

ИНФОРМАТИКА

УДК 621.391

**МЕТОДОЛОГИЯ ВЫБОРА БАЗИСНЫХ ВЕЙВЛЕТ-ФУНКЦИЙ
НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ И КОРРЕЛЯЦИОННЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ИЗОБРАЖЕНИЙ**

А.А. БОРИСКЕВИЧ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6 Минск 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 30 сентября 2010

Предложена методология выбора базисных вейвлет-функций, основанная на использовании метрик сложности изображений, коэффициентов выигрыша кодирования по дисперсии и энтропии и процедуре построения корреляционных диаграмм. Определено, что по критерию максимума коэффициента выигрыша кодирования по дисперсии и энтропии наилучшей вейвлет-функцией является 13/11 для изображений Lena, Barbara, Baboo и France. Установлено, что по критерию максимума коэффициента выигрыша кодирования по энтропии достаточно трех- или четырехуровневой вейвлет-декомпозиции независимо от вейвлет-функции. Определено, что вейвлет-функции по критерию вычислительной сложности располагаются в порядке ее возрастания следующим образом: Haar, 5/3, 2/6, 5/11, 9/7, 9/3, 13/7 и 13/11.

Ключевые слова: вейвлет-функция, коэффициент выигрыша кодирования по дисперсии и энтропии, уровень разложения, метрика сложности изображения.

Введение

В настоящее время разработано семейство эффективных алгоритмов вейвлет-сжатия изображений [1–6]: JPEG (Joint Photographic Experts Group) 2000, SPIHT (Partitioning in Hierarchical Trees), SPECK (Set-Partitioning Embedded Block), EBCOT (Embedded Block Coding with Optimal Truncation), MECT (Multiscale Embedded Cluster Tree) кодеки и ряд других. Однако данные алгоритмы используют фиксированные базисные вейвлет-функции (Bior 5/3, Bior 9/7) для кодирования различных классов изображений независимо от того являются ли они естественными, синтетическими, медицинскими или составными изображениями. В то же время существует большое число рациональных и целочисленных базисных вейвлет-функций для реализации технологий сжатия без и с потерями изображений [7–11]. Проблема выбора наилучших базисных вейвлет-функций является ключевой для повышения характеристик кодирования при сжатии изображений. Для решения этой проблемы в качестве критериев эффективности используются следующие свойства вейвлет-функций: компактный носитель (область определения) в пространственной и частотной областях, симметрия, ортогональность, регулярность и порядок гладкости (или число нулевых моментов) [7, 8]. Тем не менее, наилучшая комбинация этих свойств неизвестна для различных классов вейвлет-функций и кодируемых изображений. Например, необходимость сочетания свойств симметрии, необходимой для избежания артефактов на границах частотных субполос изображения, и компактного носителя требует ослабить условие ортогональности и использование биортогональных вейвлет-функций, которые параметризуются с помощью порядков восстановления N_r и декомпозиции N_d (Bior N_r / N_d) или количества коэффициентов на шаге предсказания N_p и обновления N_u при лифтинг-

декомпозиции и восстановлении (Bior $\left[N_P^d; N_P^d, \left[N_P^r; N_U^r \right] \right)$). В свою очередь, для сжатия гладких областей изображения в качестве наилучшего базиса целесообразно использовать более длинные и гладкие вейвлет-функции, а для контурных областей – менее гладкие вейвлет-функции с относительно коротким носителем. Следовательно, требуется найти оптимальное соотношение между компактностью носителя и порядком гладкости функции. Известно, что функция обладает гладкостью порядка N , если она N раз дифференцируема и N -я производная непрерывна. Гладкость базисных функций наиболее важна для представления полиномиальных сигналов. Если порядок гладкости функции N , она может эффективно использоваться в качестве базисной для представления полинома степени меньше N . Поэтому такие параметры изображения как сглаженность и однородность изображений будут в значительной степени определять наиболее эффективный тип вейвлет-функция для сжатия без и с потерями. Известно [1–6], что от выбора числа уровней вейвлет-разложения зависит достижение оптимального соотношения между разрешением более значимых вейвлет-коэффициентов от менее значимых и скоростью кодирования изображения. Для решения данной проблемы наилучшую базисную функцию целесообразно выбирать в зависимости от статистических характеристик изображения во вейвлет-области.

В связи с этим, целью работы является разработка методологии выбора базисных вейвлет-функций на основе статистических и корреляционных параметров изображений в пространственной и частотной области для повышения характеристик их кодирования.

