/dt + y_C(t) = 0$ и в общем виде после разделения переменных, интегрирования и потенцирования принимает вид

$$\frac{dy_C(t)}{y_C(t)} = -\frac{1}{T} dt, \int \frac{1}{y_C(t)} dy_C(t) = \int -\frac{1}{T} dt + \ln C, \ln y_C - \ln C = -\frac{1}{T} t, y_C(t)/C = e^{-\frac{1}{T} t}.$$

В момент $t_0=0$ начала наблюдения за выходной величиной $y_C(t)$ ее значение $y_C(0) = C e^{-\frac{1}{T} \cdot 0} = C$ характеризует начальное состояние системы, а если $C \neq 0$, то $y_C(t) = C e^{-\frac{1}{T}t} = y_C(0)f(t)$ описывает ее свободное движение.

Функцию $f(t) = e^{-\frac{1}{T}t}$ можно рассматривать как фундаментальную, поскольку решение любых однородных ОДУ первого порядка, а следовательно, свободное движение соответствующих систем, будет отличаться только параметрами – начальными условиями (состояниями C) и постоянными времени T .

Решение ОДУ первого порядка при воздействии $x(t) \neq 0$ является функцией, которая описывает вынужденное движение системы $y_B(t)$, и может быть представлена в общем виде как произведение $y_B(t) = f(t)n(t)$, где $f(t)$ – фундаментальная функция, известная из решения однородного ОДУ, а $n(t)$ – искомая в процессе его решения при $x(t) \neq 0$.

В результате подстановки $y_B(t) = f(t)n(t)$ в исходное ОДУ получим уравнение $Tv(t)df(t)/dt + Tf(t)dv(t)/dt + f(t)v(t) = kx(t)$. Принимая во внимание, что $df(t)/dt = de^{-\frac{1}{T}t}/dt = -\frac{1}{T}e^{-\frac{1}{T}t} = -\frac{1}{T}f(t)$, представим это уравнение в виде $-f(t)v(t) + Tf(t)dv(t)/dt + f(t)v(t) = kx(t)$, откуда $dn(t)/dt = kx(t)/Tf(t)$.

Искомая функция $v(t)$ при заданной функции воздействия $x(t)$, известной фундаментальной функции $f(t)$ и параметрах системы k и T может быть получена путем интегрирования выражения $kx(t)/Tf(t)$ по переменной t от момента времени t_0 до текущего значения t по формуле

$$n(t) = \frac{k}{T} \int_{t_0}^t f^{-1}(t) x(t) dt = n(t) - n(t_0).$$

$$\text{Если } x(t) = U s(t_0), \text{ то } v(t) = \frac{k}{T} \int_{t_0}^t f^{-1}(t) U s(t) dt = \frac{kU}{T} \int_{t_0}^t f^{-1}(t) dt,$$

где $s(t_0) = 1$ при $t \geq t_0$. После подстановки под знак интеграла выражения фундаментальной функции $f^{-1}(t) = e^{\frac{1}{T}t}$ получим функцию $n(t)$:

$$v(t) = \frac{kU}{T} \int_{t_0}^t e^{\frac{1}{T}t} dt = kU e^{\frac{1}{T}t} \Big|_{t_0}^t.$$

В таком случае вынужденная составляющая решения принимает вид

$$y_B(t) = f(t)v(t) = e^{-\frac{1}{T}t} kU e^{\frac{1}{T}t} \Big|_{t_0}^t = kU e^{\frac{1}{T}(t-t)} \Big|_{t_0}^t = kU \left(1 - e^{-\frac{1}{T}(t-t_0)} \right).$$

Функция $f(t,t) = f(t)f^{-1}(t) = e^{-\frac{1}{T}t} e^{\frac{1}{T}t} = e^{-\frac{1}{T}(t-t)}$ определяет скорость перехода $y_B(t)$ от $y_B(t_0) = 0$ к установившемуся значению $y_B(\infty) = kU$ и называется функцией перехода. Здесь переменная $t = t - t_0$ принимает значения, равные интервалу времени, прошедшему от начала воздействия t_0 до текущего значения t .

Окончательно общее решение ОДУ запишется в виде суммы функций

$$y(t) = y_C(t) + y_B(t) = y(t_0)e^{-\frac{1}{T}t} + kU \left(1 - e^{-\frac{1}{T}(t-t_0)} \right).$$

На рис. 3.1 представлена функция $y(t)$ при импульсном воздействии на входе ДЗ первого порядка и ненулевых начальных условиях $y(t_0) \neq 0$. Штриховыми линиями показаны составляющие $y_C(t)$ и $y_B(t)$.

В интерпретации метода ПС фундаментальная матрица $F(t)$ имеет элементы, представляющие собой фундаментальные функции решений СЛДУ, а матрица перехода $\Phi(t,\tau) = \Phi(t)\Phi^{-1}(\tau)$ – элементы в виде функций перехода.

Величину интервала времени перехода системы можно считать равной времени наблюдения $t = t$, если выполняется условие $t \geq t_0$, что при сколь угодно большом значении t означает выполнение условия $t = \infty$. При этом $f(t,t) = e^{-\frac{1}{T}t} e^{\frac{1}{T}t} = 1$, а по методу ПС $\Phi(t,t) = I$, где I – единичная матрица.

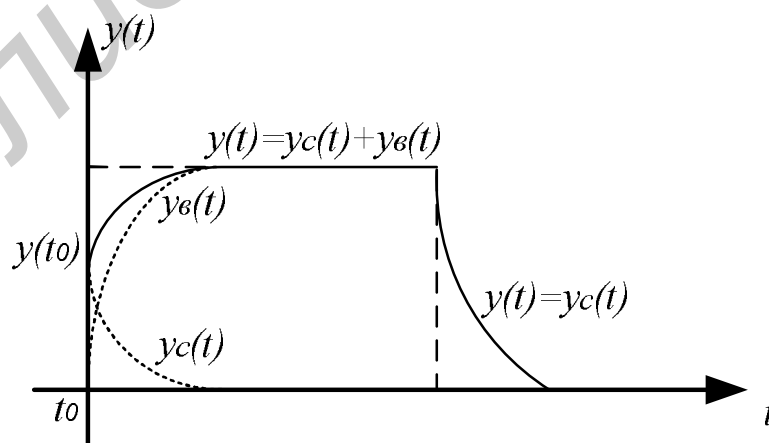


Рис. 3.1. Функции решения ОДУ 1-го порядка при импульсном воздействии на входе ДЗ и ненулевых начальных условиях

3.2. Методика решения векторного дифференциального уравнения

Решение векторного дифференциального уравнения (ВДУ) системы

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = A \mathbf{Z}(t) + H X(t) \quad \text{будем искать по аналогии с решением ее ОДУ в форме}$$

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \dot{\mathbf{Z}}_C(t) + \dot{\mathbf{Z}}_B(t) = \Phi(t) \dot{\mathbf{Z}}(t_0) + \Phi(t) V(t).$$

Свободная составляющая решения $\dot{\mathbf{Z}}_C(t)$ определяется путем подстановки выражения $\dot{\mathbf{Z}}_C(t) = F(t) \dot{\mathbf{Z}}(t_0)$ в ВДУ, если входное воздействие $X(t) = 0$.

В результате получим уравнение $\Phi(t) \dot{\mathbf{Z}}(t_0) = A \Phi(t) \mathbf{Z}(t_0)$, откуда следует, что $\dot{\Phi}(t) = A \Phi(t)$, или $d\Phi(t)/\Phi(t) = A dt$.

После интегрирования обеих частей этого уравнения на интервале $t = t_0$ до t получим фундаментальную матрицу в виде матричной экспоненты:

$$\Phi(t) = \exp \int_{t_0}^t A dt = \Phi(t - t_0).$$

Вектор свободных составляющих переменных состояния, которые характеризуют движение системы при $X(t) = 0$, можно записать в виде произведения вектора $\dot{\mathbf{Z}}(t_0)$ значений переменных состояний в момент времени t_0 и матричной экспоненты: $\dot{\mathbf{Z}}_C(t) = \Phi(t - t_0) \dot{\mathbf{Z}}(t_0) = \exp \int_{t_0}^t A dt \dot{\mathbf{Z}}(t_0)$.

Решение уравнения для вынужденного движения системы будем искать в виде $\dot{\mathbf{Z}}_B(t) = F(t - t_0) V(t)$ при нулевых начальных условиях.

После его подстановки в исходное ВДУ получим тождество

$$\dot{\Phi}(t - t_0) V(t) + \Phi(t - t_0) \dot{V}(t) = A \Phi(t - t_0) V(t) + H X(t),$$

а с учетом того, что $\dot{\Phi}(t - t_0) = A \Phi(t - t_0)$, его можно записать как

$$\dot{V}(t) = \Phi^{-1}(t - t_0) H X(t), \quad \text{откуда} \quad V(t) = \int_{t_0}^t \Phi^{-1}(t - t_0) H X(t) dt.$$

Переходные процессы в системах анализируются преимущественно с использованием функции Хевисайда, которая принимает следующие значения: $X(t) = s(t) = 1$ при $t \geq t_0$ и $X(t) = s(t) = 0$ при $t < t_0$.

С учетом полученного выражения для $V(t)$ вынужденная составляющая движения системы представляет собой произведение:

$$\dot{\mathbf{Z}}_B(t) = \Phi(t - t_0) \int_{t_0}^t \Phi^{-1}(t - t_0) H X(t) dt.$$

Принимая во внимание, что $\Phi(t-t_0)$ не зависит от переменной интегрирования t , получим выражение для нахождения $\dot{Z}_B(t)$:

$$\dot{Z}_B(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t-t_0) \Phi^{-1}(t-t_0) H X(t) dt = \int_{t_0}^t \Phi(t-t) H X(t) dt .$$

Здесь учтено, что функция $\Phi(t-t_0)$ не зависит от переменной интегрирования t , и ее можно внести под знак интеграла, а затем перемножить матрицы $\Phi(\cdot)$. Выражая их произведение через произведение матричных экспонент и считая параметры ДЗ системы постоянными на интервале анализа, можно полагать, что элементы матрицы A не зависят от времени и выполняется условие

$$\Phi(t-t_0) \Phi^{-1}(t-t_0) = \Phi(t-t_0) \Phi(t_0-t) = e^{At} e^{-At_0} e^{At_0} e^{-At} = \Phi(t-t).$$

Матрица $\Phi(t-t)$ называется матрицей перехода системы из состояния $t=t_0$ к состоянию в момент времени t , где $t=t-t_0$ – интервал наблюдения.

В начальный момент времени $t=0$ матрица перехода $\Phi(t-t) = \Phi(t-t_0) \Phi(t_0) = \Phi(t-t_0) I$ равна фундаментальной матрице.

При $t=t$, что наблюдается при $t \gg t_0$, матрица перехода равна единичной матрице I , поскольку

$$\Phi(t-t) = \Phi(t-t_0) \Phi(t_0-t) = \Phi(t-t_0) \Phi^{-1}(t-t_0) = I .$$

Отыскание решений ВДУ существенно упрощается, если представить ВДУ в области изображений по Лапласу, поскольку в таком случае начальные нулевые условия учитываются уже при записи ВДУ, т.е. автоматически.

Для стационарной системы с постоянными параметрами $a_i = const, b_i = const$ система однородных уравнений $\overset{(1)}{\Phi}(t) = A \overset{(1)}{\Phi}(t)$ преобразуется по Лапласу в $L[\overset{(1)}{\Phi}(t) = A \overset{(1)}{\Phi}(t)] = s \overset{(1)}{\Phi}(s) = A \overset{(1)}{\Phi}(s) + \overset{(1)}{\Phi}(+0)$, где L – символ преобразования Лапласа. В результате имеем изображение уравнения в виде $\overset{(1)}{\Phi}(s)(sI - A) = \overset{(1)}{\Phi}(+0)$, откуда изображение фундаментальной матрицы $\overset{(1)}{\Phi}(s) = \overset{(1)}{\Phi}(+0) / (sI - A)$, где $sI - A$ – характеристическая матрица, $\overset{(1)}{\Phi}(+0) = I$ – фундаментальная матрица, которая при $t=+0$ равна единичной матрице.

Фундаментальная матрица в области оригиналов определяется посредством обратного преобразования Лапласа $\overset{(1)}{\Phi}(t) = L^{-1} \overset{(1)}{\Phi}(s)$. Матрица перехода находится из выражения $\overset{(1)}{\Phi}(t, t) = \overset{(1)}{\Phi}(t) \overset{(1)}{\Phi}^{-1}(t) = e^{A(t-t)} = \overset{(1)}{\Phi}(t-t)$. Решения ВДУ $\dot{Z}_C(t)$ и $\dot{Z}_B(t)$ отыскиваются по методике, изложенной выше.

3.3. Задачи

1. В ГСН ПУ является апериодическим звеном, имеет крутизну пеленгационной характеристики $\Delta S_{ПУ} = 10 B / рад$ и эквивалентную полосу

пропускания $Df_{\Sigma} = 500 \text{Гц}$. Записать ОДУ связи процесса на выходе ПУ с процессом на входе и ОДУ в области изображений по Лапласу. Решить эти уравнения и построить график $U_{ПВ}(t) = F(t)$, если в момент времени $t_0 = 0$ $U_{ВВЛХ}^{ПВ}(0) = 0,5 \text{В}$, а при $t \geq t_0$ рассогласование на входе ПУ $Dj(t) = j_{Ц}(t) - j_{А}(t) = 0$. Сравнить трудоемкость решений.

2. В СПР ракеты используется с РМ с ГП и ЖОС. Статические коэффициенты передачи: ВУ $k_{ВУ} = 100$, цепи ЖОС $k_{ЖОС} = 50 \text{В/рад}$ и РМ с ГП $k_{РМ} = 10 \text{рад/В}$. Постоянная времени $T_{РМ} = 0,01 \text{с}$. Составить ОДУ системы и его изображения и определить, как будет изменяться угол отклонения рулей $d_p(t) = F(t)$ от нейтрального положения при появлении на входе СПР в $t_0 = 0$ воздействия $U_3(t) = 2s(t) \text{В}$.

3. Реакция инерционной следящей системы $Y(t)$ на выходе и воздействие $X(t)$ на входе связаны ОДУ первого порядка. Статический коэффициент передачи системы в разомкнутом состоянии $K = 10$, эквивалентная полоса частот пропускания $Dw = 690 \text{рад/с}$. Записать фундаментальную функцию решения ОДУ. Построить график $Y(t)$, если в момент времени $t_0 = 0$ $X(0) = 0$, $Y(0) = 5$, а в $t_1 = t_0 + 0,01 \text{с}$ на входе системы появилось воздействие $X(t) = -3s(t - t_1)$.

4. Изменение угла крена ракеты $n(t)$, обусловленное движением элеронов $d_{\Sigma}(t)$, описывается ОДУ $d(t)/n(t) = a_n / p(1 + pT_n)$ в операторной форме, где $a_n = 1$, $T_n = 0,1 \text{с}$. Определить свободную $n_C(t)$, вынужденную $n_B(t)$, составляющие результирующей функции $n(t)$, если в момент времени $t_0 = 0$, $n(0) = 0,1 \text{рад}$ и на $Dt = t_1 - t_0 = 0,1 \text{с}$, величина $d_{\Sigma} = 0$, а в t_1 $d_{\Sigma}(t) = 0,1s(t - t_1)$. Построить эпюры $n_C(t)$, $n_B(t)$, $n(t)$.

5. В ГСН с АСА безынерционными элементами считаются: ПУ ($k_{ПУ} = 10 \text{В/рад}$), УМ ($k_{УМ} = 10$), а инерционным является неследящий сервопривод антенны с электродвигателем и редуктором $k_{СП} = 1 \text{рад/В}$, $T_{ЭД} = 0,5 \text{с}$. Записать уравнение системы в ПС, определить фундаментальную матрицу и матрицу перехода.

