

ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 657.471.1:002.6

**ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
В РАМКАХ ТЕОРИИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ**

Г.С. РАВИЧ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 17 марта 2010*

Рассматривается вопрос применения последовательного анализа в рамках теории статистической оценки параметров к задаче совершенствования выборочного контроля готовой продукции. Предлагается применять последовательный анализ с использованием разработанных критериев допустимого экономического риска и минимума суммарных затрат, обусловленных затратами на информацию и ожидаемым экономическим риском принятия ошибочного решения.

Ключевые слова: последовательный анализ, оценка параметров, управленческие решения.

Введение

Последовательный анализ является одним из направлений повышения эффективности испытательных работ. Известны теоретические разработки [1] по применению последовательного анализа при планировании испытаний. Цель таких разработок — снижение затрат на испытания (уменьшение числа экспериментов, объема выборки). В принципе, снижение затрат на испытания возможно, поскольку известные математические методы (доверительных вероятностей, проверки статистических гипотез) не учитывают изменение ценности информации по мере ее поступления [2, 3]. Поэтому не исключено, что на момент очередного эксперимента ранее полученная информация уже может быть достаточно убедительна для принятия решения. Идея последовательного планирования испытаний достаточно хорошо проработана в рамках теории проверки статистических гипотез [4]. Процедура последовательного анализа результатов испытаний сводится к многошаговой проверке определенной гипотезы. Проверка гипотезы достаточно часто имеет место на практике при статистическом приемочном контроле качества готовой продукции, при решении задачи обнаружения цели в радиолокации [5], при решении многих военных задач и т.п.

Наличие случайностей при решении задач проверки гипотезы приводит к риску принятия ошибочного решения. Применительно к выборочному контролю готовой продукции риск изготовителя α определяется условной вероятностью ошибочной браковки партии изделий, риск потребителя β определяется условной вероятностью ошибочного принятия партии, изделия которой не соответствуют требованиям ТУ. Объем испытаний определяется заданием значений величин α и β , обоснование которых в основном носит субъективный характер. Кроме того, необходим достаточно сложный расчет пороговых коэффициентов для построения областей приемки партии, браковки партии и области продолжения испытаний, который также особой объективностью не отличается [6].

Планировать выборочный контроль готовой продукции целесообразно в рамках теории статистической оценки параметров, которая учитывает ценность информации и затраты [7, 8]. В рамках этого метода предусматриваются построение областей получения информации и при-

нятия решений [9]. Соотношения для построения областей достаточно простые. Анализ производится более обосновано. Применительно к выборочному контролю принимаются те же решения: партия принимается, партия бракуется, испытания продолжаются.

Планирование информации по критерию допустимого экономического риска

В соответствии с критерием допустимого экономического риска [10] средний риск сравнивается с допустимым значением и не должен его превышать. В случае задания величины допустимого риска в виде стоимости информации от одного источника (C_i) соотношение, реализующее критерий допустимого экономического риска, представляется как

$$R_{max} r'/n'(1-r'/n')1/(n'+1) \leq C_i, \quad (1)$$

где средний риск определяется с помощью дисперсии априорного бета-распределения и значения экономического риска R_{max} [11].

Из анализа выражения для дисперсии следует, что максимум дисперсии имеет место при отношении $r'/n'=0,5$. Следовательно, наибольший объем информации требуется в случае большей неопределенности относительно выполнения основной задачи. С приближением отношения $r'/n' \rightarrow 1$, или при $r'/n' \rightarrow 0$ потребность в получении информации уменьшается. Естественно, при подготовке решений целесообразно учитывать реальную потребность в информации.

Геометрическое место точек в плоскости параметров (r' , n'), соответствующих одинаковой величине допустимого экономического риска, выраженного в относительной стоимости информации от одного источника $C_i = C_i/R_{max}$ определяется с помощью формулы, вытекающей непосредственно из (1) нахождением корней квадратного уравнения [12].

$$r'_{1,2} = n'/2 [1 \pm \sqrt{1 - 4 C_i (n'+1)}], \quad (2)$$

На рис. 1 приведены графики областей получения информации и принятия решений, построенные при значении $C_i = 0,01$. Из рисунка видно, что потребность в наибольшем объеме информации, $n'=24$, имеет место при отношении $r'/n'=0,5$. При отношении $r'/n' \rightarrow 1$, или $r'/n' \rightarrow 0$ объем информации уменьшается.