Оценка статистических субполосных параметров матрицы вейвлет-коэффициентов

Базовые вейвлет-кодеры используют общие принципы кодирования с преобразованием, основанные на использовании эффекта декорреляции для достижения двух связанных целей: концентрации значимой информации о сигнале в минимальном количестве коэффициентов и разделении сигнала на значимую и незначимую части. В результате дискретного вейвлет-преобразования изображения получается матрица вейвлет-коэффициентов $C_j = \left\{ c_{j,n,n} \right\}_{M \times N}$ размером $N \times N$ для заданного количества J уровней разложения. Максимальное количество уровней вейвлет-разложения для матрицы полутонового изображения составит $J_{\max} = \log_2 N$. Текущий уровень разложения j изменяется в пределах $1 \leq j \leq J \leq J_{\max}$. Для дискретного вейвлет-преобразования каждый уровень разложения состоит из 3-х поддиапазонов. Количество частотных поддиапазонов (субполос) определяется соотношением $N_B = 3 \times J_{\max}$. Характеристики кодирования изображения зависят от выбранного числа уровней декомпозиции $J = \log_2 N - \log_2 M$, где $M \times M$ – размер низкочастотной субполосы, минимальный размер которой равен 1×1 пиксель при J_{\max} .

Для выбора и оценки влияния базисных вейвлет-функций на спектрально-корреляционных свойства вейвлет-матрицы могут быть использованы метрики сложности изображений и субполосные статистические характеристики: дисперсия, энтропия, нормированная энтропия, эффективная ширина гистограммы и коэффициент корреляции.

Для оценки сложности изображений, подвергаемые сжатию с преобразованием, могут быть использованы метрики в пространственной и частотной областях, основанные на пиксельных разностях и позволяющие разделить большинство изображений на классы, характеризующиеся различной степенью гладкости изменения яркости и наличием или отсутствием областей однородности.

Строчно-вертикальная, диагональная, локальная и градиентная метрики пространственной активности (неоднородности) SAM_{RC} [12], SAM_D , SAM_L и SAM_G , характеризующие уровень пиксельной активности в изображении размером $P \times Q$, определяются соотношениями

$$SAM_{RC} = \sqrt{R^2 + C^2} \sqrt{2}, \quad (1)$$

$$SAM_D = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} \sqrt{2}, \quad (2)$$

$$SAM_L = \frac{1}{9(P-2)(Q-2)} \sum_{p=1}^{P-2} \sum_{q=1}^{Q-2} \left[\sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 \left| I(p, q) - I(p-m, q-n) \right|^2 \right], \quad (3)$$

$$SAM_G = \frac{1}{2PQ} \left\{ \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} \left(|\Delta_V| + |\Delta_H| \right) \right\}, \quad (4)$$

где $R^2 = \frac{1}{PQ} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} \Delta_H^2$, $C^2 = \frac{1}{PQ} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} \Delta_V^2$, $D_1^2 = \frac{1}{PQ} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} \Delta_{D1}^2$ и $D_2^2 = \frac{1}{PQ} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} \Delta_{D2}^2$ – средние энергии вертикальных, горизонтальных и диагональных яркостных перепадов, характеризующие активность контента изображения в горизонтальном, вертикальном и диагональных направлениях соответственно. $\Delta_H = I(p, q) - I(p+1, q)$, $\Delta_V = I(p, q) - I(p, q+1)$, $\Delta_{D1} = I(p, q) - I(p+1, q+1)$ и $\Delta_{D2} = I(p, q+1) - I(p+1, q)$ – конечные разности в вертикальном, горизонтальном и диагональных направлениях, SAM_L и SAM_G – средняя локальная разностная энергия на пиксель и средний локальный градиент на пиксель соответственно.

Большие значения SAM означают, что изображения имеют много информации о контурах, то есть имеют низкие пространственную избыточность и предсказуемость. Малые значения SAM указывают на высокие избыточность и предсказуемость изображений.

Для повышения эффективности оценки сложности изображения могут быть использованы следующие соотношения, нормированные на среднее значение пикселей

$$\bar{I} = \frac{1}{PQ} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} I(p, q) \text{ и квадратическое среднее значение пикселей } E = \sqrt{\frac{1}{PQ} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} I^2(p, q)} = \sqrt{\bar{I}^2 + \sigma_I^2},$$

$$C_G = \frac{|SAM_G|}{\bar{I}}, \quad (5)$$

$$C_{RC,D,L} = \frac{|SAM_{RC,D,L}|}{E}, \quad (6)$$

где $\sigma^2 = \frac{1}{PQ} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} \left(I(p, q) - \bar{I} \right)^2$ – дисперсия значений пикселей изображения.

