



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2021-19-2-49-57>

Оригинальная статья  
Original paper

УДК 621.396

## МОДЕЛЬ И БАЗОВЫЙ АЛГОРИТМ ДЛИТЕЛЬНОГО КОГЕРЕНТНОГО НАКОПЛЕНИЯ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА ПРИ НЕНУЛЕВЫХ ВЫСШИХ ПРОИЗВОДНЫХ ДАЛЬНОСТИ ДО РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ЦЕЛИ

С.В. КОЗЛОВ, ЛЕ ВАН КЬОНГ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
(г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 16 ноября 2020

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2021

**Аннотация.** Цель работы заключалась в обосновании математической модели отраженного от движущихся радиолокационных целей сигнала при времени его наблюдения, определяющем необходимость учета миграции дальности и ее производных до третьего порядка включительно и миграции доплеровской частоты, и базового алгоритма длительного когерентного накопления отраженного сигнала. Алгоритм предусматривает вычисление отсчетов спектров «быстрого», в пределах каждого периода повторения, времени, выравнивание фаз отсчетов спектров путем умножения на корректирующие фазовые множители, определяемые предполагаемыми параметрами движения цели и номером периода повторения, суммирование спектральных отсчетов в «медленном» времени, умножение результата на комплексную частотную характеристику согласованного фильтра одиночного сигнала и выполнение обратного преобразования Фурье. Работоспособность алгоритма проиллюстрирована результатами компьютерного моделирования.

**Ключевые слова:** длительное когерентное накопление, миграция дальности, миграция доплеровской частоты, радиальная скорость, ускорение, производная ускорения.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования.** Козлов С.В., Ле Ван Кьонг. Модель и базовый алгоритм длительного когерентного накопления отраженного сигнала при ненулевых высших производных дальности до радиолокационной цели. Доклады БГУИР. 2021; 19(2): 49-57.

## MODEL AND LONG-TERM COHERENT ACCUMULATION BASIC ALGORITHM FOR THE REFLECTED SIGNAL WITH NON-ZERO HIGHER DERIVATIVE RANGE TO RADAR TARGET

SERGEI V. KOZLOV, LE VAN CUONG

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)*

*Submitted 16 November 2020*

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2021

**Abstract.** The purpose of the work was to substantiate a mathematical model of the signal reflected from moving radar target at the time of its observation, which determines the need to take into account the range migration and its derivatives up to the third order, inclusive, and the Doppler frequency migration, and the basic algorithm of long-term coherent accumulation for the reflected signal. The algorithm provides for the calculation of the “fast” spectra samples, within each repetition period, time, the phase alignment of the spectra samples by multiplying by the correcting phase factors determined by the expected parameters of the target movement and the number of the repetition period, the summation of the spectral samples in the “slow” time, the multiplication of the result by complex frequency response of a matched filter of a single signal and performing an inverse Fourier transform. The performance of the algorithm is illustrated by the results of computer simulation.

**Keywords:** long-term coherent accumulation, range migration, Doppler frequency migration, radial velocity, acceleration, acceleration derivative.

**Conflict of interests.** The authors declares no conflict of interests.

**For citation.** Kozlov S.V., Le Van Cuong. Model and long-term coherent accumulation basic algorithm for the reflected signal with non-zero higher derivative range to radar target. Doklady BGUIR. 2021; 19(2): 49-57.

### Введение

Для обеспечения требуемой дальности обнаружения объектов радиолокационного наблюдения с малыми значениями эффективной площади рассеяния необходимо использовать длительное когерентное накопление (КН) отраженного сигнала (ОС). В процессе длительного КН такие параметры ОС, как время задержки и доплеровский сдвиг частоты, могут существенно изменяться. Особенно сильно это будет проявляться при использовании широкополосных зондирующих сигналов с шириной спектра десятки – сотни мегагерц.

Для трехкоординатных радиолокационных станций (РЛС) обнаружения и сопровождения воздушных объектов при характерном времени когерентного накопления  $T_{\text{КН}}$  единицы – десятки миллисекунд и ширине спектра зондирующего сигнала (ЗС)  $\Delta f_0 = 1 \dots 10$  МГц радиолокационные цели, имеющие максимальные модули радиальной скорости  $|V_r| < 3M$  и радиального ускорения  $|a_r| < 3g$ , где  $g$  – ускорение свободного падения, как правило, остаются в пределах одного элемента разрешения по дальности,  $|V_r| T_{\text{КН}} < \Delta r$ , где  $\Delta r = c / (2\Delta f_0)$  – разрешающая способность по дальности;  $c$  – скорость света. Модуль изменения  $\delta V = |a_r T_{\text{КН}} + a'_r T_{\text{КН}}^2 / 2|$ , где  $a'_r$  – производная радиального ускорения, их радиальной скорости за время наблюдения существенно меньше разрешающей способности  $\delta V \ll \Delta V = \lambda / (2T_{\text{КН}})$  по радиальной скорости, где  $\lambda = c / f_0$  – длина волны,  $f_0$  – несущая частота. Это определяет возможность использования классических процедур КН ОС [1].