6. Определить вектор $\dot{Z}_C(t)$ состояния свободного движения системы, если $\dot{Z}^T(0) = \{3, 0\}$, и пояснить физический смысл решения. Исходные данные по условию задачи 5.

7. Определить вектор $\dot{Z}_B(t)$ состояния при вынужденном движении системы, если $\dot{Z}^T(0) = \{0, 0\}$, входное воздействие $Dj = 0,1s(t) \text{рад}$. Пояснить физический смысл решения. Исходные данные по условию задачи 5.

8. В ГСН с СГП безынерционными элементами считаются: ПУ ($k_{ПУ} = 20 \text{В/рад}$), сервопривод платформы, выполненный на базе РМ с ГП

($k_{СП} = 100$), моментные моторы ($k_{ММ} = 10 \text{ Нм} / \text{В}$), гироскоп ($k_{Г} = 0,1 \text{ рад} / \text{Нмс}$). Коэффициент передачи усилителя мощности $k_{УМ} = 5 \text{ А} / \text{В}$ и постоянная времени $T_{УМ} = 0,01 \text{ с}$. Определить вектор переменных состояния как функций времени при свободном движении системы, если вектор начальных условий $\dot{Z}^T(0) = \{0, 1 \text{ рад}, 0\}$.

9. Переходный процесс в динамическом звене системы радиуправления описывается дифференциальным уравнением второго порядка $T_1 T_2 d^2 y(t) / dt^2 + T_1 dy(t) / dt + ky(t) = 0$. Записать уравнение в векторно-матричной форме. Найти его решение, если $T_1 = 0,1 \text{ с}$, $T_2 = 0,01 \text{ с}$, $k = 0,9$, а вектор состояния ДЗ в момент $t_0 = 0$ имеет компоненты $Z_1(0) = 2$, $Z_2(0) = 0$.

10. Записать уравнение ДЗ «Ракета» по углу крена в векторно-матричной форме. Найти его решение при $d_{\mathcal{D}}(t) = 0$. Исходные данные по условию четвертой задачи.

4. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

4.1. Методы оценки устойчивости

Невозмущенное движение системы описывается уравнениями в ПС:

$$\overset{(I)}{z_1^*}(t) = F_1(z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*, t), \quad \overset{(I)}{z_i^*}(t) = F_i(z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*, t), \quad \overset{(I)}{z_n^*}(t) = F_n(z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*, t)$$

при $t = t_0$, $z_1^* = z_{10}$, $z_2^* = z_{20}$, $z_n^* = z_{n0}$. Возмущения в системе можно представить как $\gamma_i(t) = z_i(t) - z_i^*(t)$, где $i = 1 \dots n$, $g_i(t_0) = g_{i0}$.

Система устойчива (по А. М. Ляпунову) при условии, если для произвольно заданного положительного числа ϵ можно выбрать другое положительное число $d(\epsilon)$ так, что при любом $t \geq t_0$ будут выполняться

неравенства $\sum_{i=1}^n g_{i0}^2 \leq d$ и $\sum_{i=1}^n g_i^2(t) < \epsilon$, даже если d и ϵ сколь угодно малые величины.

Критерий устойчивости по Ляпунову предполагает выполнение следующих условий: возмущения налагаются только на начальные условия $g_i(t) = M - M_0$, где M и M_0 – области величин возмущений, не выходящих за границы сфер, радиусов $\sqrt{\epsilon}$ и \sqrt{d} ; возмущения g_i малы в такой степени, что систему можно считать линейной; устойчивость рассматривается на $t \rightarrow \infty$.

Возмущенное движение по каждой i -й координате $z_i(t) = z_i^*(t) + g_i(t)$ представляет собой функцию $z_i^*(t) + g_i(t) = F_i(z_1^* + g_1, z_2^* + g_2, \dots, z_n^* + g_n)$.

Ляпунов доказал, что если действительные части корней дифференциальных уравнений (4.1) возмущенного движения $Re s_i < 0$, то система при $t \rightarrow \infty$ асимптотически устойчива, а если существует k корней с $Re s_k > 0$, то возмущенное движение не устойчиво. Здесь $i = 1 \dots n$, $k \in 1 \dots n$.

Для систем радиоуправления выполняется равенство $\dot{z}(t) = \dot{z}_C(t) + \dot{z}_B(t)$. Если $\dot{z}_B(t)$ представляет собой невозмущенное вынужденное движение, то $\dot{g}(t) = \dot{z}(t) - \dot{z}_B(t) = \dot{z}_C(t)$. Следовательно, в устойчивой системе для свободной составляющей справедливо равенство $\dot{z}_C(t) = 0$ при $t \rightarrow \infty$.

На практике это означает, что если на устойчивую систему не поданы внешние воздействия или к моменту начала наблюдения они сняты, а в системе существует энергия, за счет которой она может свободно двигаться, то движение при $t \rightarrow \infty$ прекратится и ($\dot{z}_C(t) = 0$).

В векторно-матричной форме это условие записывается в виде СЛДУ $\dot{\mathbf{z}}_C(t) = A \mathbf{z}_C(t) = 0$ или в виде изображения по Лапласу $s \mathbf{z}_C(s) = A \mathbf{z}_C(s) = 0$, откуда следует равенство $(A - sI) \mathbf{z}_C(s) = 0$.

Решение этой СЛДУ, заданной, например, в форме Фробениуса, дает вектор значений $\mathbf{z}^T(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_i(t), \dots, z_n(t))$. Уравнение в операторной форме $\det(A - sI) = 0$ является характеристическим, а выражение $\det(A - sI)$ в развернутом виде представляет собой характеристический полином

$$\det(A - sI) = (-1)^n (s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_{n-i}s^{n-i} + \dots + a_1s + a_0).$$

Корни уравнения $\det(A - sI) = 0$ обращают этот полином в нуль, и движение системы зависит от их положения на комплексной плоскости.

Например, система 3-го порядка имеет следующие компоненты характеристической матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad sI = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix}.$$

Следовательно, определитель характеристической матрицы

$$\det[A - sI] = \det \begin{bmatrix} -s & 1 & 0 \\ 0 & -s & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -(a_2 + s) \end{bmatrix},$$

откуда $\det[A - sI] = -s[(-s)(-a_2 - s) - 1(-a_2)] + (-1)[0 - 1(-a_0)] + a_0 = (-1)^3 (s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)$. Это полином, который обращается в нуль, когда переменная s принимает значения корней характеристического уравнения $s = I_1, s = I_2, s = I_3$. Анализ расположения этих корней на комплексной плоскости дает возможность судить об устойчивости системы.

Если корни характеристического уравнения вычислять затруднительно, применяют правила (критерии), которые позволяют определить устойчивость

без нахождения корней. Например, критерий Гурвица применяется к матрице из коэффициентов характеристического уравнения, критерий Михайлова применим к годографу характеристического комплекса $M(j\omega) = I + W_P(j\omega)$, а критерий Найквиста – к годографу частотного коэффициента передачи разомкнутой системы $H(j\omega) = W_P(j\omega)$.

4.2. Интегральные оценки качества переходных процессов

Линейные интегральные оценки ошибки переходного режима $e(t)$ в системе управления определяются моментами i -го порядка $i = 0 \dots n$ функции $e(t)$ в соответствии с выражениями

$$J_{00} = \int_0^{\infty} e(t) dt; \quad J_{01} = \int_0^{\infty} e(t)t dt; \quad \dots \dots \dots \quad J_{0n} = \int_0^{\infty} e(t)(t)^n dt.$$

Если система устойчива, то $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ и линейные интегральные оценки первого порядка $J_{00} \dots J_{0n}$ стремятся к конечному значению.

Квадратичные интегральные оценки ошибки i -го порядка $i = 1 \dots n$ определяются из выражений

$$J_{21} = \int_0^{\infty} t_1 e^2(t) dt, \quad J_{22} = \int_0^{\infty} [t_1^2 e^2(t) + t_2^2 e^2(t)] dt, \dots, \\ J_{2n} = \int_0^{\infty} [t_1^2 e^2(t) + t_2^2 e^2(t) + \dots + t_i^2 e^2(t) + \dots + t_n^2 e^2(t)] dt. \quad (4.2)$$

В этих выражениях t_1, t_2, \dots, t_n – весовые коэффициенты, а J_{22}, \dots, J_{2n} называются обобщенными квадратичными оценками.

Квадратичная i -го порядка, интегральная оценка качества свободного движения системы, представленная в векторно-матричной форме, имеет вид

$$J_{2i} = \int_0^{\infty} \mathbf{z}_C^T(t) V_i \mathbf{z}_C(t) dt = \int_0^{\infty} \mathbf{n}_i(t) dt,$$

где $\mathbf{z}_C(t)$ – вектор-столбец переменных состояния свободного движения системы размерностью $i \times 1$, а V_i – матрица квадратичной формы размерностью $i \times i$, \mathbf{n}_i – квадратичная форма для СЛДУ системы i -го порядка.

Часто интегральные квадратичные оценки используются в задачах оптимизации систем n -го порядка по критерию минимума затрат энергии в переходном режиме работы $J_{2n}(r_1, \mathbf{K}, r_j, \mathbf{K}, r_n) = \min$ посредством решения

уравнений $\frac{\partial J_{2n}(r_1, \mathbf{K}, r_j, \mathbf{K}, r_n)}{\partial r_j} = 0$, где r_j – оптимальное значение j -го

параметра системы, от которого зависит качество переходного процесса, протекающего в ней.

В ПС подынтегральное выражение (4.2), где $\dot{\mathbf{e}}(t)$ является вектором-столбцом ошибок, называется квадратичной формой и в развернутом виде определяется выражением

$$v_n(t) = t_1^2 z_1^2(t) + t_2^2 z_2^2(t) + \dots + t_n^2 z_n^2(t).$$

Например, для системы второго порядка интеграл квадратичной формы в ПС имеет вид $J_{22} = \int_0^\infty [t_1^2 z_1^2(t) + t_2^2 z_2^2(t)] dt = \int_0^\infty v_2(t) dt$.

Квадратичная форма может быть задана в векторно-матричном виде выражением $\mathbf{r}^T v_n(t) = \mathbf{z}_C^T(t) V_n \mathbf{r} z_C(t)$.

$$\text{Здесь } V_n = \begin{bmatrix} t_1^2 & 0 & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ 0 & t_2^2 & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{K} & t_n^2 \end{bmatrix} \text{ – матрица квадратичной формы.}$$

Для упрощения процедуры вычисления обобщенных квадратичных оценок вводится дополнительная квадратичная форма, связанная с квадратичной формой соотношением $dw(t)/dt = -v(t)$. Тогда обобщенную интегральную квадратичную оценку для системы i -го порядка можно получить

из выражения $J_{2i} = \int_0^\infty v_i(t) dt = -\int_0^\infty \frac{d}{dt} w_i(t) dt = w_i(0)$, поскольку в устойчивой системе при отсутствии задающего воздействия ($x(t) = 0$) переменные состояния $z_1(\infty) = 0$, $z_2(\infty) = 0$, ..., $z_n(\infty) = 0$, следовательно, пределы $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0$.

Для отыскания $w_i(0) = J_{2i}$ запишем ее выражение в векторно-матричной форме как $w_i(t) = \mathbf{z}_C^T(t) W_i \mathbf{r} z_C(t)$ и $J_{2i} = \mathbf{z}_C^T(0) W_i \mathbf{r} z_C(0)$, где W_i – матрица дополнительной квадратичной формы, которая связана с матрицей V_i квадратичной формы следующим образом:

$$\mathbf{z}_C^T(t) W_i \mathbf{r} z_C(t) + \mathbf{z}_C^T(t) W_i \mathbf{r} z_C(t) = -\mathbf{z}_C^T(t) V_i \mathbf{r} z_C(t). \quad (4.3)$$

Из уравнения состояния при $x(t) = 0$ следует, что $\dot{\mathbf{z}}_C(t) = A \mathbf{r} z_C(t)$ и $\mathbf{z}_C^T(t) = A^T \mathbf{r} z_C^T(t)$. Подставив эти выражения в (4.3), получим уравнение

$$\mathbf{z}_C^T(t) A^T W_i \mathbf{r} z_C(t) + \mathbf{z}_C^T(t) W_i A \mathbf{r} z_C(t) = -\mathbf{z}_C^T(t) V_i \mathbf{r} z_C(t),$$

устанавливающее связь между параметрами системы (матрица A) и матрицами квадратичных форм V_i и W_i , из которого следует равенство $A^T W_i + W_i A = -V_i$.

Поскольку $w_i(0) = J_{2i} = \mathbf{z}_C^T(0) W_i \mathbf{z}_C(0)$, то при заданном векторе начального состояния системы $\mathbf{z}_C(0)$ и ее свободном движении, т.е. при отсутствии воздействия и возмущений, знание W_i позволяет вычислить J_{2i} .

Например, применительно к системе второго порядка для вычисления W_2 записывается матрица состояния, задается матрица квадратичной формы и записывается в общем виде матрица дополнительной квадратичной формы:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{vmatrix}; \quad V_2 = \begin{vmatrix} t_1^2 & 0 \\ 0 & t_2^2 \end{vmatrix}; \quad W_2 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}.$$

Составляется матричное уравнение $A^T W_2 + W_2 A = -V_2$ относительно $b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}$ в виде $\begin{vmatrix} 0 & -a_0 \\ 1 & -a_1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} t_1^2 & 0 \\ 0 & t_2^2 \end{vmatrix}$.

Из четырех алгебраических уравнений, полученных в результате матричных преобразований, определяются значения $b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}$.

4.3. Задачи

1. Возмущенное движение системы описывается уравнениями $z_1(t) = -0,8 e^{-3t}$, $z_2(t) = e^{-5t}$, а невозмущенное — $z_1^*(t) = -1,2 e^{-3t}$, $z_2^*(t) = 0,7 e^{2t}$. Задано число $e = 0,75$, а число $d(e)$ находится из выражения $e = \sqrt{d}(1 + \sqrt{d})$. Определить, является ли система устойчивой.

2. Невозмущенное движение системы описывается уравнениями $z_1^*(t) = 2 z_1^*(t) + z_2^*(t)$; $z_2^*(t) = z_1^*(t) - 2 z_2^*(t)$, а возмущения — уравнениями $g_1(t) = 3 g_1(t) + g_2^2(t)$; $g_2(t) = g_1^2(t) + 2 g_2(t)$. Записать линеаризованные дифференциальные уравнения движения системы, если $g_1(0) = g_{10} = 0,1$; $g_2(0) = g_{20} = 0,2$.

3. Матрица A состояния системы имеет значения коэффициентов $a_0 = 1$, $a_1 = 0,1$, $a_2 = 0,01$. По расположению корней характеристического полинома сделать вывод об устойчивости системы.

4. Матрица A состояния системы имеет значения коэффициентов $a_0 = 1$, $a_1 = 0,1$, $a_2 = 0,01$. Определить устойчивость системы по критерию Гурвица.

5. Матрица A состояния системы имеет значения коэффициентов $a_0 = 1$, $a_1 = 0,1$, $a_2 = 0,01$. Определить устойчивость системы по критерию Михайлова.

6. Матрица A состояния системы имеет значения коэффициентов $a_0 = 1$, $a_1 = 0,1$, $a_2 = 0,01$. Определить устойчивость системы по критерию Найквиста, если статический коэффициент передачи разомкнутой системы $K = 10$, а её

операторный коэффициент передачи описывается выражением, которое имеет вид $W_p(p) = K / (c_3 p^3 + c_2 p^2 + c_1 p + c_0)$, где $c_3 = K$.