Метрика активности (неоднородности) в частотной области FAM_{DFT} [12], характеризующая уровень общей активности в изображении, определяется соотношением

$$FAM_{DFT} = \frac{\frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} |F(m, n)|^2}{\left[\prod_{m=0}^{M-1} \prod_{n=0}^{N-1} |F(m, n)|^2 \right]^{1/MN}}, \quad (7)$$

где $|F(m, n)|$ – значение (m, n) -го коэффициента амплитудного Фурье-изображения.

Большие значения $FAM_{DFT} \in \left(\infty \right)$ означают, что изображение имеет высокую предсказуемость, а малые значения $FAM_{DFT} \approx 1$ – низкую пространственную избыточность.

Большие SAM и малые FAM указывают на класс низкоизбыточных изображений, например, Baboon. Для типичных естественных изображений более большие значения SAM означают более малые значения FAM .

Для каждого из определенных классов изображений выбираются наилучшие вейвлет-функции с использованием статистических критериев субполос вейвлет-матриц.

Критерием выбора вейвлет-функции может быть значение дисперсии вейвлет-коэффициентов на первых уровнях вейвлет-разложения. Первый уровень разложения содержит максимальное количество коэффициентов. Следовательно, минимальное значение дисперсии характеризует степень близости максимального количества вейвлет-коэффициентов.

Коэффициент выигрыша кодирования Cg^{σ^2} по дисперсии в дБ характеризует возможность базисных вейвлет-функций концентрировать большую часть энергии исходного сигнала в минимальном количестве вейвлет-коэффициентов субполос и определяется соотношением

$$Cg^{\sigma^2} = 10 \lg \frac{\sigma_0^2 \times N^2}{\sum_{j=1}^J \sigma_j^2 \cdot N^2 \cdot 4^{-j} + \sigma_{LL}^2 \cdot N^2 \cdot 4^{-J}}, \quad (8)$$

где $\sigma_0^2 = \left(\frac{1}{N^2} \right) \sum_{q=1}^{N^2} \langle c_q \rangle^2 - \bar{c}^2$ и \bar{c} – дисперсия и среднее значений пикселей исходного изображения размером $N \times N$; $\sigma_j^2 = \left(\frac{4^j}{3N^2} \right) \sum_{n=1}^{3N^2 \cdot 4^{-j}} \langle c_n \rangle^2 - \bar{c}_j^2$ и $\bar{c}_j = \left(\frac{4^j}{3N^2} \right) \sum_{n=1}^{3N^2 \cdot 4^{-j}} c_n$ – дисперсия и среднее значение вейвлет-коэффициентов для j -го уровня разложения.

Коэффициент выигрыша кодирования по дисперсии Cg^{σ^2} позволяет интегрально оценить снижение дисперсии вейвлет-матрицы по сравнению с дисперсией исходного изображения.

Нормированная энтропия вейвлет-коэффициентов для j -го уровня разложения определяется с помощью соотношения

$$\bar{H}^j = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 H_i^{(j)} / \log_2 A_i^{(j)}, \quad (9)$$

где $H_i^{(j)} = - \sum_{l=1}^{A_i^{(j)}} p_{il}^{(j)} \log_2 p_{il}^{(j)}$ – энтропия вейвлет-коэффициентов для i -й субполосы j -го уровня разложения с $A_i^{(j)} = \left\lfloor \frac{N^2}{3} \right\rfloor$, $l = 1, \dots, A_i^{(j)}$ – различными значениями вейвлет-коэффициентов; $p_{il}^{(j)} = n_{il}^{(j)} / A_i^{(j)}$ и $n_{il}^{(j)}$ – вероятность и число появлений вейвлет-коэффициентов со значением $c_{il}^{(j)}$ при $\sum_{l=1}^{A_i^{(j)}} p_{il}^{(j)} = 1$ соответственно; $H_{i,\max}^{(j)} = \log_2 A_i^{(j)}$ – максимально возможное значение энтропии вейвлет-коэффициентов для i -й субполосы j -го уровня разложения.