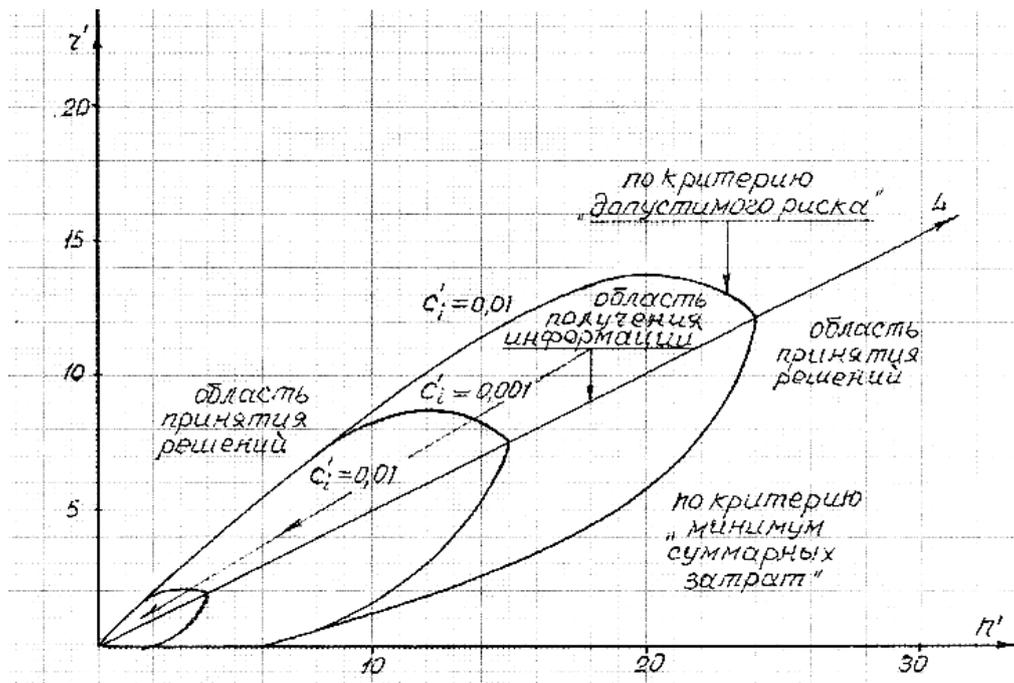


Рис. 1. Последовательное планирование объема информации

Например, принимается партия комплектующих изделий. Объем партии $N=100$ шт. Допускается несоответствующими ТУ — одно изделие из партии, $C_i=1$. Сплошной контроль изделий из партии исключается по многим причинам (сложность проверки, ограниченное время).

Выборочный контроль показывает, что уже при проверке 11 изделий рабочая точка вышла в область принятия решений. При выходе рабочей точки в верхнюю полуплоскость, где $r'/n' \rightarrow 1$, партия принимается, при выходе рабочей точки в нижнюю полуплоскость, где $r'/n' \rightarrow 0$, партия изделий бракуется.

Планирование информации по критерию минимум суммарных затрат, обусловленных затратами на информацию и ожидаемым экономическим риском принятия ошибочного решения

На рис. 1 показано, что при планировании по критерию допустимого экономического риска объем информации требуется достаточно большой, поэтому во многих случаях есть необходимость в последовательном планировании объема информации по критерию минимум суммарных затрат, обусловленных затратами на информацию и ожидаемым экономическим риском принятия ошибочного решения [10]. В соответствии с этим критерием получать информацию целесообразно в тех случаях, когда затраты на информацию относительно велики:

$$\Delta R(r', n') = R_{\max} r'/n' (1 - r'/n') / (n'+1)^2 \geq C_i. \quad (3)$$

Геометрическое место точек в плоскости параметров (r', n') , отделяющих область получения информации от области принятия решений определяется с помощью формулы

$$r'_{1,2} = n'/2 [1 \pm \sqrt{1 - 4C_i(n'+1)^2}]. \quad (4)$$

На рис. 1 приведены области получения информации и принятия решений, построенные в соответствии с критерием минимум суммарных затрат при $C_i = 0,01$ и $C_i = 0,001$. Сравнение областей по разным критериям при $C_i = 0,01$ показывает, насколько экономнее планирование объема информации по критерию минимум суммарных затрат.