7. Определить, являются ли конечными линейные интегральные ошибки первого порядка для сервоприводов с ЖОС, выполненных на базе РМ с ЭД и РМ с ГП, если $U_3(t) = 1 В$, $S_{ВУ} = 10 А/В$, $K_{РМ}^{ЭД} = 1000 рад/с А$, $T_{ЭД} = 0,1 с$, $K_P = 0,01$, $K_{РМ}^{ГП} = 10 рад/А$, $T_{ГП} = 0,01 с$, $K_{ЖОС} = 100$.

8. Система управления описывается дифференциальным уравнением первого порядка $W_3(p) = K / (p + K + 1)$, где $K = 10$, $T = 0,1 с$. Свободная составляющая $z_C(0) = 0,1$. Определить интегральную оценку J_{21} .

9. Система второго порядка в момент $t=0$ находится в состоянии $z_1(0) = 1$, $z_2(0) = 0,1$, а входное воздействие $X(t \geq 0) = 0$. Определить величину J_{22} , если $t_1 = 1$, $t_2 = 2$. Передаточная функция разомкнутой системы $W_p(s) = K / (1 + sT_1)(1 + sT_2)$, а $K = 10$, $T_1 = 0,1 с$, $T_2 = 1 с$.

10. Определить величину J_{23} для системы с передаточной функцией в разомкнутом состоянии $W_p(s) = K / s(1 + sT_1)(1 + sT_2)$, если при замыкании системы в отсутствие воздействия на входе переменные состояния имели значения $z_1(0) = 1$, $z_2(0) = 0$, $z_3(0) = 0$. Заданы коэффициенты веса ошибок: статической $t_1 = 1$; по первой $t_2 = 0,5$ и второй $t_3 = 0,1$ производным, а $K = 10$, $T_1 = 0,01 с$, $T_2 = 0,1 с$.

5. СИСТЕМЫ ТЕЛЕРАДИОНАВЕДЕНИЯ

5.1. Общая характеристика систем телерадионаведения

Управление ЛА на расстоянии (теле) с вынесенного относительно ЛА командного пункта (КП) с использованием радиосредств называется телерадиоуправлением. К нему относятся телерадионаведение (ТРН) и командное радиоуправление (КРУ).

Телерадионаведение характеризуется тем, что команды управления формируются на борту ЛА по результатам сравнения отклонений текущих координат ЛА от требуемых. Последние задаются с помощью параметров электромагнитного поля (ЭМП), которые измеряются бортовой аппаратурой ЛА, а само поле создается устройством формирования поля, размещенным вне ЛА. В частности, если ЭМП сконцентрировано в направлении вдоль некоторой прямой, то говорят о ТРН по радиолучу. Луч создается устройством формирования луча (УФЛ) с помощью остронаправленной антенной системы.

Основные достоинства систем ТРН проявляются при наведении ЛА на маневрирующие цели. В таких системах имеются возможности адаптивного управления ЛА с КП, повышаются помехоустойчивость и дальность действия за счет применения мощных и точных радиовизиров целей, которые устанавливаются в районе КП. Упрощается бортовое оборудование ЛА.

К основным недостаткам систем ТРН следует отнести:

- необходимость точного наведения радиолуча на цель, особенно на конечном участке траектории полета ЛА, что влечет за собой необходимость повышения мощности и ужесточения требований к неэнергетическим параметрам луча, который формируется УФЛ, а также к возрастанию требований по точности и разрешающей способности радиовизиров цели;
- возникновение ошибок управления, связанных с флуктуациями параметров ЭМП из-за прохождения радиоволн через струю газов, истекающих из двигателей ЛА.

5.2. Структурная схема системы телерадионаведения по лучу

Кинематические звенья системы ТРН по лучу представляют собой математические модели в виде ОДУ в операторной форме, которые устанавливают связь между параметрами движения цели и ракеты, находящейся в радиолуче, с угловыми положениями цели и ракеты в нормальной земной гироскопической системе координат. Уравнения могут быть получены из рассмотрения функционально-кинематической схемы системы ТРН (рис. 5.1).

На этом рисунке представлены составляющие векторов скоростей ракеты \dot{V}_P и цели $\dot{V}_Ц$ в вертикальной плоскости. Их проекции на направления $\dot{r}_P(t)$ и $\dot{r}_Ц(t)$ связаны с производными $\dot{r}_P(t)$ и $\dot{r}_Ц(t)$ уравнениями

$$\dot{r}_P(t)/dt = V_P(t) \cos(q_{TP}(t) - q_P(t)), \quad \dot{r}_Ц(t)/dt = V_Ц(t) \cos(q_{TЦ}(t) - q_Ц(t)),$$
 где $q_{TP}(t)$ и $q_{TЦ}(t)$ – углы тангажа ракеты и цели, $q_P(t)$ и $q_Ц(t)$ – угловые положения ракеты и цели в нормальной системе координат, связанной с УФЛ.

Ортогональные векторам $\dot{r}_P(t)$ и $\dot{r}_Ц(t)$ составляющие векторов скоростей ракеты \dot{V}_P и цели $\dot{V}_Ц$ можно представить в виде уравнений

$$\begin{aligned} r_P(t) dq_P(t)/dt &= V_P(t) \sin(q_{TP}(t) - q_{TЦ}(t)), \\ r_Ц(t) dq_Ц(t)/dt &= V_Ц(t) \sin(q_{TЦ}(t) - q_Ц(t)). \end{aligned} \quad (5.1)$$

На конечном участке траектории наведения, где ошибки управления определяют величину промаха, длина линии положения «ракета–цель» мала по сравнению с расстояниями до КП \dot{r}_P и $\dot{r}_Ц$, поэтому на малом интервале времени Dt с момента наблюдения t_0 входное воздействие в системе ТРН невелико. Оно определяется величиной рассогласования Dq между угловым положением линии «ракета–цель», которое рассчитывается в СРП по данным от РВЦ, и угловым положением луча, в котором находится ракета. Поэтому можно записать значения угловых положений цели и ракеты по истечении времени Dt в виде

$$\begin{aligned} q_Ц(t) &= q_{Ц0}(t) + Dq_Ц(t), & q_{TЦ}(t) &= q_{TЦ0}(t) + Dq_{TЦ}(t), \\ q_P(t) &= q_{P0}(t) + Dq_P(t), & q_{TP}(t) &= q_{TP0}(t) + Dq_{TP}(t). \end{aligned} \quad (5.2)$$

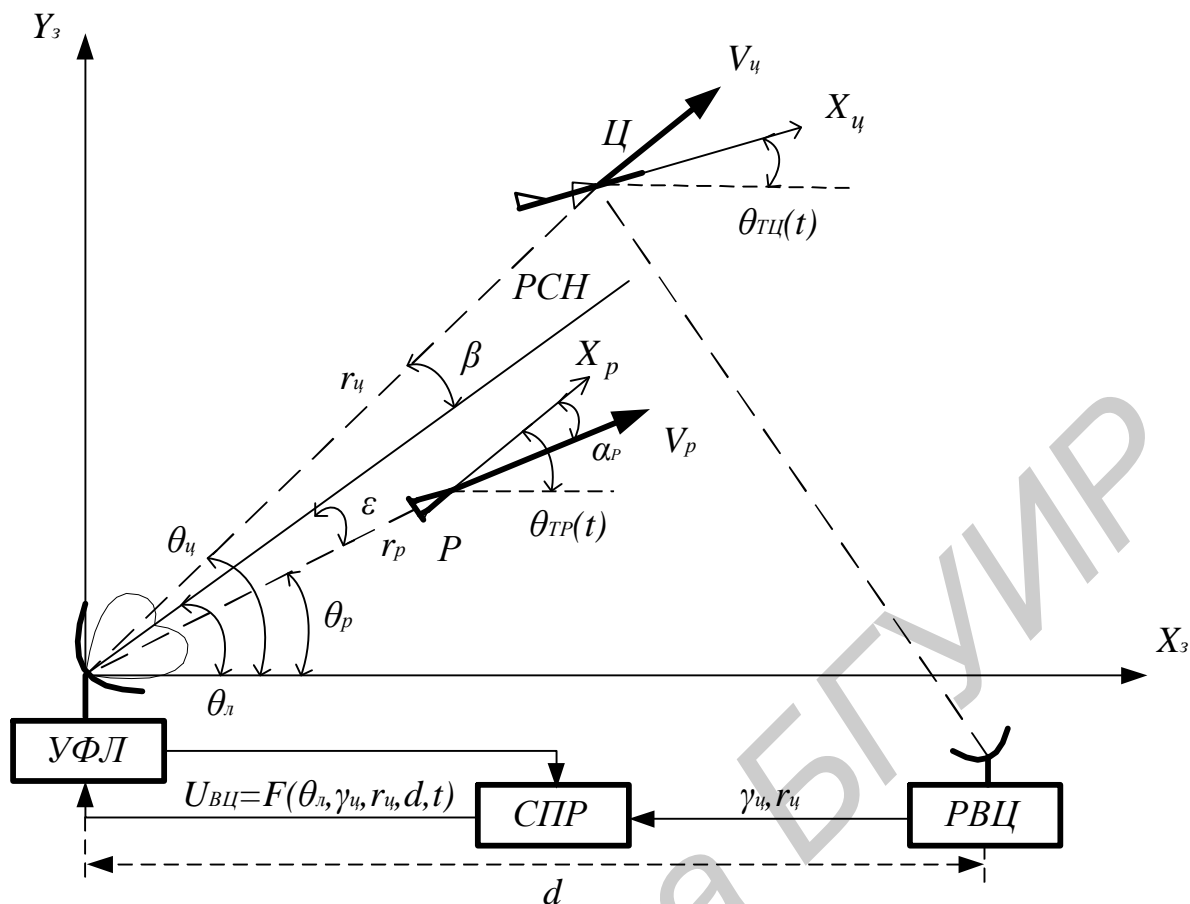


Рис. 5.1 Основные кинематические соотношения в системе ТРН по лучу

В общем случае эти величины можно определить из решения систем нелинейных дифференциальных уравнений (5.1), что является достаточно сложной задачей. С целью упрощения анализа применяют метод линеаризации и замораживания параметров, согласно которому на интервале времени анализа Dt параметры звеньев контура управления считаются неизменными, передаточные функции звеньев – линейными, а «замороженные», не изменяющиеся на Dt параметры движения цели и ракеты, определяются значениями их величин $V_{P0}, V_{Ц0}, q_{P0}, q_{TP0}, q_{Ц0}, q_{TC0}, r_{P0}, r_{Ц0}$ в момент начала анализа t_0 .

Рассмотрим зависимости между дальностью цели $r_{Ц}$, измеряемой в системе с помощью РВЦ, и расстоянием до ракеты $r_{р}$, угловыми перемещениями $Dq_{р}$, $Dq_{Ц}$, входным воздействием в контуре управления в виде ускорения цели $a_{\perp}^{Ц}$, а также управляемой величиной – ускорением ракеты $a_{\perp}^{р}$. После подстановки в уравнения (5.1) значений углов (5.2) в момент времени $t = t_0 + Dt$ и выражения скоростей $dr_{Ц}(t)/dt$ и $dr_{р}(t)/dt$ через приращения углов Dq_{TC} , $Dq_{Ц}$ и Dq_{TP} , $Dq_{р}$ получим линеаризованные уравнения относительно этих приращений.

Вид уравнений, описывающих движение цели и ракеты на интервале Dt , одинаков, поэтому рассмотрим их применительно к цели, а результат распространим на уравнения для ракеты.

Уравнения, описывающие продольное и угловое движения цели, представим в виде

$$\begin{aligned} dr_{Ц}(t)/dt &= V_{Ц} \cos(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}) - V_{Ц} (D\mathbf{q}_{ТЦ}(t) - D\mathbf{q}_{Ц}(t)) \sin(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}), \\ r_{Ц}(t) dD\mathbf{q}_{Ц}(t)/dt &= V_{Ц} \sin(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}) + V_{Ц} (D\mathbf{q}_{ТЦ}(t) - D\mathbf{q}_{Ц}(t)) \cos(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}). \end{aligned}$$

При выводе этих уравнений полагалось, что $\sin(D\mathbf{q}_{ТЦ}(t) - D\mathbf{q}_{Ц}(t)) \approx D\mathbf{q}_{ТЦ}(t) - D\mathbf{q}_{Ц}(t)$, а $\cos(D\mathbf{q}_{ТЦ}(t) - D\mathbf{q}_{Ц}(t)) \approx 1$ в виду малости величин $D\mathbf{q}_{Ц}(t)$ и $D\mathbf{q}_{ТЦ}(t)$. Полученные уравнения линейны относительно приращений углов $D\mathbf{q}_{Ц}(t)$ и $D\mathbf{q}_{ТЦ}(t)$.

Умножив первое уравнение на величину $D\mathbf{q}_{Ц}(t)$ и сложив со вторым, в результате тригонометрических преобразований с учетом малости значений $D\mathbf{q}_{ТЦ}(t)$ и $D\mathbf{q}_{Ц}(t)$ получим уравнение полного приращения вектора скорости цели в зависимости от приращения ее угла тангажа в виде

$$d(r_{Ц}(t)D\mathbf{q}_{Ц}(t))/dt = V_{Ц} \sin(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}) + V_{Ц} D\mathbf{q}_{ТЦ}(t) \cos(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}).$$

Полагая на Dt расстояние до цели $r_{Ц}(t) \approx r_{Ц}(t + Dt) \approx const$, запишем уравнение в операторной форме и получим выражение, описывающее приращение $D\mathbf{q}_{Ц}(t)$, наблюдаемое в земной системе координат на интервале Dt ,

$$D\mathbf{q}_{Ц}(t) = r_{Ц}^{-1} \left[p^{-1} V_{Ц} \sin(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}) + p^{-1} V_{Ц} D\mathbf{q}_{ТЦ}(t) \cos(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}) \right].$$

Принимая во внимание, что поперечное ускорение цели определяется выражением $a_{\perp}^{Ц} = V_{ТЦ} \dot{\mathbf{q}}_{ТЦ}$, а в операторной форме $D\mathbf{q}_{ТЦ}(t) = \dot{\mathbf{q}}_{ТЦ}(t) / p$, запишем уравнения, устанавливающие в нормальной системе координат зависимость приращения углового положения цели $D\mathbf{q}_{Ц}(t)$ и по аналогии для ракеты $D\mathbf{q}_{Р}(t)$ от величин поперечных ускорений $a_{\perp}^{Ц}$ и $a_{\perp}^{Р}$.

$$D\mathbf{q}_{Ц}(t) = \frac{1}{r_{Ц}} \left[\frac{1}{p} V_{Ц} \sin(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}) + \frac{1}{p^2} a_{\perp}^{Ц}(t) \cos(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}) \right], \quad (5.3)$$

$$D\mathbf{q}_{Р}(t) = \frac{1}{r_{Р}} \left[\frac{1}{p} V_{Р} \sin(\mathbf{q}_{ТР0} - \mathbf{q}_{Р0}) + \frac{1}{p^2} a_{\perp}^{Р}(t) \cos(\mathbf{q}_{ТР0} - \mathbf{q}_{Р0}) \right]. \quad (5.4)$$

Выражения, определяющие дальности $r_{Ц}(t)$ и $r_{Р}(t)$ на интервале времени $t_0 + Dt$, с учетом уравнений продольного движения запишутся в виде

$$r_{Ц}(t) = r_{Ц0} + \frac{1}{p} V_{Ц} \cos(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}) - \frac{1}{p^2} (a_{\perp}^{Ц}(t) - V_{Ц} p D\mathbf{q}_{Ц}(t)) \sin(\mathbf{q}_{ТЦ0} - \mathbf{q}_{Ц0}), \quad (5.5)$$

$$r_{Р}(t) = r_{Р0} + \frac{1}{p} V_{Р} \cos(\mathbf{q}_{ТР0} - \mathbf{q}_{Р0}) - \frac{1}{p^2} (a_{\perp}^{Р}(t) - V_{Р} p D\mathbf{q}_{Р}(t)) \sin(\mathbf{q}_{ТР0} - \mathbf{q}_{Р0}). \quad (5.6)$$

В этих уравнениях ортогональные составляющие ускорений цели и ракеты связаны не с приращением углов тангажа, а с угловым поворотом векторов скоростей цели и ракеты.