Коэффициент выигрыша по энтропии в дБ характеризует возможность базисных вейвлет-функций разделять информацию исходного сигнала на значимую и незначимую части в субполосах вейвлет-коэффициентов и определяется с помощью соотношения

$$Cg^H = 20 \lg \frac{H_o \times N^2}{\sum_{j=1}^J \left(\sum_{i=1}^3 H_i^{(j)} \right) N^2 \cdot 4^{-j} + H_{LL} \cdot N^2 \cdot 4^{-J}}, \quad (10)$$

где H_o – энтропия исходного изображения.

Эффективная ширина гистограммы $|l|$, характеризующая долю близких к нулю вейвлет-коэффициентов для i -й субполосы j -го уровня разложения или эффективный динамически диапазон вейвлет-коэффициентов, может быть определена с помощью соотношения

$$2 \sum_{l=0}^{|l|/2} p_{il}^{(j)} = 0.97. \quad (11)$$

Оценка вычислительной сложности формирования вейвлет-матрицы на основе дискретного лифтинг вейвлет-преобразования (ДЛВП) может быть определена с помощью соотношения

$$C_w = N^2(\mu_+^w \cdot \lambda_+ + \mu_x^w \cdot \lambda_x + \mu_{>>}^w \cdot \lambda_{>>}) + D_w(N), \quad (12)$$

где C_w – оценка времени вычисления вейвлет-матрицы первого уровня разложения исходного изображения размером $N \times N$; μ_+^w , μ_x^w , $\mu_{>>}^w$ – количество аддитивных операций, мультипликативных операций и операций сдвига соответственно, затрачиваемых на вычисление одного низкочастотного и одного высокочастотного коэффициента для используемой вейвлет-функции; λ_+ , λ_x , $\lambda_{>>}$ – оценки времени, необходимого на выполнение аддитивной операции, мультипликативной операции и операции сдвига соответственно; $D_w(N)$ – оценка времени, затрачиваемого на вспомогательные операции.

Для качественной сравнительной оценки степени пространственной и частотной корреляции элементов в исходном и вейвлет-преобразованном изображениях может быть использована процедура построения корреляционных диаграмм, отражающих корреляцию между двумя вертикально смежными дискретами с координатами (\mathbf{c}_1, y) , $(\mathbf{c}_1, y+1)$, двумя горизонтально смежными дискретами с координатами (\mathbf{c}_1, y) , (\mathbf{c}_1+1, y) или двумя смежными по диагонали дискретами с координатами (\mathbf{c}_1, y) , $(\mathbf{c}_1+1, y+1)$ (или (\mathbf{c}_1, y) , $(\mathbf{c}_1+1, y-1)$) в исходном или вейвлет-преобразованном изображениях. Она заключается в случайном выборе определенного количества пар двух смежных дискретов из изображения, и нанесении на плоскость точки с координатами (x_d, y_d) , где $x_d = I(\mathbf{c}_1, y_1)$ и $y_d = I(\mathbf{c}_2, y_2)$ – значения горизонтально, вертикально или диагонально смежных дискретов изображения в позициях с координатами (\mathbf{c}_1, y_1) и (\mathbf{c}_2, y_2) соответственно.

Для количественной оценки степени межэлементной корреляции на основе N_d значений корреляционной диаграммы может быть использовано соотношение

$$r_{x_d y_d} = \frac{\text{cov}(x_d, y_d)}{\sqrt{D(x_d)} \sqrt{D(y_d)}}, \quad (13)$$

где $\text{cov}(x_d, y_d) = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} (x_{di} - E(x_d))(y_{di} - E(y_d))$ – оценка ковариации между двумя смежными дискретами, случайно выбранными из изображения, со значениями x_d и y_d ;

$E(x_d) = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} x_{di}$ и $D(x_d) = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} (x_{di} - E(x_d))^2$ – среднее значение и дисперсия множества

N_d пар случайно выбранных дискретов исходного или вейвлет-преобразованного изображений.

Заметим, что степень корреляция в вейвлет-области тесно связана со степенью концентрации (компактности) энергии исходного изображения, которая является важным критерием для выбора наилучшей базисной вейвлет-функции.

Результаты моделирования

Для оценки эффективности использования предложенной методики выбора и оценки влияния базисных вейвлет-функций на субполосные статистические и корреляционные параметры изображений во вейвлет-области в качестве тестовых изображений использованы полутонные

изображения размером 512×512 пикселей: Barbara, France, Lena, Patterns, Ring, Radian и Diagonal (рис. 1) с различными пространственной и частотной неоднородностями (табл. 1). Для реализации дискретного лифтинг вейвлет-преобразования использовались 7 базисных вейвлет-функций: Haar, 5/3, 5/11, 9/3, 9/7, 13/7, 13/11 и 2/6 или [1;1] [2;2] ([2;2],[4;0]) [2;4] [4;2] [4;4] [6;2] ([1;1],[2;0]) соответственно.