Рассмотрим пример принятия решения при запуске в производство нового изделия. Например, предприятие занимается производством электро- и радиоизмерительных приборов. Решается вопрос об изготовлении универсального генератора стандартных сигналов (ГСС), пригодного для применения на телевизионных предприятиях и в быту. Конструкторская и технологическая база предприятия позволяет организовать производство нового изделия. Не совсем ясны вопросы сбыта изделия. Предприятие решило изготовить 20 экземпляров ГСС и по результатам опытной продажи принять окончательное решение о программе производства приборов. Предполагаемая годовая прибыль предприятия 100000 долл. США. Стоимость изготовления ГСС равна 100 долл. США. Из рис. 1 видно, что при успешной продаже изделий в соответствии с критерием минимум суммарных затрат при $r' = 11$ рабочая точка вышла в область принятия решений, что позволяет принять решение о запуске ГСС в серийное производство.

Совершенствование выборочного контроля готовой продукции

Совершенствование технологии планирования и проведения выборочного контроля готовой продукции вызывается необходимостью повышения эффективности испытаний и обоснованного расхода средств, выделяемых на них. Что понимать под повышением эффективности испытаний? Конечно, снижение риска принятия ошибочного решения [5]. Подготовка ответственных решений по результатам выборочного контроля не оставляет сомнений в правильности выбора такого показателя эффективности испытаний. Вместе с тем не менее важным при выборочном контроле является требование обоснованного расхода средств на испытания. Можно свести к минимуму риск при принятии решения, но при этом затратить огромные средства, что становится неприемлемым. Актуальность задачи существенно возрастает при испытаниях дорогостоящих изделий одноразового применения (разрушающем контроле). При таких испытаниях применяется только выборочный контроль, причем целесообразно его проводить в рамках метода статистической оценки параметров. Более экономное определение объема выборки имеет место при планировании испытаний в соответствии с критерием минимум суммарных затрат, обусловленных затратами на испытания и ожидаемым экономическим риском принятия ошибочного решения.

При выборочном контроле в качестве максимального значения экономического риска принимается стоимость партии изделий R_{max} . Значение допустимого экономического риска выражается через стоимость изделия. В качестве величины допустимого экономического риска удобно задавать число изделий из партии, которое считается возможным забраковать. В этом случае значение R_{max} определяется объемом партии N . Технология принятия решений независимо от принятого критерия состоит в том, что испытания продолжаются до тех пор, пока рабочая точка находится в области получения информации. При выходе рабочей точки в область принятия решений в верхней полуплоскости, где $r'/n' > 1/2$, партия принимается. При выходе рабочей точки в нижнюю полуплоскость, где $r'/n' < 1/2$, партия бракуется. На рис. 2 приведены области получения информации и принятия решений, построенные в соответствии с критерием минимум суммарных затрат. С возрастанием номера области увеличивается на 50 изделий объем партии, от которой производится выборка. Если области 1 соответствует партия, объем которой $N=50$ изделий, то объем партии для области 7, $N=350$. Суммарная производственная программа составляет 1400 изделий.