5.3. Операторные коэффициенты передачи ДЗ контура управления

В линейной модели контура управления операторные коэффициенты передачи ДЗ устанавливают связь между процессами на их входах и выходах. При необходимости эти коэффициенты могут быть детализированы. Поэтому структурная схема системы ТРН (рис. 5.2) помимо кинематических звеньев содержит операторные коэффициенты передачи следующих ДЗ в общем виде:

- радиовизира цели $U_{РВЦ}(t)/j_{Ц}(t) = K_{РВЦ}(p);$
- устройства формирования команд $U_K/U_{РВЦ}(t) = K_{СПР}(p);$
- устройства формирования луча $Dq_{Л}(t)/U_K(t) = K_{УФЛ}(p);$
- координатора $U_3(t)/(q_{Л}(t)-q_{Р}(t)) = K_{КР}(p);$
- звена автопилот-ракета $a_{\perp}^P(t)/U_3(t) = K_{А-Р}(p).$

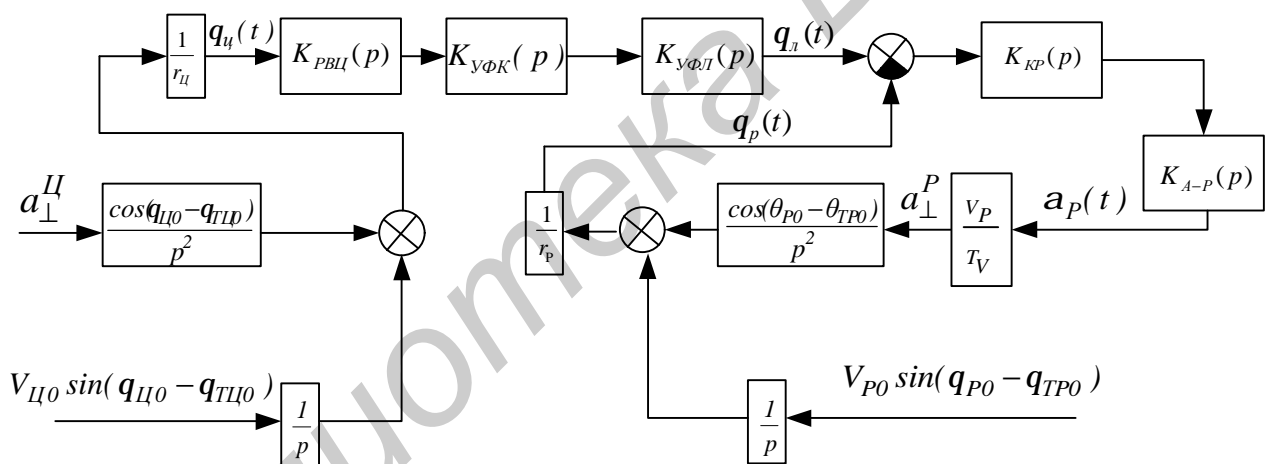


Рис. 5.2. Структурная схема контура ТРН по методу накрытия цели

5.4. Задачи

1. Определить расстояние, пройденное ракетой за время $\Delta t = 1$ с, если в системе ТРН на интервале Δt ракета движется вдоль РСН радиолуча со скоростью $V_p = 1000$ м/с, угол атаки $\alpha = 0,01$ рад и угловая скорость луча $w_L = 0,1$ рад/с. Сделать чертеж.

2. Определить угловую скорость луча в момент t_0 , если расстояние от УФЛ до ракеты $r_p = 10$ км, $V_p = 1000$ м/с, ракета движется по РСН луча, а угол атаки $\alpha = 0,01$ рад. Сделать чертеж.

3. В системе ТРН по лучу реализуется метод накрытия. Определить угловую скорость луча в момент t_0 , если цель находится на расстоянии

$r_{Ц} = 2000 \text{ м}$, $V_{Ц} = 500 \text{ м/с}$, угол тангажа цели $q_{ТЦ} = 60^\circ$, угловое положение радиолуча $q_{Л} = 66^\circ$. Сделать чертеж.

4. Определить требуемую угловую скорость радиолуча в момент t_0 , если измеренные с помощью РВЦ дальность до цели $r_{Ц} = 5 \text{ км}$ и ее угловое положение $j_{Ц} = 120^\circ$. Расстояние между позициями УФЛ и РВЦ $d = 500 \text{ м}$. Цель летит горизонтально со скоростью $V_{Ц} = 500 \text{ м/с}$. Наведение осуществляется по методу накрытия на догонном курсе. Сделать чертеж.

5. Определить требуемую угловую скорость радиолуча в момент t_0 , если измеренные с помощью РВЦ дальность до цели $r_{Ц} = 5 \text{ км}$ и ее угловое положение $j_{Ц} = 120^\circ$. Расстояние между позициями РВЦ и УФЛ $d = 600 \text{ м}$. Цель летит горизонтально со скоростью $V_{Ц} = 500 \text{ м/с}$. Наведение осуществляется по методу параллельного сближения на догонном курсе. Сделать чертеж.

6. Определить требуемую угловую скорость луча в момент t_0 , если измеренные РВЦ дальность до цели $r_{Ц} = 5 \text{ км}$ и ее угловое положение $j_{Ц} = 120^\circ$. Расстояние между позициями РВЦ и УФЛ $d = 1000 \text{ м}$. Цель летит горизонтально со скоростью $V_{Ц} = 500 \text{ м/сек}$. Наведение осуществляется по методу пропорциональной навигации при значении навигационной постоянной $A = 2$ на догонном курсе. Сделать чертеж.

7. Составить структурную схему контура следящего управления ракетой в системе ТРН по лучу. Определить ошибку управления в установившемся режиме, если угловая скорость поворота луча $\dot{\phi}_{Л}(t) = 0,1 \text{ рад/с}$. Расстояние до ракеты $r_p = 6 \text{ км}$, $V_p = 1000 \text{ м/с}$, угол атаки $a = 0,01 \text{ рад}$, постоянная времени разворота ракеты $T_J = 0,1 \text{ с}$, операторный коэффициент передачи ДЗ «А–Р» по углу атаки $K_{A-P} / (1 + pT_{A-P})$, где $K_{A-P} = 10$, $T_{A-P} = 0,01 \text{ рад}$. Крутизна пеленгационной характеристики координатора ракеты $S_{KP} = 20 \text{ В/рад}$. Сигнал управления на вход ДЗ «А–Р» поступает с выхода координатора.

8. Составить структурную схему контура следящего управления ракетой в системе ТРН по лучу. Определить дисперсию ошибки управления, если спектральная плотность флуктуаций угла атаки из-за случайных возмущений движения ракеты $N_a = 0,06 \text{ рад}^2/\text{с}$. Расстояние до ракеты $r_p = 3 \text{ км}$, $V_p = 1000 \text{ м/с}$, угол атаки $a = 0,01 \text{ рад}$, постоянная времени разворота ракеты $T_J = 0,1 \text{ с}$, операторный коэффициент передачи ДЗ «А–Р» по углу атаки $K_{A-P} / (1 + pT_{A-P})$, где $K_{A-P} = 10$, $T_{A-P} = 0,01 \text{ рад}$. Крутизна пеленгационной характеристики координатора ракеты $S_{KP} = 30 \text{ В/рад}$. Сигнал управления на вход ДЗ «А–Р» поступает с выхода координатора.

9. Составить структурную схему канала управления радиолучом в системе ТРН по методу накрытия. Определить угловую скорость поворота луча, если

цель развивает поперечное ускорение $a_{\perp}^Ц = 1g$, ее скорость $V_{Ц} = 500 \text{ м/сек}$, угловое положение $q_{Ц} = 60^{\circ}$, $q_{ТЦ} = 66^{\circ}$, расстояние $r_{Ц} = 5 \text{ км}$, операторный коэффициент передачи РВЦ

$$W_{РЦ}(p) = \frac{(p^2 S_{РЦ} T_{СП} + p S_{РЦ})}{(p^2 T_{СП} + p + S_{РЦ} K_{СП})},$$

где $S_{РЦ} = 30 \text{ В/рад}$ – крутизна пеленгационной характеристики РВЦ, $K_{СП} = 10 \text{ рад/В}$ и $T_{СП} = 0,05 \text{ с}$ – коэффициент передачи и постоянная времени сервопривода антенны РВЦ. Коэффициент передачи безынерционного УФЛ $K_{ФЛ} = 1 \text{ рад/В}$.

10. Составить структурную схему канала управления радиолучом в системе ТРН по методу накрытия. Определить дисперсию случайных отклонений РСН антенны УФЛ из-за флуктуационной составляющей сигнала на выходе РВЦ, спектральная плотность которого, приведенная к входу РВЦ, $N_{РЦ} = 5 \times 10^{-6} \text{ рад}^2 \text{ с}$. Параметры ДЗ структурной схемы по условию задачи 9.

6. СИСТЕМЫ КОМАНДНОГО РАДИОУПРАВЛЕНИЯ

6.1. Общая характеристика систем командного радиоуправления

Командное радиоуправление (КРУ) является разновидностью телерадионаведения и характеризуется тем, что команды управления формируются на КП и передаются на ракету по командным радиопередающим линиям (КРЛ).

Формирование команд осуществляется на КП в соответствии с выбранным методом наведения на основе информации о координатах цели и ракеты, которые получены с помощью радиовизиров, установленных на КП или вне его, с использованием систем передачи информации от радиовизиров на КП.

В системах КРУ радиовизир цели (РВЦ) представляет собой радиолокационный следящий измеритель координат цели и параметров её движения. В зависимости от места расположения РВЦ различают системы первого вида КРУ-1, в которых РВЦ устанавливается на КП, и второго вида КРУ-2, в которых он установлен на ракете.

В системах КРУ информация о координатах и параметрах движения цели и ракеты поступает на КП в устройство формирования команд (УФК) управления ракетой. Эти команды передаются на ракету по КРЛ.

В системе КРУ-1 для определения координат ракеты на ней устанавливаются радиоприемное устройство сигнала запроса и радиопередающее устройство сигнала ответа. Совместно с аналогичными устройствами, размещенными на КП, они образуют канал визирования ракеты и позволяют определять ее положение в системе координат, связанной с КП.

В системах КРУ-2 и КРУ-1 каналы визирования ракеты идентичны. Отличие систем состоит в размещении средств извлечения и передачи информации о цели на КП. В системах КРУ-2 радиовизир цели

устанавливается на ракете, а измеренные в системе координат, связанной с ракетой, координаты цели по радиолинии связи передаются на КП. С учетом информации о положении ракеты относительно КП эти координаты пересчитываются в систему координат, связанную с КП, и формируются команды управления, передаваемые по КРЛ на ракету.

Система КРУ-2 по сравнению с КРУ-1 отличается повышенной дальностью действия, помехозащищенностью и точностью, поскольку РВЦ установлен на ракете и по мере сближения с целью отношение сигнал/помеха возрастает. Кроме того, высокая точность обеспечивается за счет применения более мощного стационарного оборудования на КП. При этом имеется возможность адаптивной смены метода наведения на маневрирующую цель в процессе управления и включения в контур управления человека-оператора в качестве лица, принимающего решения. Однако наличие нескольких радиоканалов делает системы КРУ более уязвимыми со стороны постановщиков активных помех и РЭС, создающих непреднамеренные помехи.

6.2. Командные радиолинии

Командная радиолиния (КРЛ) представляет собой радиосистему передачи информации. Она содержит радиопередатчик, установленный на КП, и радиоприёмник на борту ракеты, которые совместно со средой распространения радиоволн образуют радиоканал передачи команд управления на ракету в аналоговой или цифровой форме непрерывно во времени или дискретно.

В системах КРУ применяют аналоговые, цифровые и комбинированные – аналого-цифровые – КРЛ. Например, КРЛ многоцелевых ракетных комплексов – это многоканальные цифровые радиолинии с внешней адресацией, которые позволяют передать команду по выбранному адресу на любой из управляемых объектов. Кроме того, команда с внешним адресом может иметь и внутреннюю адресацию, посредством которой она может быть направлена на любое из выбранных устройств в составе бортовой аппаратуры ракеты.

Качество системы КРУ во многом зависит от принципа построения и показателей качества КРЛ, обобщенная функциональная схема которой приведена на рис. 6.1.

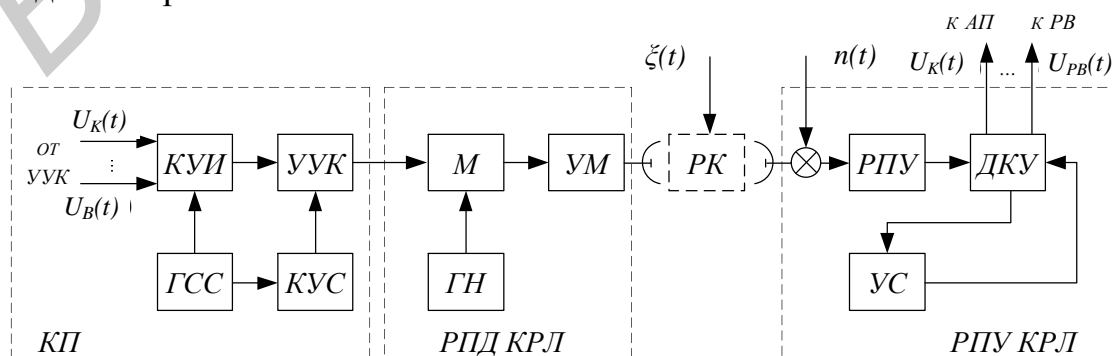


Рис. 6.1. Обобщенная функциональная схема командной радиолинии

В схеме (см. рис. 6.1) указаны командные сигналы, передаваемые на ракету: $U_K(t)$ – сигнал управления для автопилота, $U_B(t)$ – сигнал управления радиовзрывателем и др. Они поступают на кодирующее устройство передаваемой информации (КУИ) от УФК, размещенного также на КП. В КУИ осуществляется первичное кодирование сигналов сообщения в виде простого аналого-цифрового преобразования или более сложного кодирования с внесением избыточности в сообщения для повышения скрытности и возможности исправления ошибок из-за помех различного происхождения.

В генераторе синхросигналов (ГСС) и кодирующем устройстве синхросигналов (КУС) формируются кодированные сигналы, несущие информацию о временном положении синхросигналов для синхронных систем или о моментах начала и конца передачи команды для асинхронных систем.

В устройстве уплотнения каналов (УУК) кодированные сигналы информации и синхронизации объединяются в один групповой сигнал.

Групповой сигнал поступает на вход радиопередатчика командной радиолинии (РПД КРЛ), который в простейшем случае содержит генератор несущего колебания (ГН), модулятор (М) и усилитель мощности (УМ). Модуляция несущего высокочастотного колебания, как правило, осуществляется по частоте или фазе. Для повышения помехоустойчивости в КРЛ применяют помехоустойчивое вторичное кодирование, увеличивающее базу сигнала. В этом случае схемы модулятора в РПД КРЛ и демодулятора в РПУ КРЛ существенно усложняются.

В функциональной схеме КРЛ между аппаратурой КП и бортовой аппаратурой введено звено «Радиоканал» (РК), учитывающее влияние внешних помех $x(t)$ на передаваемый сигнал. Внутренние шумы $n(t)$ бортовой аппаратуры учитываются путем суммирования шумов антенны и приведенных ко входу собственных шумов радиоприемного устройства (РПУ).