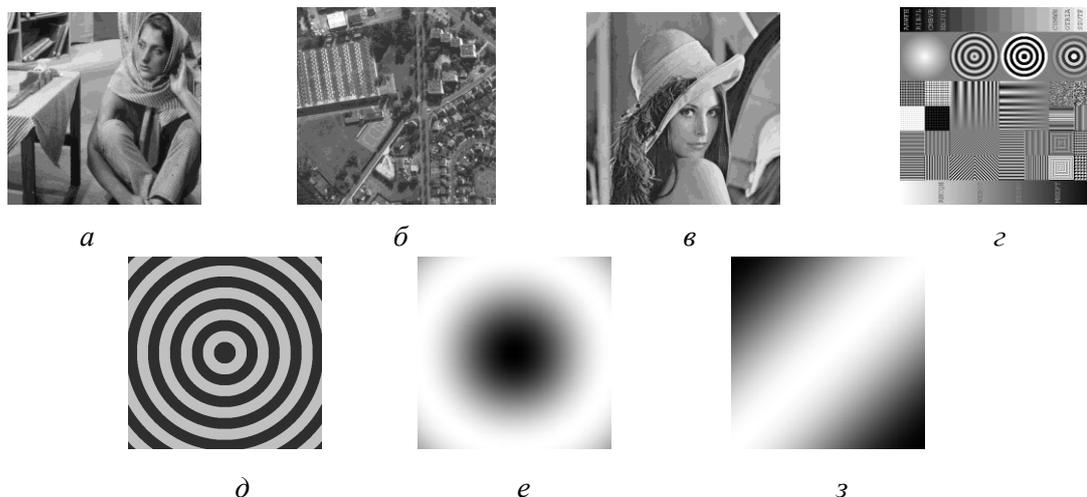


Рис. 1. Тестовые изображения с различной пространственной и частотной неоднородностью: *a* – изображение Barbara; *б* – изображение France; *в* – изображение Lena; *г* – изображение Patterns; *д* – изображение Ring; *е* – изображение Radian; *з* – изображение Diagonal

Таблица 1. Оценки метрики активности изображений в пространственной области

| Тестовые изображения | SAM_{RC} | SAM_D | SAM_L | SAM_G | C_G | C_{RC} | C_D | C_L |
|----------------------|------------|----------|----------|---------|--------|----------|--------|---------|
| Barbara | 20,829 | 25,0785 | 475,0804 | 11,7692 | 0,1003 | 0,1609 | 0,1937 | 3,6694 |
| France | 13,6152 | 17,9646 | 226,4809 | 8,3666 | 0,0802 | 0,1233 | 0,1627 | 2,0507 |
| Lena | 9,9303 | 12,8555 | 117,7989 | 5,6642 | 0,0457 | 0,0747 | 0,0967 | 0,886 |
| Patterns | 83,0007 | 104,9426 | 7991,1 | 32,7498 | 0,2479 | 0,5207 | 0,6584 | 50,1322 |
| Ring | 21,6906 | 25,326 | 495,0331 | 3,2225 | 0,0274 | 0,1566 | 0,1829 | 3,5751 |
| Radian | 0,8315 | 1,1012 | 0,8499 | 0,5825 | 0,003 | 0,0041 | 0,0054 | 0,0041 |
| Diagonal | 0,705 | 0,8404 | 0,5356 | 0,4971 | 0,0028 | 0,0036 | 0,0043 | 0,0028 |

Из табл. 1 следует, что метрики SAM_L и C_L обеспечивают более высокую точность разбиение изображений на классы низкой и высокой активности. Изображение с более высоким SAM_L и более низким FAM имеет низкую пространственную избыточность.

В табл. 2 – 5 приведены оценки влияния различных типов вейвлет-функций на статистические параметры вейвлет-матрицы.