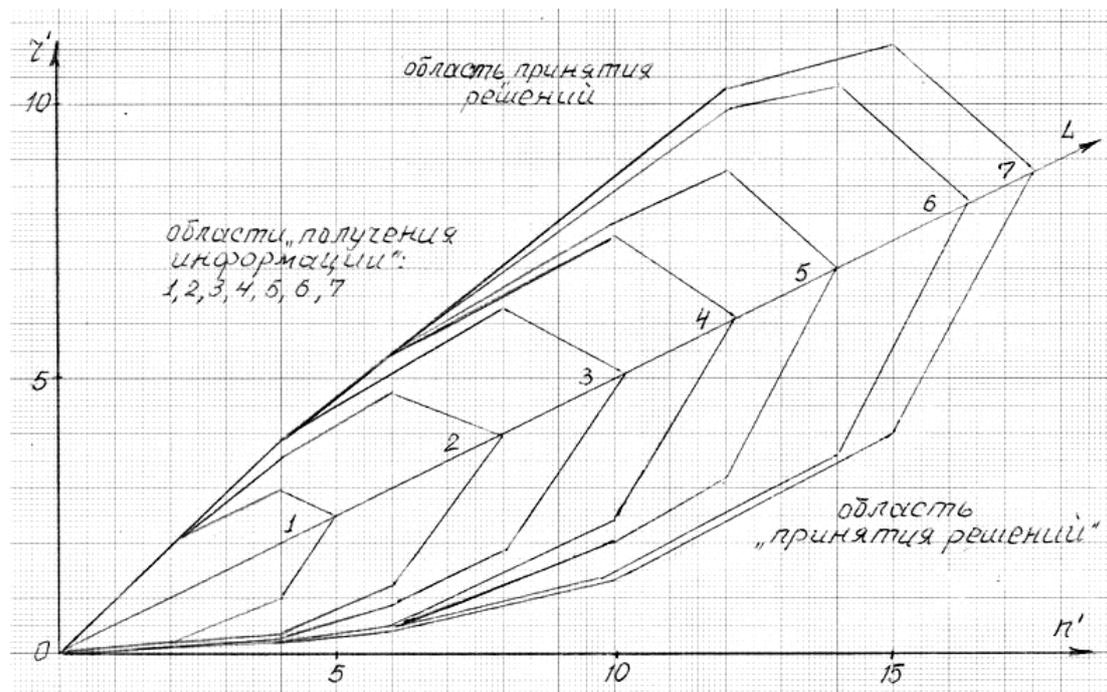


Рис. 2. Последовательное планирование объема выборки

Испытания прекращаются тогда, когда рабочая точка смещается в область принятия решения. При положительном решении о приеме партии изделий нецелесообразность дальнейшего проведения испытаний при данном объеме партии является основанием для изменения ее объема. Увеличение объема партии приводит к возрастанию значения R_{max} , что вызывает потребность в проведении экспериментов до тех пор, пока рабочая точка снова не выйдет за пределы области получения информации. Исходной точкой начала испытаний следует считать точку ($r'=1$, $n'=2$), которой соответствует равномерное распределение вероятности успешного исхода эксперимента в интервале (0–1). При изменении объема партии или при каких-то доработках изделия рабочая точка должна находиться на оси OL, которой соответствует равновероятный исход эксперимента. Для контроля производственной программы объемом $N=1400$ изделий при условии, что все изделия соответствуют требованиям ТУ, потребуется 15 изделий.

Сравним полученные результаты с приемочным контролем, применяемым на практике, когда из партии объемом $N=50$ изделий, выбирается случайным образом одно изделие [7]. При успешном исходе эксперимента партия принимается, при отрицательном исходе дополнительно выбирается одно изделие, если оно не проходит испытание, выбирается два изделия. Если оба изделия соответствуют требованиям ТУ, партия принимается, если это условие не выполняется, партия бракуется. По существу, производится двухступенчатый контроль. При условии,

что все изделия соответствуют требованиям ТУ, для контроля производственной программы объемом $N=1400$ изделий, потребуется 28 изделий. Как видим, разница заметная.

Согласование рассмотренного подхода с практикой

Из опыта испытаний [7] известно, что качество серийных изделий повышается с годами производства. На рис. 3 приведены результаты анализа выборочного контроля по одному из изделий, показано, как распределяется оценка вероятности выполнения ТУ по годам производства. В начальный период серийного производства (особенно первые два года) наиболее полно выявляются недостатки в обработке изделия. На графике в этот период отмечается заметный рост оценки вероятности выполнения ТУ. В последующие годы качество изделий стабилизируется, чему соответствует незначительный рост вероятности. Напрашивается вывод, что объем испытаний в начальный период серийного производства должен быть увеличен, в последующие годы — сокращен.