Демодулированный с применением корреляционной обработки или фильтрации сигнал с выхода бортового РПУ поступает на декодирующее устройство (ДКУ), в котором информация о синхросигналах отделяется от командной в устройстве синхронизации (УС). Выделенные синхросигналы, необходимые для правильного декодирования информационной части группового сигнала, снова поступают на ДКУ, в котором производится окончательное декодирование передаваемых сообщений и исправление ошибок. При этом декодируются внешние адреса, что позволяет выделить сообщение, предназначенное данной ракете, а при наличии в сообщении внутренних адресов произвести декодирование и передачу команд управления (количественных и функциональных) на соответствующие подсистемы ракеты.

Наиболее помехоустойчивыми на практике оказываются широкополосные цифровые КРЛ с применением фазовых методов модуляции.

6.3. Структурные схемы систем командного радиоуправления

Структурная схема системы КРУ-1 представлена на рис. 6.2. Она составлена в соответствии с функциональной схемой с применением метода линеаризации и замораживания параметров. Воздействие помех и возмущающих факторов со стороны внешней среды при этом не учитывались. Кинематические звенья системы КРУ-1 получены из уравнений (5.3)–(5.6) системы ТРН по лучу.

Начальные условия (НУ), определяющие исходные (замороженные) значения траекторных параметров цели и ракеты в момент t_0 начала анализа, задаются (см. рис. 6.2) в виде радиальной и поперечной составляющих скорости цели $V_{Ц} \cos(q_{ТЦ0} - q_{Ц0})$, $V_{Ц} \sin(q_{ТЦ0} - q_{Ц0})$, дальности до цели $r_{Ц0}$ и скорости цели $V_{Ц0}$ в момент времени t_0 . Для ракеты выражения аналогичны.

Задающее воздействие в канале цели присутствует в виде ускорения $\mathbf{r}_{Ц\perp}$, а в качестве реакции контура управления на это воздействие рассматривается поперечное ускорение ракеты \mathbf{a}_{\perp}^P . Звено «Автопилот–ракета» аналогично приведенному в структурной схеме контура ТРН по лучу. Основное отличие состоит в том, что контур содержит сложное радиозвено, состоящее из двух координаторов РВЦ и РВР, счетно-решающего прибора (СРП) и КРЛ, в состав которой входит радиоканал, бортовое и наземное оборудование.

Координаторы цели и ракеты имеют каналы следящего измерения дальности и угловых координат с коэффициентами передачи $K_{КЦ}^r(p)$, $K_{КЦ}^q(p)$ и $K_{КР}^r(p)$, $K_{КР}^q(p)$ соответственно. С их выходов сигналы $U_{КЦ}(t)$ и $U_{КР}(t)$ поступают на СРП с коэффициентом передачи $K_{СП}(p)$. С выхода СРП сигнал команды $U_K(t)$ передается на ракету по КРЛ, а в математической модели преобразуется посредством операторного коэффициента передачи $K_{КЛ}(p)$ в задающее воздействие $U_3(t)$ на входе ДЗ «А–Р». Выходом этого звена с передаточной функцией $K_{А-Р}(p)$ является ускорение ракеты $a_{\perp}^p(t)$.

Приведенные в структурной схеме операторные коэффициенты передачи ДЗ, в том числе и сложного радиозвена с включением в состав СРП человека-оператора, можно получить методом составления ОДУ в операторной форме.

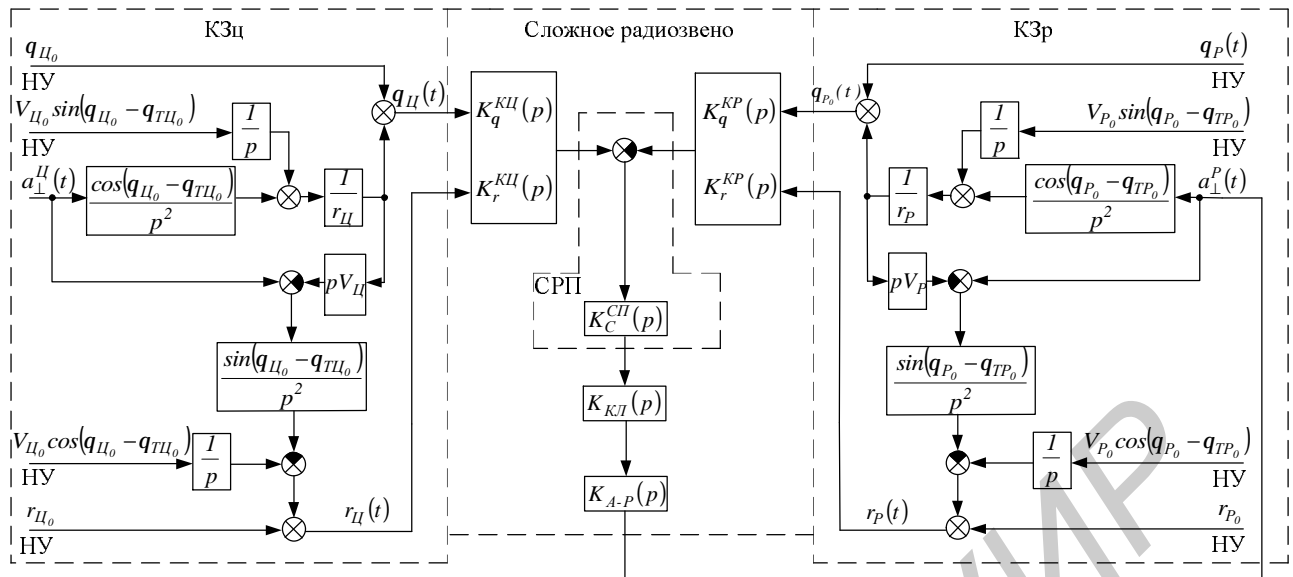


Рис. 6.2. Структурная схема системы КРУ-1

Структурная схема системы КРУ-2 (рис. 6.3) отличается от схемы КРУ-1 тем, что в состав сложного радиозвена входит установленный на ракете РВЦ, имеющий операторные коэффициенты передачи $K_{KЦ}^q(p)$ и $K_{KЦ}^r(p)$. Он совместно с радиосистемой передачи информации о цели на КП ($K_{СП}^{СП}(p)$) образует канал визирования цели, информация о которой вводится в СРП.

Последний выполняет функцию оценки рассогласования в контуре управления и формирования команд для его устранения, что представлено на схеме в виде вычитающего звена. На вычитающий вход этого звена поступает информация от радиовизира ракеты, который представлен ДЗ с $K_{KP}^q(p)$ и $K_{KP}^r(p)$, описывающими связь между координатами ракеты и сигналами, которые вводятся в СРП.

Команды с выхода СРП по КРЛ ($K_{КЛ}(p)$) поступают на ДЗ «А-Р» ($K_{А-Р}(p)$), на выходе которого представлен процесс изменения управляемой величины – $a_{ц}^P(t)$. Совместно с начальными условиями (НУ) в момент начала анализа математическая модель процесса $a_{ц}^P(t)$ преобразуется с помощью кинематического звена «Ракета» в измеряемые с помощью РВР координаты и параметры движения ракеты $r_p(t)$ и $q_p(t)$.

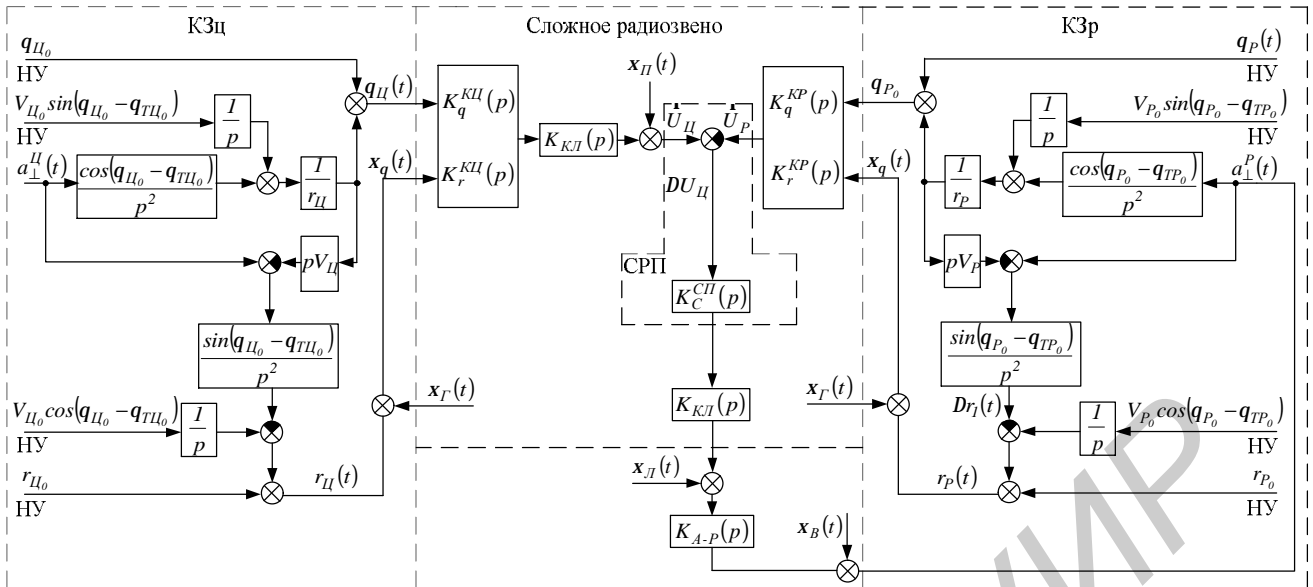


Рис. 6.3. Структурная схема системы КРУ-2

Случайные воздействия в системе КРУ-2 учитываются в структурной схеме ее замкнутого контура путем включения эквивалентных аддитивных случайных процессов $x(t)$ на входы ДЗ, что предполагает учет с их помощью как внешних помех, так и внутренних шумов, приведенных к входу функциональных блоков, представленных соответствующими ДЗ. Случайный процесс $x_B(t)$ на выходе ДЗ «А-Р» учитывает влияние возмущений со стороны внешней среды на величину ортогонального ускорения ракеты $a_{\perp}^P(t)$, наблюдаемого в ДЗ «А-Р» в процессе управления.

6.4. Задачи

1. В системе КРУ-1 наведение ракеты на цель на курсе, близком к догонному, осуществляется по методу накрытия с неподвижного КП. Рассмотреть кинематические соотношения в вертикальной плоскости при наведении. Составить функциональную схему системы. Указать подсистемы извлечения информации для оценки параметра углового рассогласования, подсистемы формирования команд управления, передачи команд на ракету и подсистемы обработки этих команд.

2. В системе КРУ-1 наведение ракеты на цель на курсе, близком к встречному, осуществляется по методу погони с неподвижного КП. Рассмотреть кинематические соотношения в вертикальной плоскости при наведении. Составить функциональную схему системы. Указать подсистемы извлечения информации для оценки отклонения ракеты от направления на цель, подсистемы формирования команд управления, передачи команд на ракету и подсистемы обработки этих команд.

3. В системе КРУ-2 наведение ракеты на цель с неподвижного КП осуществляется по методу параллельного сближения. Рассмотреть

кинематические соотношения в вертикальной плоскости при наведении, если в качестве параметра рассогласования выбрана величина ошибки упреждения $Db_y = (r/V_P) j(t)$, где r – длина линии «ракета–цель», V_P – скорость ракеты, $j(t)$ – угловое положение линии «ракета–цель» в системе координат, связанной с ракетой. Определить требуемое угловое положение линии «КП–ракета» в процессе наведения и параметр рассогласования. Составить функциональную схему системы. Указать подсистемы извлечения информации для оценки рассогласования, формирования команд управления, передачи их на ракету и отработки этих команд системой управления ракетой.

4. В системе КРУ-1 осуществляется наведение ракеты на цель с неподвижного КП в горизонтальной плоскости на курсе, близком к догонному, по методу параллельного сближения. Рассмотреть кинематические соотношения в горизонтальной плоскости при наведении, выразить параметр рассогласования через измеряемые в контуре управления параметры, полагая, что угловое положение линии «ракета–цель» $j(t_0) = j_0$ в момент начала наведения известно.

5. В системе КРУ-2 реализуется метод пропорционального наведения с навигационной постоянной $c = 3$. Определить величину ускорения ракеты к моменту окончания переходного процесса $t = t_0 + Dt$, если с момента t_0 цель начала двигаться с перегрузкой $n = 3$ и положительной угловой скоростью. Начальные условия наведения: для цели – $V_{Ц0} = 500$ м/с, $q_{Ц0} = 35^\circ$, $q_{ТЦ0} = 5^\circ$, $r_{Ц0} = 5$ км; для ракеты – $V_{P0} = 1000$ м/с, $q_{P0} = 15^\circ$, $q_{PC0} = 35^\circ$, $r_{P0} = 4$ км.

6. В системе КРУ-1 с момента t_0 по истечении времени $\Delta t = 1$ с в установившемся режиме измеряются угловые положения цели и ракеты. Считая, что ошибки управления в контуре сведены к нулю, определить величину навигационной постоянной пропорционального метода наведения. Начальные условия в t_0 : для цели – $V_{Ц0} = 500$ м/с, $q_{Ц0} = 35^\circ$, $q_{ТЦ0} = 5^\circ$, $r_{Ц0} = 5$ км; для ракеты – $V_{P0} = 1000$ м/с, $q_{P0} = 15^\circ$, $q_{PC0} = 35^\circ$, $r_{P0} = 4$ км. Ортогональные ускорения цели и ракеты на интервале анализа – $a_{\perp}^Ц = 50$ м/с², $a_{\perp}^P = 80$ м/с².

7. Чему будет равно угловое положение ракеты, измеряемое РВР к моменту окончания переходного процесса установления $a_{\perp}^P = const$, если время регулирования $T_p = 0,1$ с, команда $U_K = 1s(t_0)B$ передается по КРЛ без искажений со скоростью $v = 10 \cdot 10^3$ бит/с, статический коэффициент передачи ДЗ «А–Р» по углу атаки $K_{A-P}^a = 0,5$ рад/В? Начальные условия в момент t_0 для ракеты – $q_{P0} = 15^\circ$, $q_{PC0} = 35^\circ$, $r_{P0} = 4$ км.

8. За счет собственных шумов аппаратуры КРЛ дисперсия ошибки в контуре управления по углу атаки недопустимо велика. Определить, во сколько раз необходимо увеличить чувствительность РПУ КРЛ, чтобы снизить дисперсию ошибки в два раза, если известно, что на его выходе

отношение с/ш равно 10 дБ , коэффициент передачи ДЗ «А–Р» по углу атаки $K_{A-P}^a = 0,5 \text{ рад/В}$, постоянная времени $T_{A-P} = 0,01 \text{ с}$, спектральная плотность помехи S_{II}^2 равномерна в полосе пропускания Δf_{A-P} .

9. Чему будет равно измеренное расстояние до цели в системе КРУ-1, если на интервале времени $\Delta t = 1 \text{ с}$ наблюдается движение цели с перегрузкой $n = 4$? Начальные условия наведения для цели: $V_{Ц0} = 500 \text{ м/с}$, $q_{Ц0} = 35^\circ$, $q_{ТЦ0} = 5^\circ$, $r_{Ц0} = 5 \text{ км}$.