Таблица 2. Коэффициент выигрыша кодирования $C_g^{\sigma^2}$ по дисперсии в дБ от типа вейвлет-функций для различных тестовых изображений

| Тестовое изображение | Тип вейвлет-функции | | | | | | |
|----------------------|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | Haar | 5/3 | 5/11 | 9/3 | 9/7 | 13/7 | 13/11 |
| Lena | 15,4275 | 16,8984 | 17,0783 | 16,5299 | 17,5818 | 17,3907 | 17,7167 |
| Barbara | 12,8881 | 13,9007 | 13,8703 | 13,7734 | 14,0037 | 14,0093 | 13,9921 |
| Baboo | 5,7465 | 6,6547 | 6,6443 | 6,5172 | 6,7332 | 6,7088 | 6,7067 |
| France | 14,9964 | 16,3694 | 16,6033 | 15,9918 | 17,1400 | 16,8655 | 17,3209 |

Из табл. 2 видно, что в понятие коэффициента выигрыша кодирования по дисперсии наилучшей вейвлет-функцией является 13/11. Коэффициент выигрыша по дисперсии $C_g^{\sigma^2}$ позволяет интегрально оценить снижение дисперсии вейвлет-матрицы по сравнению с дисперсией исходного изображения.

Таблица 3. Коэффициент выигрыша кодирования Cg^H по энтропии в дБ в зависимости от типа вейвлет-функций для различных тестовых изображений

| Тестовое изображение | Тип вейвлет-функции | | | | | | |
|----------------------|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | Haar | 5/3 | 5/11 | 9/3 | 9/7 | 13/7 | 13/11 |
| Lena | 3,8654 | 4,6774 | 4,744 | 4,6198 | 4,7508 | 4,7282 | 4,7344 |
| Barbara | 2,6902 | 3,4294 | 3,6014 | 3,4504 | 3,6048 | 3,6718 | 3,6484 |
| Baboo | 1,2972 | 1,615 | 1,6388 | 1,5988 | 1,6392 | 1,6432 | 1,6292 |
| France | 2,6556 | 3,5046 | 3,6176 | 3,4448 | 3,6324 | 3,5922 | 3,6248 |

Из табл. 3 видно, что в понятии коэффициента выигрыша кодирования Cg^H по энтропии наилучшими вейвлет-функциями являются 5/11, 9/7, 13/11 и 13/7. Кроме того, характеристики вейвлет-матрицы для изображений с высокой пространственной активностью являются менее нечувствительными к выбору вейвлет-функции (например, изображение Baboo), а для изображений с умеренной активностью (например, изображение France) являются более чувствительными к выбору вейвлет-функции. Следовательно, лучший способ выбора вейвлет-функции заключается в том, что оптимальный базис целесообразно выбирать для изображений с умеренной пространственной активностью.

Таблица 4. Коэффициент выигрыша кодирования Cg^H по энтропии от уровня декомпозиции вейвлет-матрицы для тестового изображения Barbara

| Тип вейвлет-функции | Количество уровней вейвлет-декомпозиции | | | | | | |
|---------------------|-----------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Haar | 0,9913 | 2,0655 | 2,4679 | 2,5831 | 2,6133 | 2,6206 | 2,6224 |
| 5/3 | 1,5488 | 2,723 | 3,1546 | 3,2748 | 3,3024 | 3,309 | 3,3102 |
| 9/7 | 1,6369 | 2,8473 | 3,2996 | 3,4254 | 3,4546 | 3,4614 | 3,4628 |

Таблица 5. Коэффициент выигрыша кодирования Cg^H по энтропии от уровня декомпозиции вейвлет-матрицы для тестового изображения Lena

| Тип вейвлет-функции | Количество уровней вейвлет-декомпозиции | | | | | | |
|---------------------|-----------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Haar | 1,61352 | 3,04320 | 3,56967 | 3,72708 | 3,77099 | 3,78207 | 3,78491 |
| 5/3 | 2,19691 | 3,76991 | 4,32421 | 4,48536 | 4,52521 | 4,53461 | 4,53688 |
| 9/7 | 2,20754 | 3,80016 | 4,37489 | 4,54438 | 4,58683 | 4,59723 | 4,59960 |

Из табл. 3 и 4 видно, что по критерию максимума коэффициента выигрыша кодирования по энтропии достаточно трех- или четырехуровневой вейвлет-декомпозиции независимо от типа вейвлет-функции и изображений.

Результаты моделирования вычислительной сложности формирования вейвлет-матрицы на основе ДЛВП представлены в табл. 6.