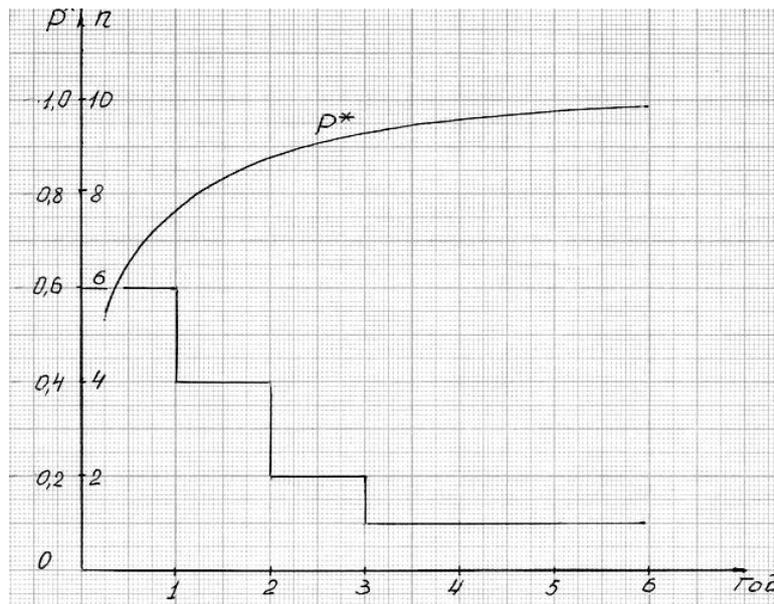


Рис. 3. Распределение P^* и n по годам

Рассмотренный подход согласуется со следующими требованиями. Допустим, заводская программа производства изделия распределена по годам следующим образом: первый год — 150, второй — 200, третий — 250, четвертый — 250, пятый — 300, шестой — 250 изделий. Распределение числа экспериментов по годам в соответствии с предлагаемым подходом представлено на рис. 3 предусматривает: в первый год — 6 экспериментов, во второй — 4, в третий — 2, в остальные года — по одному эксперименту. Число экспериментов согласуется с результатами анализа.

На практике условия могут быть различными. Поэтому им следует принять начальный объем партии, как его изменять, зависит от конкретных условий, реальных задач и должен находить отражение в конкретных методиках.

Рассмотренный подход позволяет учитывать имеющуюся информацию. Учет априорной информации при контрольных испытаниях является одним из направлений [7, 13], позволяющих сокращать расходы на испытания. Последовательный анализ с применением математического аппарата бета-распределения позволяет достаточно просто и наглядно учитывать априорную информацию при планировании испытаний. В зависимости от конкретных условий априорная информация может учитываться с определенным коэффициентом.

Заключение

1. Проведенные исследования показали возможность совершенствования технологии планирования информации на основе применения последовательного анализа в рамках теории

статистической оценки параметров с использованием критериев допустимого экономического риска и минимума суммарных затрат, обусловленных затратами на информацию и ожидаемым экономическим риском принятия ошибочного решения.

2. Последовательное определение объема выборки путем изменения объема партии, от которой осуществляется выборка, позволяет повысить обоснованность планирования, решать задачу выборочного контроля более гибко, экономно, что особенно полезно при разрушающем контроле.

3. Рассмотрен подход, главным достоинством которого является то, что метод гибко реагирует на состояние объекта исследований, способствует повышению эффективности испытательных работ, направлен на решение задачи обоснованного расхода средств на испытания.

4. Применение последовательного планирования информации в рамках теории статистической оценки параметров расширяет возможности последовательного анализа.

SEQUENTIAL ANALYSIS IN THE FRAMEWORK OF STATISTICAL ESTIMATORS OF PARAMETERS

G.S. RAVICH

Abstract

The application of sequential analysis in the framework of statistical estimation of the parameters to the problem of improving the sampling of finished products is reviewed. Encouraged to apply sequential analysis using the developed criteria for acceptable economic risk and low total cost due to the cost of information and expected economic risk of making wrong decisions.

Литература

1. Вальд А. Последовательный анализ. М., 1960.
2. Мескон М, Альберт М, Хедоури Ф. Основы менеджмента. М, 1992.
3. Стоянова Е. и др. Финансовый менеджмент. М, 1993.
4. Юсупов Р. Элементы теории испытаний и контроля технических систем. Л, 1978.
5. Равич Г. // Стандартизация военной техники. № 3. 1982.
6. Шпер Л. и др. // Методы менеджмента качества. 2001. № 3.
7. Равич Г. // Труды НТК ГНИИЦ. 1976. № 10.
8. Равич Г. // Методы менеджмента качества. 2000. № 9.
9. Равич Г. // Методы менеджмента качества. 2001. № 3.
10. Равич Г. // Докл. БГУИР. 2010. № 3 (49). С. 123–129.
11. Равич Г, Падера В. // Проблемы управления. 2005. № 4 (17).
12. Равич Г. // БЭЖ, № 4, Мн. 2007.
13. Равич Г. Совершенствование методов планирования испытаний сложных технических систем. Минск, 2008.
14. Судаков Р. Чеканов А.К. // Надежность и контроль качества. 1974. № 1.