10. В системе КРУ-1 реализуется метод накрытия. Какое ускорение должна иметь ракета в установившемся режиме на интервале $\Delta t = 1 \text{ с}$, если начальные условия наведения: для цели – $V_{Ц0} = 500 \text{ м/с}$, $q_{Ц0} = 35^\circ$, $q_{ТЦ0} = 5^\circ$, $r_{Ц0} = 5 \text{ км}$; для ракеты – $V_{Р0} = 1000 \text{ м/с}$, $q_{Р0} = 15^\circ$, $q_{РЦ0} = 35^\circ$, $r_{Р0} = 4 \text{ км}$?

7. СИСТЕМЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ

7.1. Основные определения систем автономного управления

Автономное радиоуправление осуществляется только автоматическими устройствами и системами, установленными на самом ЛА (приборная автономность). В процессе полета они не извлекают никакой информации о цели и не получают ее от КП (информационная автономность).

В автоматических системах такого назначения управление осуществляется по заранее заданной программе. Если в управлении участвует человек-оператор, то программы управления формируются на борту ЛА.

Задачи наведения при автономном управлении предполагают точное знание координат неподвижных целей или траекторий движения подвижных. Это является существенным недостатком автономных систем. Их основное достоинство заключается в высокой помехозащищенности, т.е. скрытности и помехоустойчивости.

В зависимости от способов и технических средств определения собственного положения ЛА в пространстве, параметров его движения и ориентации различают системы автономного управления следующих видов: гироскопические, инерциальные, астронавигационные, системы управления по земным ориентирам, радиотехнические и комбинированные.

7.2. Функциональная схема инерциальной системы управления

В автономных инерциальных системах управления ЛА в космосе информация о перемещении центра масс объекта управления содержится в оценке величины ускорения, создаваемого тягой двигательной установки. Полное ускорение – это векторная величина, которая характеризует результирующее действие сил на ЛА.

Для определения скорости и координат космического аппарата (КА) необходимо решить векторное дифференциальное уравнение:

$$m d^2 \mathbf{r}(t) / dt^2 = \mathbf{F}, \quad (7.1)$$

где m – масса КА, $\mathbf{r}(t)$ – радиус-вектор положения КА в выбранной инерциальной системе координат, \mathbf{F} – вектор результирующей силы.

На рис. 7.1 представлена обобщенная функциональная схема автономной инерциальной системы управления КА.

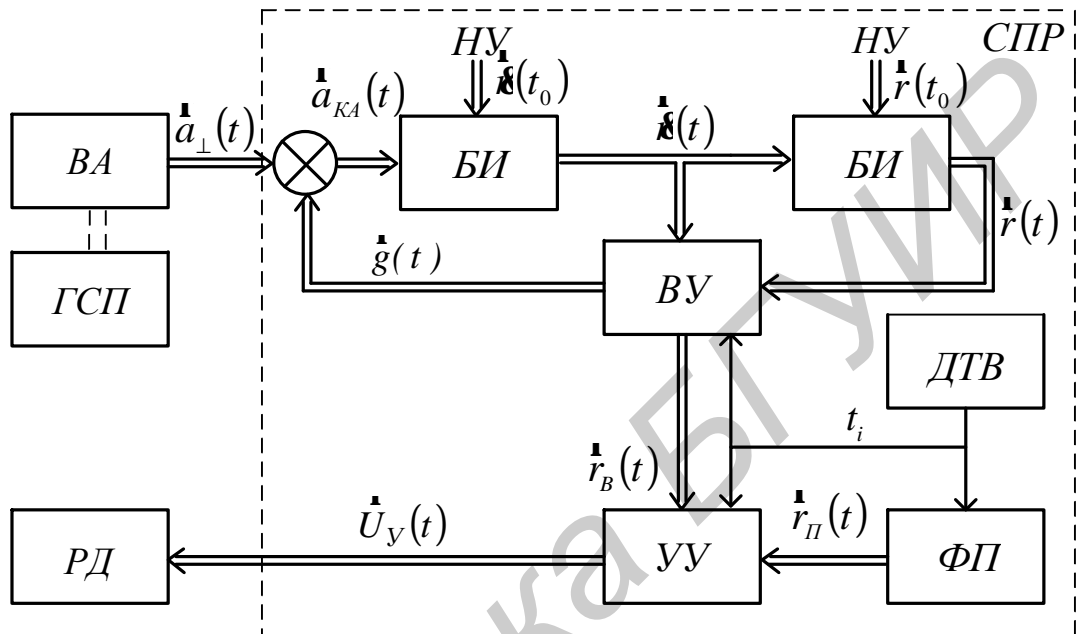


Рис. 7.1. Обобщенная функциональная схема автономной инерциальной системы управления КА

В автономных системах управления уравнение (7.1) решается с помощью СПР по результатам измерений ускорения $\mathbf{a}_\perp(t)$ векторным акселерометром.

Векторный акселерометр (ВА) представляет собой систему акселерометров, установленных на ГСП и ориентированных по осям нормальной гироскопической системы координат, с которой связано положение ГСП. Сигнал, являющийся оценкой $\mathbf{a}_\perp(t)$ КА, суммируется с сигналом вычисляемой оценки вектора гравитационного ускорения $\mathbf{g}(t)$ в данной точке пространства, которая формируется в СПР. По значениям оценки полного ускорения КА $\mathbf{a}_{KA}(t) = \mathbf{a}_\perp(t) + \mathbf{g}(t) = d^2 \mathbf{r}(t) / dt^2$ путем интегрирования вычисляются величины $\dot{\mathbf{v}}_{KA}(t)$ и $\mathbf{r}_{KA}(t)$ в инерциальной гироскопической системе координат. Их отсчеты синхронны с сигналами датчика точного времени (ДТВ).

Оценки $\dot{\mathbf{v}}_{KA}(t) = \dot{\mathbf{r}}_{KA}(t)$ и $\mathbf{r}_{KA}(t)$ в виде сигналов передаются в устройство управления (УУ), на второй вход которого поступает информация о требуемом текущем значении координат КА, соответствующих вектору $\mathbf{r}_3(t)$. В устройстве формирования программ (УФП) эта информация в виде

сигналов считывается с привязкой к точному времени из устройства хранения программ управления.

В устройстве управления (УУ) оценивается вектор рассогласования $D\dot{r}(t) = \dot{r}_3(t) - \dot{r}_{КА}(t)$ и формируются сигналы $\dot{U}_Y(t)$ управления вектором тяги \dot{T}_D реактивных двигателей в соответствии с заданным законом управления $\dot{T}_D = F(U_Y(t))$.

Двигательная установка КА (РД) содержит маршевый двигатель и двигатели ориентации, которые включены в контуры соответствующих систем автоматического регулирования с целью обеспечения требуемого качества обработки управляющих воздействий.

Погрешности датчиков точного времени существенно влияют на погрешности оценок вектора измеренных параметров текущего пространственного положения КА, а также на точность формирования заданных программно текущих значений его координат. Поэтому в качестве датчиков точного времени применяются высокостабильные генераторы отсчетов времени как радиотехнические, так и построенные на других физических принципах, например атомные или молекулярные.

В зависимости от принципа стабилизации акселерометров в пространстве системы инерциального автономного управления можно разделить на два вида. В первом – акселерометры жестко крепятся на корпусе КА, следовательно, вектор его ускорения измеряется в связанной системе координат и по результатам измерений определяются компоненты матрицы поворота КА, которые затем пересчитываются в соответствующие компоненты вектора $\dot{r}_{КА}(t)$ в инерциальной гироскопической системе координат. Во втором – акселерометры расположены на ГСП, сохраняющей заданную ориентацию в пространстве с помощью гироскопов и следящих систем поворота ГСП.

7.3. Обобщенная структурная схема системы автономного управления

Обобщенная структурная схема системы автономного управления приведена на рис. 7.2. Схема содержит элементы, представляющие математические модели динамических и кинематических звеньев: ФСО – формирователь сигналов заданной ориентации КА; ФСД – формирователь сигналов требуемого движения центра масс КА; УУД – устройство управления двигательной установкой (ДУ); КЗО – кинематическое звено ориентации КА; КЗП – кинематическое звено продольного движения КА; ДУД – датчики угловых положений и параметров угловых движений КА; ДУП – датчики параметров продольных движений КА.

На входах и выходах этих звеньев присутствуют процессы, которые представляют собой сигналы и функции управляемых, а также измеряемых параметров движения, управляющих сил, моментов сил и ускорений. К ним

относятся: $\dot{U}_{II}^O(t)$ – вектор сигналов программных задающих воздействий; $\dot{U}_{OC}^O(t)$ – вектор сигналов обратных связей; $\dot{U}_P(t)$ – вектор сигналов рассогласования; $\dot{U}_Y(t)$ – вектор сигналов управления; $\dot{M}_Y(t)$ – вектор управляющих моментов; $\dot{F}_Y(t)$ – вектор управляющих сил; $\dot{a}(t)$ – вектор продольных ускорений КА; $\dot{j}(t)$ – вектор угловых положений КА.

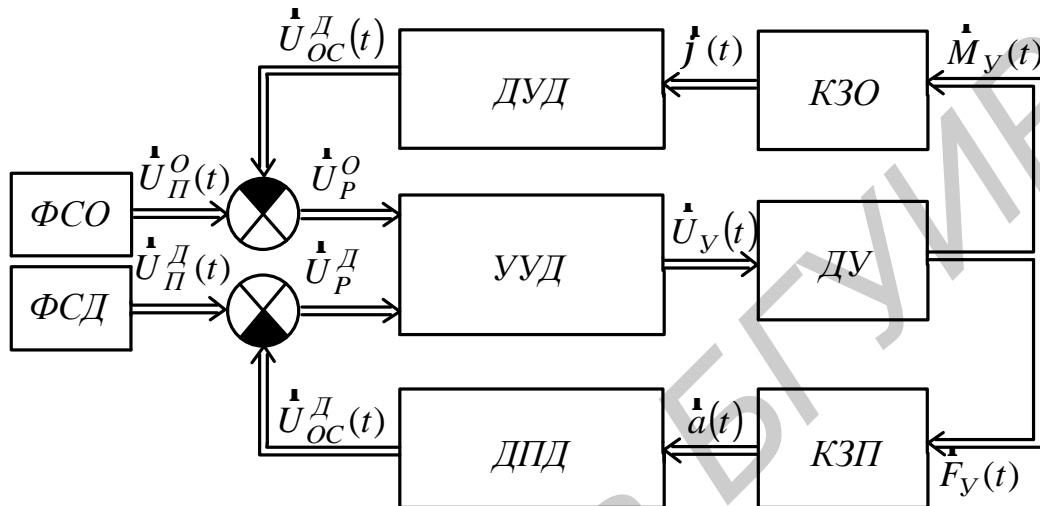


Рис. 7.2. Обобщенная структурная схема системы автономного управления КА

7.4. Структурная схема инерциальной системы автономного управления КА

Для инерциальной системы автономного управления обобщенная структурная схема (см. рис. 7.2) может быть конкретизирована, например, для канала управления движением центра масс и представлена в виде, изображенном на рис. 7.3. На этом рисунке приняты следующие обозначения: ВА – векторный акселерометр; БИ – блок интеграторов; УУ – устройство управления, в котором сравниваются программные и текущие значения координат КА и формируются сигналы управления тягой реактивных двигателей; ДУ – двигательная установка, создающая реактивные управляющие силы; КЗ – кинематическое звено.

Процессы, протекающие в системе, представлены следующими функциями времени: $\dot{U}^a(t)$ – сигналы, несущие информацию о значениях величин проекций вектора $\dot{a}(t)$ полного ускорения; $\dot{r}(t_0)$ и $\dot{F}(t_0)$ – начальные условия (НУ), вводимые в виде сигналов начальной установки интеграторов в моменты времени t_0 коррекции ошибок в системе; $\dot{U}^T(t)$ и $\dot{U}^II(t)$ – сигналы, соответствующие векторам текущих и программных (заданных) значений координат КА; $\dot{j}(t)$, $\dot{F}^T(t)$ и $\dot{a}(t)$ – векторные функции, описывающие процессы перемещения топливных заслонок РД, изменения сил тяги РД и

развиваемых КА ускорений; \dot{K}^a , \dot{K}^y , \dot{K}^d и m^{-1} – векторные коэффициенты передачи для представления в математической модели системы векторного акселерометра, устройства управления, двигательной установки и кинематического звена.

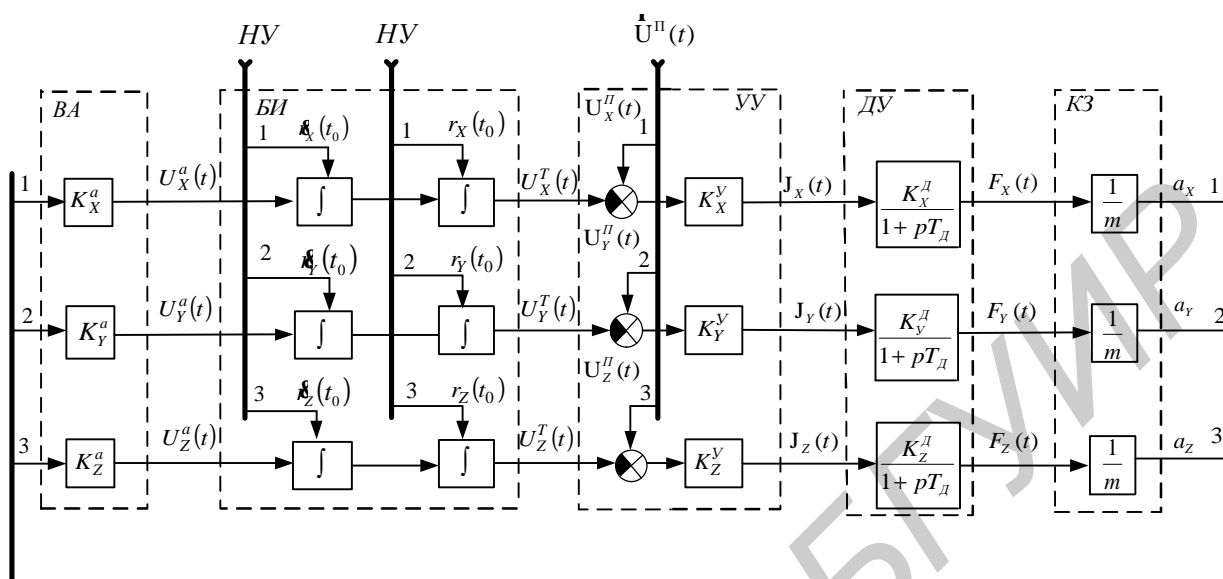


Рис. 7.3. Структурная схема инерциальной системы автономного управления

7.5. Структурные схемы контуров стабилизации

К автономным системам радиопередачи относятся контуры автоматической стабилизации параметров движения самолетов и вертолетов.

На рис. 7.4 приведена структурная схема контура стабилизации заданной высоты $H^3(t)$ полета самолета.

Приращение вертикальной составляющей скорости полета самолета из-за действия возмущающих движение факторов на интервале анализа Δt является причиной возникновения отклонения высоты полета $DH(t)$ от заданного значения. Его представление в операторной форме определяется выражением $DH(t) = p^{-1}V_C \sin Dq(t) \approx p^{-1}V_C Dq(t)$. Величина $DH(t)$ измеряется бортовым радиовысотомером, сигнал на выходе которого $U_H(t) = K_{PB}(p)(H_0 + DH(t))$, где $K_{PB}(p)$ – операторный коэффициент передачи радиовысотомера.

Возникающее в системе рассогласование $U_e(t) = U_H^3 - U_H(t)$ обрабатывается сервоприводом рулей, и угол тангажа изменяется до тех пор, пока не выполнится равенство $DH(t) = 0$. Взаимосвязь процессов на выходе и входе сервопривода в операторной форме представлено в схеме операторным коэффициентом передачи $K_{СПР}(p)$, а зависимость угла тангажа от угловых

движений руля задается операторным коэффициентом передачи ДЗ «Автопилот–самолет» $K_{A-C}(p)$.