Таблица 6. Количество операций для вычисления низкочастотного и высокочастотного коэффициентов

| Тип вейвлет функции Biog | | μ_+^w | μ_\times^w | $\mu_{>>}^w$ |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------------|--------------|
| N_r / N_d | $\mathbb{N}_{P^d}^d, \mathbb{N}_{P^d}^d, \mathbb{N}_{P^r}^r, \mathbb{N}_{U^r}^r$ | | | |
| Haar | [1;1],[1;1] | 2 | 0 | 1 |
| 5/3 | [2;2],[2;2] | 4 | 0 | 2 |
| 5/11 | [2;2],[4;0] | 8 | 0 | 4 |

| | | | | |
|-------|-------------|---|---|---|
| 9/3 | [2;4],[2;4] | 6 | 2 | 3 |
| 13/7 | [4;4],[4;4] | 8 | 2 | 4 |
| 13/11 | [6;2],[6;2] | 8 | 3 | 4 |
| 2/6 | [1;1],[2;0] | 4 | 0 | 2 |

Из табл. 6 следует, что вейвлет-функции по критерию вычислительной сложности, оцененной по количеству арифметических операций, располагаются в порядке ее возрастания следующим образом: Haar, 5/3, 2/6, 5/11, 9/7, 9/3, 13/7 и 13/11.

На рис. 2 приведены корреляционные диаграммы тестовых изображений Lena, Barbara и France и субполос LH, HL и HH вейвлет-матрицы первого уровня разложения тестового изображения Lena с использованием биортогональной вейвлет-функции 5.3:

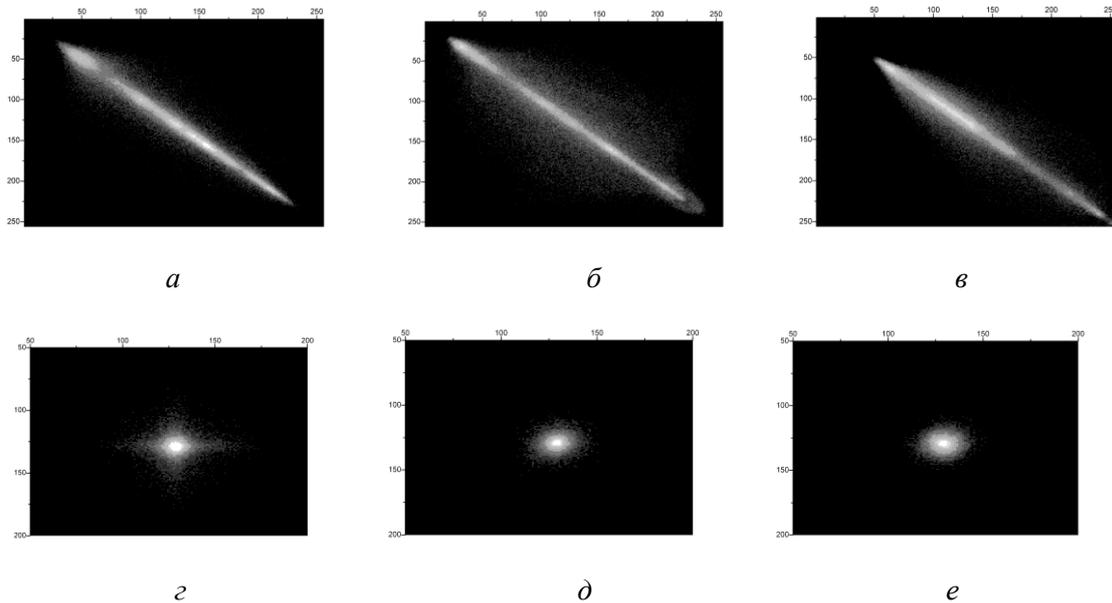


Рис. 2. Корреляционные диаграммы двух горизонтальных соседних пикселей в плоскости тестовых изображений Lena, Barbara и France и двух соседних дискретов в субполосах LH, HL и HH вейвлет-матрицы первого уровня разложения тестового изображения Lena: *a*, *б* и *в* – корреляционные диаграммы изображений Lena, Barbara и France; *г*, *д* и *е* – корреляционные диаграммы по горизонтали в субполосах LH, HL и HH

Из рис. 2 видно, что субполосы вейвлет-матрицы характеризуются большим количеством близких к нулю вейвлет-коэффициентов, несущих малую визуальную информацию, и малым количеством больших коэффициентов, то есть горизонтальными, вертикальными и диагональными деталями с нулевым средним и существенно негауссовской статистикой, имеющей меньшую энтропию, чем гауссовский сигнал с той же дисперсией.