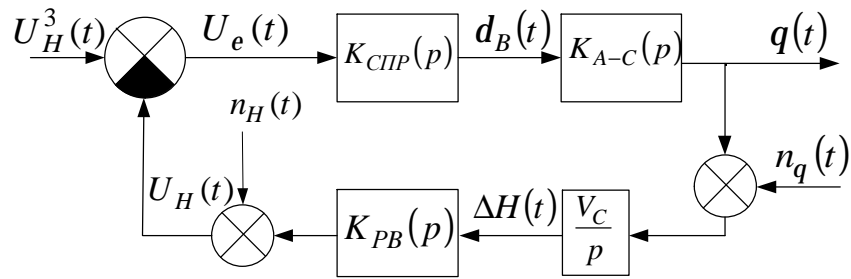


Рис. 7.4. Структурная схема управления высотой полета самолета

Влияние возмущений со стороны атмосферы на движение самолета по вертикали учитывается в структурной схеме включением в сечение угла тангажа источника флуктуаций $n_q(t)$, а влияние помех на выходной сигнал радиовысотомера – включением источника помех $n_H(t)$, пересчитанных на его выход.

Структурная схема контура стабилизации ракеты по углу тангажа приведена на рис. 7.5. На этой схеме ДЗ контура стабилизации ракеты представлены следующими операторными коэффициентами передачи: сервопривода рулей (СПР) $K_{СПР}(p)$, где T_D – постоянная времени электродвигателя; ДЗ «Ракета» (Р), где a_d – коэффициент эффективности рулей, w_0 – собственная частота колебаний угла атаки, d – коэффициент демпфирования колебаний угла атаки, T_J – постоянная времени поворота вектора скорости ракеты; $k_{AG}(p)$ и $k_{GT}(p)$ – коэффициенты передачи астатического гироскопа и гиротахометра.

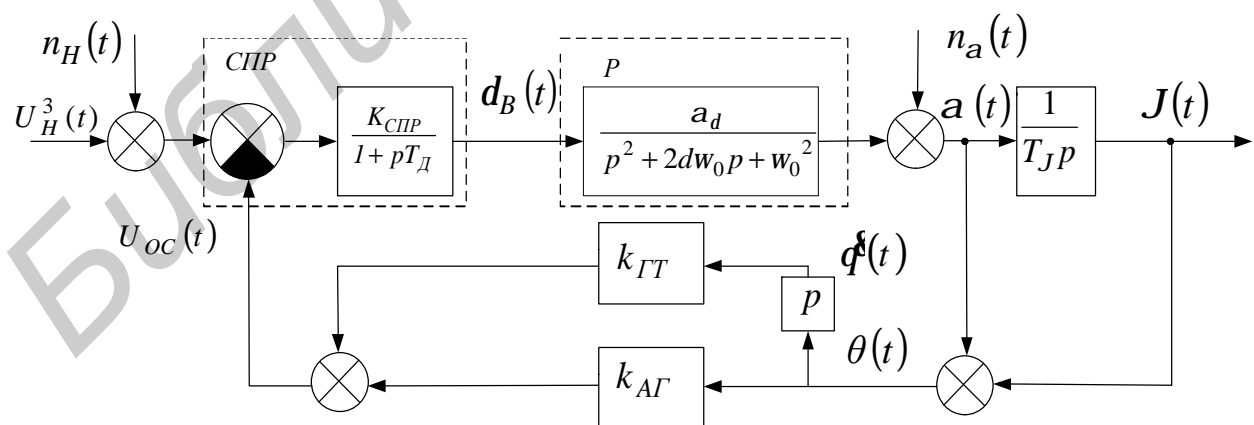


Рис. 7.5. Структурная схема контура стабилизации ракеты по углу тангажа

7.6. Задачи

1. На основе обобщенной структурной схемы (см. рис. 7.2) составить структурную схему линейной модели системы автономного управления в вертикальной плоскости. Записать выражения для оценки ошибок установившегося режима в контурах управления ориентацией и управления продольным движением, полагая, что звенья в системе безынерционны, а задающие воздействия описываются функциями Хевисайда. Указать порядок астатизма этих контуров, сделать заключение об устойчивости.

2. На основе обобщенной структурной схемы (см. рис. 7.2) составить структурную схему линейной модели канала управления продольным движением КА в горизонтальной плоскости. Определить массу КА, если за время регулирования $T_p = 3 \text{ с}$ ошибка управления практически устраняется. Амплитуда задающего воздействия $U_3 = 1 \text{ В}$, система управления безынерционна, имеет коэффициент передачи прямой цепи $k_{\text{ПЦ}} = 100$, цепи отрицательной обратной связи $k_{\text{ОС}} = 10$.

3. На основе обобщенной структурной схемы (см. рис. 7.2) составить структурную схему линейной модели канала управления продольным движением КА в вертикальной плоскости. Определить время регулирования, если необходимо увеличить скорость КА скачком на $DV = 0,2 \text{ м/с}$. Система управления представляет собой инерционное звено с коэффициентами передачи: прямой цепи $k_{\text{ПЦ}}(p) = 100 / (1 + pT_D)$, где $T_D = 0,01 \text{ с}$ – постоянная времени установления тяги двигателя; цепи отрицательной обратной связи $k_{\text{ОС}} = 10$. Масса КА $m = 1000 \text{ кг}$, коэффициент передачи ФСД $k_{\text{Ф}} = 10$.

4. В схеме, представленной на рис. 7.3, начальные условия (НУ) задаются путем введения в интеграторы напряжения $U_1 = 0,1 \text{ В}$, соответствующего величине $dr_X(t_0)/dt$, и напряжения $U_2 = 0,5 \text{ В}$, соответствующего величине $r_X(t_0)$. Определить характер изменения управляемой величины $a_X(t)$, если $a_X(t_0) = 0$, а программное значение $U_X^{\text{П}}(t) = 1 \text{ В}$ на интервале $\Delta t = t_1 - t_0 = 10 \text{ с}$. Известны: масса КА – $m = 1000 \text{ кг}$; коэффициент передачи УУД – $k_X^{\text{V}} = 1 \text{ см/В}$; коэффициент передачи РД – $k_X^{\text{Д}} = 100 \text{ Н/см}$; постоянная времени установления тяги РД – $T_D = 0,01 \text{ с}$; коэффициент передачи ВА по каналу X – $k_X^{\text{а}} = 10 \text{ Вc}^2 / \text{м}$.

5. В системе стабилизации (см. рис. 7.4) СПР с ЖОС и РМ с ЭД имеют параметры: $K_{\text{СПР}} = 50 \text{ В}^{-1}$, $T_{\text{РМ}} = 0,1 \text{ с}$, $K_{\text{ЖОС}} = 100$. Звено «Автопилот–самолет» и радиовысотомер – $K_{\text{А-С}} = 10$, $T_{\text{А-С}} = 0,5 \text{ с}$ и $K_{\text{РВ}} = 10 \text{ В/м}$. Скорость самолета $V_C = 300 \text{ м/с}$. Определить величину среднеквадратичной ошибки управления, если $\Delta U_3(t) = 1S(t) \text{ В}$, спектральная плотность помех на

выходе РВ $S_H(0) = 2 \times 10^{-6} B^2 c$ и равномерна в полосе пропускания, а $n_q(t) = 0$.

6. Система стабилизации аналогична системе по условию задачи 5. Определить величину среднеквадратичной ошибки в системе, если $DU_3(t) = -1S(t)B$, спектральная плотность угловых флуктуаций из-за возмущающих воздействий на самолет $S_q(0) = 5 \times 10^{-5} c$ и равномерна в полосе пропускания, а помеха $n_H(t) = 0$.

7. Определить величину среднеквадратичной ошибки в системе стабилизации, аналогичной системе по условию задачи 5, если $U_3(t) = 0$, спектральные плотности случайных составляющих процессов $S_H(0) = 2 \times 10^{-6} B^2 c$, $S_q(0) = 5 \times 10^{-5} c$ и равномерны в полосе пропускания.

8. В системе стабилизации (см. рис. 7.5) параметры ДЗ имеют следующие значения: $K_{СПР} = 20 B^{-1}$, $T_D = 0,05 c$, $a_d = 250 c^{-2}$, $a = 0,8$, $w_0 = 50 \text{ рад} / c$, $T_J = 0,5 c$, $K_{AG} = 20 B$, $K_{ГТ} = 5 Bc$. Определить среднеквадратичную ошибку в системе, если $U_3(t) = 0 B$, спектральная плотность флуктуаций угла атаки равномерна в полосе пропускания системы и составляет $S_a(0) = 5 \times 10^{-5} c$, $n_H(t) = 0$.

9. Система стабилизации аналогична системе по условию задачи 8. Определить среднеквадратичную ошибку, если $U_3(t) = 0 B$, спектральная плотность флуктуаций $U_3(t)$, сформированного из сигнала с выхода координатора, равномерна в полосе пропускания системы и равна $S_H(0) = 0,1 \times 10^{-6} B^2 c$, $n_a(t) = 0$.

10. Формулировка задачи аналогична условию задачи 8 и отличается тем, что в контуре управления учитывается действие помех на входе $S_H(0) = 0,1 \times 10^{-6} B^2 c$ и в сечении угла атаки $S_a(0) = 5 \times 10^{-5} c$.

8. СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ

8.1. Свободный полет КА в центральном поле тяготения

Свободный полет космического аппарата (КА) в поле тяготения одной планеты определяется вектором его скорости \dot{V} , массой m и силой притяжения планеты \dot{F} . Величина силы притяжения F находится по закону Ньютона в предположении, что силы притяжения других космических тел пренебрежимо малы (задача двух тел). В частности, сила, с которой КА притягивается к Земле, описывается выражением

$$F = g \frac{M \cdot m}{r^2} = K \frac{m}{r^2},$$

где $g = 6,668 \times 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{кгс}^2$ – гравитационная постоянная, M – масса Земли, m – масса КА, r – расстояние между центрами масс Земли и КА, $K = gM = 3,968 \times 10^{14} \text{ м}^3 / \text{с}^2$ – константа для поля притяжения Земли.

При описании движения КА в гравитационном поле Земли используется геоцентрическая система координат, начало которой совмещено с центром масс Земли (рис. 8.1). Отсчет угла j , который называется истинной аномалией, ведется от линии, соединяющей начало координат с максимально удаленной точкой траектории – апогеем. Угол b отсчитывается от нормали к вектору \dot{r} до направления вектора скорости \dot{V} против часовой стрелки.

Траектории полета КА в околоземном пространстве представляют собой плоские эллиптические траектории Кеплера, и в полярной системе координат θ, r, j они описываются уравнением [2]

$$r(j) = \frac{r}{1 - e \cos(j)}, \quad (8.1)$$

где $r = (r^2 V^2 \cos^2(b)) / K^2$ – фокальный параметр траектории, который характеризует степень вытянутости эллипса вдоль фокальной оси; $e = (1 - 2r/r + V^2 r / K^2)^{0,5}$ – эксцентриситет траектории.

Величины параметров r и e определяют вид траектории и сами являются функциями трех координат движущегося КА: $\dot{V}, \mathbf{r}, \mathbf{b}$. Измеренные в некоторый момент времени t_0 эти координаты $(\dot{V}_0, \mathbf{r}_0, \mathbf{b}_0)$ могут рассматриваться как начальные условия последующего движения. При значении $e = 0$ траектория является окружностью, при $0 < e < 1$ – эллипсом, при $e = 1$ – параболой, а при $e > 1$ – гиперболой. Для этих кривых фокальное значение параметра $r > 1$. При значении $r = 1$ траектория вырождается в прямую линию, проходящую через фокус эллипса.

Полагая $e = 0$, из уравнения (8.1) имеем $r(j) = r$, а из выражения для эксцентриситета траектории путём подстановки в него $r = F(\dot{V}_0, \mathbf{r}_0, \mathbf{b}_0)$

получим уравнение $V_0^4 - \frac{2K^2}{r_0} V_0^2 + \frac{K^4}{r_0^2 \cos^2(\mathbf{b}_0)} = 0$, которое определяет

связь между начальными координатами круговой траектории полета КА в центральном поле тяготения Земли. Решение этого уравнения относительно

скорости дает выражение $V_0^2 = \frac{K^2}{r_0} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{\cos^2(\mathbf{b}_0)}} \right)$.

Если $\mathbf{b}_0 = 0$, что при наблюдении с Земли соответствует горизонтальному выводу КА на траекторию, имеем формулу $V_1 = K / \sqrt{r_0}$, которая определяет круговую или первую космическую скорость КА. При старте ракеты с поверхности Земли ($r_3 = r_0 = 6371 \text{ км}$) величина первой

космической скорости равна $V_1 = 7,906 \text{ км/с}$. По мере подъема над поверхностью Земли (возрастание r) величина V_1 , необходимая для движения КА по круговой траектории, уменьшается, что оценивается выражением $V_1 = 7,91(r_3 / r)^{0,5}$.

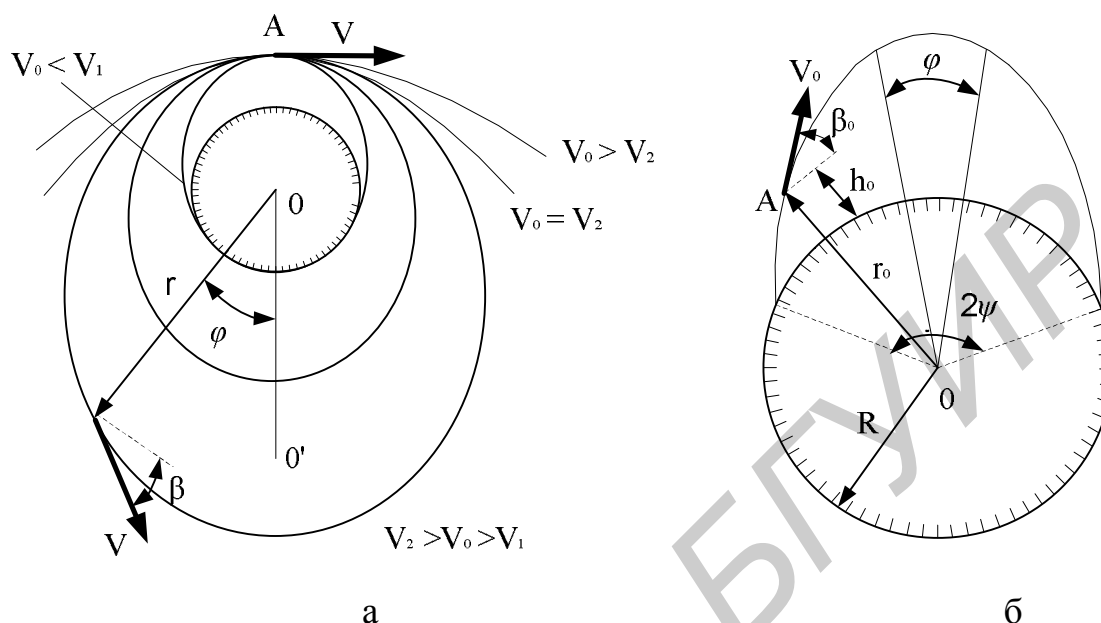


Рис. 8.1. Траектории КА в центральном поле тяготения (а) и траектория баллистического полета (б)

При $e = 1$ из выражений, определяющих r и e , получим уравнение $V_0^2 r_0 = 2K^2 = 0$, из которого следует, что величина второй космической скорости V_2 , достаточной для движения КА по параболической траектории с фокусом в центре Земли, равна $V_2 = \sqrt{2K} / \sqrt{r_0} = \sqrt{2}V_1$.