Заключение

Предложена методология выбора и оценки влияния базисных вейвлет-функций на субполосные статистические параметры изображений во вейвлет-области, основанная на использовании метрик сложности изображений, коэффициентов выигрыша кодирования по дисперсии и энтропии и процедуре построения корреляционных диаграмм. Она позволяет установить взаимосвязь между статистическими параметрами изображений в пространственной и вейвлет-области для эффективного выбора типа вейвлет-функции и числа уровней разложения.

Для оценки сложности изображений предложены метрики в пространственной области, основанные на пиксельных разностях и позволяющие разделить большинство изображений на классы, характеризующиеся различной степенью гладкости изменения яркости и наличием или отсутствием областей однородности.

Коэффициент выигрыша по дисперсии позволяет интегрально оценить снижение дисперсии вейвлет-матрицы по сравнению с дисперсией исходного изображения. Определено, что по критерию максимума коэффициента выигрыша кодирования по дисперсии наилучшей

вейвлет-функцией является 13/11 для изображений Lena (17,7 дБ), Barbara (14,0 дБ), Baboo (6,71 дБ) и France (17,3 дБ).

Установлено, что по критерию максимума коэффициента выигрыша кодирования по энтропии достаточно трех- или четырехуровневой вейвлет-декомпозиции независимо от типа вейвлет-функции и изображений. Определено, что изменчивость энтропии вейвлет-матрицы зависит от уровня вейвлет-разложения, типа вейвлет-функции и характеристик изображений. Показано, наилучшими базисными вейвлет-функциями по критерию максимума коэффициента выигрыша кодирования по энтропии являются 5/11, 9/7, 13/11 и 13/7 для тестовых изображений Lena (4,73–4,75 дБ), Barbara (3,6–3,67 дБ), Baboo (1,64 дБ) и France (3,6–3,63 дБ).

Определено, что вейвлет-функции по критерию вычислительной сложности, оцененной по количеству арифметических операций (аддитивных и мультипликативных операций, операций сдвига, затрачиваемых на вычисление одного низкочастотного и одного высокочастотного коэффициента), располагаются в порядке ее возрастания следующим образом: Haar, 5/3, 2/6, 5/11, 9/7, 9/3, 13/7 и 13/11.

PROCEDURE OF WAVELET FUNCTION SELECTION ON THE BASIS OF STATISTICAL AND CORRELATION IMAGE CHARACTERISTICS

A.A. BORISKEVICH

Abstract

A procedure of basic wavelet function selection based on using image complexity metrics, variance and entropy coding gain and correlation diagram design procedure is proposed. Spatial activity metrics based on pixel difference are proposed for estimating image complexity. It is determined that the best integer wavelet-function is 13/11 in accordance with maximum variance and entropy coding gain criterion for test images Lena, Barbara, Baboo and France. It is stated that three-four-level wavelet decomposition is enough in accordance with maximum entropy coding gain criterion independent on wavelet function and image types. It is shown that the integer wavelet function is located in ascending order of computational complexity as follows: Haar, 5/3, 2/6, 5/11, 9/7, 9/3, 13/7 и 13/11. Using correlation diagram allows us to show significant exceeding zero wavelet coefficients over non-zero ones.

Литература

1. *Taubman, D.S., Marcellin, M.W.* JPEG2000: image compression fundamentals, standards, and practice, 2002.
2. *Taubman D.S.* // Proc. IEEE Trans. Image. 2000. Vol. 9, P. 1158–1170.
3. *Shapiro. J.M.* // Proc. IEEE Trans. Signal. 1993. Vol. 41, P. 3445–3462.
4. *Said A., Pearlman W.A.* // IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology. 1996. Vol. 6, P. 243–250.
5. ISO/IEC/JTC1/SC29, WG1:1998 Set partitioned sub-block coding (speck).
6. *Борискевич А.А., Цветков В.Ю.* // Доклады НАН Беларуси. 2009. Т. 53 С. 43–53.
7. *Sweldens W.* // Proc. of SPIE. 1995. Vol. 2569, P. 68–79.
8. *Малла С.* // Вейвлеты в обработке сигналов М., 2005.
9. *Sweldens W.* // Applied and Computational Harmonic Analysis. 1996. Vol. 2, P. 186–200.
11. *Adams M., Antoniou A.* // Proc. of IEEE Pacific Rim Conference. 1997. Vol. 1, P. 489–492.
12. *Борискевич А.А.* // ФТН. 2009. Т. 2 С. 103.