Если точка запуска ракеты лежит на поверхности Земли, то $V_2 \approx 11,19 \text{ км/с}$. Траектория полёта КА будет гиперболической до тех пор, пока существенно влияет поле тяготения Земли и выполняются условия: $e > 1, V_0 > V_2$.

Практическое приложение теории баллистического полета при наведении межконтинентальных баллистических ракет (МБР) связано с решением следующих основных задач:

1. Определение параметров траектории КА по известным характеристикам конца активного участка выведения (точка А на рис. 8.1, б).
2. Вычисление полной дальности полета МБР по известным (или заданным) начальным условиям баллистического полета, т.е. по параметрам конца активного участка.
3. Определение начальной скорости V_0 , необходимой для достижения требуемой дальности при известных значениях высоты h_0 и угла b_0 (угла бросания) в конце активного участка выведения.

4. Расчет оптимального угла бросания $b_{ОПТ}$, требующего минимальной начальной скорости при заданных дальности баллистического полета и высоте точки А.

5. Определение угла бросания, обеспечивающего наибольшую дальность.

Уравнение баллистической траектории при условии $x_0 = r_0 V_0^2 / K < 2$, что выполняется на практике, можно записать с учетом параметров V_0 , b_0 , r_0 движения МБР в конце активного участка выведения на траекторию в виде

$$r = \frac{x_0 r_0 \cos^2 b_0}{1 - \cos j + x_0 \cos b_0 \cos(b_0 + j)}.$$

Если учесть, что активный участок траектории составляет менее 5 % общей протяженности баллистической траектории полета МБР, то можно считать всю траекторию эллиптической.

Линейная дальность L полета МБР связана с угловой дальностью $2y$ (рис. 8.1, б) выражением $L \approx 2 r_0 y$, и, приняв $r_0 = R_3 + h_0 \approx 6371$ км, можно рассчитать угловую дальность полета y по заданной линейной дальности L .

Связь расчетного углового расстояния с параметрами конца активного участка выведения МБР описывается выражением

$$r_0 = \frac{R_3 [1 - \cos 2y + x_0 \cos b_0 \cos(b_0 + 2y)]}{x_0 \cos^2 b_0}.$$

Можно решить обратную задачу – определить необходимую скорость для достижения требуемой дальности L при заданных величинах b_0 и r_0 :

$$V_0 = V_1 \sqrt{\frac{1 - \cos 2y}{(r_0 / R_3) \cos^2 b_0 - \cos b_0 \cos(b_0 + 2y)}}.$$

8.2. Комплексы центра управления полетами КА

Комплексы центра управления полетами КА в своем составе содержат ряд РТС извлечения и передачи информации. Основные задачи комплексов состоят в осуществлении управления запуском и выведением КА на заданные траектории, измерении траекторных параметров движения, опознавании и классификации КА, определении параметров траекторий по результатам комплексных измерений и прогнозирования движения КА, коррекции траекторий.

Для этих целей используются сети контрольно-измерительных станций (КИС), объединенные каналами связи с центром управления полетом (ЦУП). На рис. 8.2 представлен состав комплекса управления полетом КА.

В него входят: радиотелеметрическая система (РТМС) контроля параметров бортового оборудования и параметров движения КА, измеренных на борту; командная радиолиния (КРЛ) подсистемы командного радиоуправления; вычислительный центр (ВЦ), включающий сеть

вычислительных средств (СВС), систему целеуказания (СЦУ) и каталог КА (ККА).

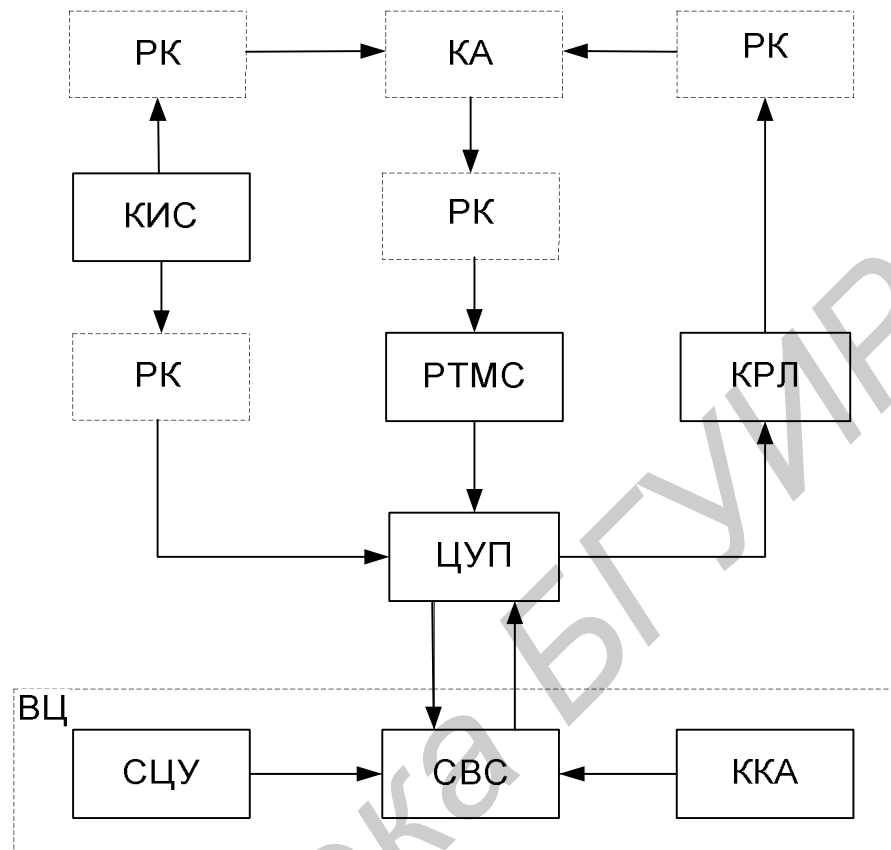


Рис. 8.2. Состав комплекса управления полётом КА

8.3. Корректирующее радиуправление КА

Корректирующее радиуправление КА на траектории полета осуществляется путем относительно кратковременных изменений траекторных параметров движения $DV_{Ц}$, Db . Развиваемые при этом маршевым двигателем управляющие ускорения, невелики $|\ddot{a}| = 0,01\text{К}0,1g$, продолжительность коррекции – $t_K \approx 0,1\text{К}10c$. Отсутствует синхронность коррекций, а их интервал настолько велик, что переходные процессы к очередному моменту коррекции успевают затухнуть. Такое управление называют корректирующим (импульсно-корректирующим) или программно-временным.

В целом корректирующее управление КА можно отнести к следящему типу, если рассматривать формирование команд управления на основе результатов сравнения требуемых и истинных параметров движения КА с последующим устранением рассогласования между ними.

Модуль вектора скорости при выведении КА на орбиту зависит от векторов силы тяги двигателя, сопротивления среды и силы тяжести.

Результирующая сила $\dot{F}(t)$, действующая на КА в скоростной системе координат, описывается выражением

$$\dot{F}(t) = m(t)\dot{V}(t) = -v_{\Gamma}\dot{m}(t)\cos a(t) - mg \sin q(t) - R(t),$$

где $mg \sin q(t)$ и $v_{\Gamma}\dot{m}(t)\cos a(t)$ – проекции силы тяжести и реактивной силы на направление вектора скорости; v_{Γ} – скорость истечения газов из сопла двигателя; $R(t)$ – сопротивление среды, если учет таковой необходим.

Разделим его левую и правую части на $m(t)$ и получим уравнение

$$dV(t)/dt = -v_{\Gamma} \cos a(t) dm(t)/m(t)dt - g \sin q(t) - R(t)/m(t). \quad (8.2)$$

Уравнение (8.2) содержит переменные $m(t)$, $q(t)$, $a(t)$, $R(t)$ и в таком виде неразрешимо. Если представить «идеальные» с точки зрения достижимой скорости управления условия: отсутствие сопротивления среды и силы тяжести, $a(t) = 0$, то уравнение движения после интегрирования примет вид

$$V(t) = \int_0^t dV(t) dt = v_{\Gamma} \ln m(t) \Big|_0^t = V(t) - V(0) = v_{\Gamma} \ln \left(1 - \frac{m(t)}{m(0)} \right),$$

где $m(t)/m(0)$ – число Циолковского; $m(t)$ – масса выгоревшего топлива.

Значения $V(t)$ могут иметь случайные отклонения от заданной величины в точке бросания. По этой причине необходимо применять программно-временную коррекцию параметров траектории КА. Это можно осуществить в режиме автономного управления путем измерения на борту $b(t)$ и $V(t)$, определения $Db(t) = b(t) - b_0$. При этом для участка баллистического полета можно вычислить требуемые значения координат и сравнивать их с текущими, которые могут быть достаточно точно измерены КИС.

Для точки вывода КА на траекторию Кеплера, как правило, это точка перигея, где $b_0 = 0$, выражение для расчёта коррекции эксцентриситета орбиты на основе (8.1) упрощается. Первый член разложения его в ряд Тейлора с учетом выражения для r принимает вид $De = (2DV/V_0) + (Dr_0/r_0)$. Следовательно, корректирующие ускорения должны создаваться: в направлении вектора скорости \dot{V} ; в направлении \dot{r} ; в направлении $\dot{z} = \dot{V} \times \dot{r}$, ортогональном плоскости орбиты OXY .

При этом для минимального расхода топлива двигателями коррекции необходимо создавать продольные ускорения при $q = 0$ в апогее, а поперечные ускорения \dot{a}_z следует создавать в узлах траектории при $j = 90^\circ$, т.е. в точке пересечения плоскости орбиты с плоскостью экватора.

8.4. Задачи

1. Определить максимальное, с точки зрения практической уверенности, отклонение эллиптической траектории от требуемой, если при выведении КА на траекторию в момент отсечки тяги двигателей математическое ожидание ошибки

измерения угла бросания $\Delta b = 0,01 \text{ рад}$, а дисперсия – $s_b^2 = 0,2 \text{ рад}^2$. Закон распределения случайных результатов измерения b – гауссовский.

2. Дальность до КА при выведении на круговую орбиту измеряется с помощью РЛС слежения по дальности. Определить допустимую величину погрешности измерений, если допустимая эллиптичность траектории не превышает $|\Delta e| \approx 0,1 \%$.

3. Командное радиоуправление скоростью КА путём изменения тяги маршевого двигателя осуществляется по результатам измерений доплеровского сдвига сигнала РЛС слежения за КА. Погрешность результатов измерений подчиняется гауссовскому закону распределения плотности вероятностей. Оценить максимальное, с точки зрения практической уверенности, отклонение эллиптичности орбиты от требуемой круговой, если $s_V^2 = 100 \text{ м}^2 / \text{с}^2$.

4. Оценить максимальную погрешность (в первом приближении) эксцентриситета орбиты КА из-за ошибок выведения, если координаты КА $r(t)$ и $V(t)$ измеряются РЛС с дисперсиями ошибок $s_V^2 = 100 \text{ м}^2 / \text{с}^2$ и $s_r^2 = 900 \text{ м}^2$, которые распределены по гауссовскому закону.

5. Определить угловую дальность полёта МБР, если расстояние от точки старта до точки приземления $r = 6000 \text{ км}$, а высота подъёма ракеты в момент отсечки двигателей $h_0 = 30 \text{ км}$.

6. Определить расстояние от точки старта до точки приземления МБР, если в момент отсечки двигателей параметры бросания $V_0 = 5 \text{ м/с}$, $b_0 = 5,7^\circ$, $h_0 = 30 \text{ км}$. Расчётное угловое расстояние баллистической траектории $\gamma = 120^\circ$.

7. Определить вид траектории КА, если известно, что в точке, удалённой от центра геоцентрической системы координат на $r = 6500 \text{ км}$, которая наблюдается под углом $j = 30^\circ$, угол бросания КА $b = 17^\circ$, а его скорость $|\dot{V}| = 8 \text{ км/с}$.

8. Определить радиус круговой траектории полёта КА, если в точке бросания скорость КА имела величину $|\dot{V}| = 7 \text{ км/с}$.

9. Определить скорость МБР, необходимую для обеспечения дальности полёта $L = 16\,000 \text{ км}$, если точка выведения на орбиту находится на высоте $h_0 = 30 \text{ км}$, а угол бросания $b_0 = 45^\circ$.

10. Определить угловую дальность полёта МБР, если параметры бросания $r_0 = 30 \text{ км}$, $b_0 = 15^\circ$, $V_0 = 5 \text{ км/с}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы радиопередачи / под ред. В. А. Вейцеля и В. Н. Типугина. – М. : Сов. радио, 1973.
2. Гуткин, Л. С. Радиопередача / Л. С. Гуткин, В. Б. Пестряков, В. Н. Типугин. – М. : Сов. радио, 1970.
3. Максимов, М. В. Радиопередача / М. В. Максимов, Г. И. Горгонов. – М. : Радио и связь, 1982.
4. Синяков, А. Н. Системы автоматического управления ЛА и их силовыми установками : учеб. для студ. вузов / А. Н. Синяков, Ф. А. Шаймарданов. – М. : Машиностроение, 1991.
5. Бессекерский, В. А. Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бессекерский, Е. П. Попов. – М. : Наука, 1972.
6. Советов, Б. Я. Моделирование систем : учеб. для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 1985.
7. Ягодкин, В. В. Гироскопические приборы баллистических ракет / В. В. Ягодкин, Г. А. Хлебников. – М. : Воениздат, 1967.
8. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М. : Наука, 1987.
9. Филипс, Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филипс, Р. Харбор. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2001.
10. Коновалов, Г. В. Радиоавтоматика / Г. В. Коновалов. – М. : Радиотехника, 2003.
11. Ганкевич, С. А. Методическое пособие по практическим занятиям по дисц. «Радиоавтоматика» для студ. радиотех. спец.: В 2 ч. Ч. 1 / С. А. Ганкевич, С. Б. Саломатин. – Минск : БГУИР, 1991.
12. Ганкевич, С. А. Методическое пособие по практическим занятиям по дисц. «Радиоавтоматика» для студ. радиотех. спец.: В 2 ч. Ч. 2 / С. А. Ганкевич, С. Б. Саломатин. – Минск : БГУИР, 1994.
13. Саломатин, С. Б. Методическое пособие к практическим занятиям по дисц. «Основы радиопередачи» для студ. спец. «Радиотехнические системы» / С. Б. Саломатин. – Минск : БГУИР, 1997.
14. Ганкевич, С. А. Исследование систем самонаведения : метод. указания к циклу лаб. работ по дисц. «Системы радиопередачи» для студ. спец. «Радиопередача» / С. А. Ганкевич, Г. Н. Демидович. – Минск : БГУИР, 2002.
15. Демидович, Г. Н. Исследование динамических звеньев контуров систем радиопередачи : метод. пособие к выполнению лаб. работы по дисц. «Системы радиопередачи» для студ. спец. «Радиопередача» / Г. Н. Демидович. – Минск : БГУИР, 2003.
16. Демидович, Г. Н. Системы радиопередачи : учебно-метод. пособие к практ. занятиям для студ. спец. I-39 01 02 «Радиопередача» дневной формы обуч. В 2 ч. Ч. 1. Основы радиопередачи / Г. Н. Демидович. – Минск : БГУИР, 2006.

Учебное издание

Демидович Геннадий Николаевич

Системы радиуправления

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям для студентов специальности I-39 01 02
«Радиоэлектронные системы» дневной формы обучения

В 2-х частях

Часть 2

СИСТЕМЫ

Редактор Н. В. Гриневич
Корректор М. В. Тезина
Компьютерная верстка Е. Г. Бабичева

Подписано в печать 11.12.2007.
Гарнитура «Таймс».
Уч.-изд. л. 3,2.

Формат 60x84 1/16.
Печать ризографическая.
Тираж 100 экз.

Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 3,37.
Заказ 442.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6