При КН сигнала, отраженного от радиолокационной цели (РЦ), имеющей, например,  $V_r = 50$  м/с,  $a_r = 30$  м/с<sup>2</sup>,  $a'_r = 1$  м/с<sup>3</sup> (беспилотный летательный аппарат, совершающий маневр)

при  $T_{\text{KH}}=1$  с, изменение дальности, радиальной скорости и ускорения за время наблюдения составят  $\delta r = 65,2$  м,  $\delta V = 30,5$  м/с,  $\delta a = 0,5$  м/с<sup>2</sup>. При  $\lambda = 0,1$  м,  $\Delta f_0 = 100$  МГц отраженные сигналы в процессе наблюдения будут перемещаться (мигрировать) в пределах 43 элементов разрешения по дальности и 610 элементов разрешения по радиальной скорости. Поэтому КН с использованием классических процедур оказывается невозможным. Указанные явления соответствуют линейной миграции дальности (ЛМД), возникающей при  $|V_r|T_{\text{KH}} > \Delta r$ , квадратичной (КвМД) и кубической (КубМД) миграции дальности, возникающих при  $|a_r|T_{\text{KH}}^2/2 > \Delta r$  и  $|a_r|T_{\text{KH}}^3/6 > \Delta r$ , в сочетании с миграцией доплеровской частоты (МДЧ), причиной которой являются отличные от нуля радиальное ускорение цели и производная ускорения при  $|a_r T_{\text{KH}} + a'_r T_{\text{KH}}^2/2|T_{\text{KH}}^2/2 > \Delta V$ .

Алгоритмы обнаружения целей в условиях миграции дальности (МД) и МДЧ рассматривались в [2–7]. Для случая ЛМД в [2] предложены достаточно эффективные алгоритмы обработки, но для РЦ, движущихся с ненулевыми высшими производными дальности, КвМД, КубМД и МДЧ не устраняются. В [3, 4] рассмотрены алгоритмы обработки сигналов в бортовых радиолокационных системах при наблюдении высокоскоростных летательных аппаратов. Используемые допущения верны для относительно низкой разрешающей способности по дальности и небольшом (0,1…0,2 с) времени КН. Компенсация ЛМД реализуется не полностью, а квадратичная и кубическая миграция дальности не устраняется. В [5] представлена структура накопителя с учетом высокой скорости и ненулевого ускорения цели, а также выражение для расчета его весовых коэффициентов без дальнейшей конкретизации алгоритма многоканальной обработки. В [6] приведен вариант алгоритма замкового камня, позволяющий реализовать фактически одноканальный приемник при наличии ЛМД, однако возможности использования данного алгоритма при наличии КвМД и КубМД не оценивались. В [7] приведен вариант оценки параметров движения РЦ на основе разности фаз спектральных отсчетов второго порядка, но его использование сопровождается снижением вероятности правильного обнаружения РЦ, а сама процедура оценки является достаточно сложной.

Таким образом, в настоящее время отсутствует модель ОС и алгоритмы обработки, обеспечивающие длительное КН ОС при ненулевых высших производных дальности до цели. Обоснование указанных модели и алгоритма обработки и является целью настоящей статьи.

### Модель отраженного сигнала

Полагаем, что РЛС излучает когерентную пачку из  $k = \overline{0, K-1}$ , где  $K$  – число импульсов в пачке, линейно частотно-модулированных (ЛЧМ) импульсов с длительностью импульсов  $T_0$ , периодом повторения  $T_r = \text{const}$  и моментами излучения  $t_k = kT_r$ . Нормированная комплексная огибающая пачки зондирующих сигналов

$$\dot{S}_{\text{sc}}(\tau, k) = \text{rect}\left[\frac{\tau - kT_r}{T_0}\right] e^{j\pi\mu\tau^2} e^{j2\pi f_0(t_k + \tau)}, \quad (1)$$

где  $\mu = \Delta f_0 / T_0$  – скорость изменения частоты;  $f_0$  – начальная частота ЛЧМ-импульсов;  $\text{rect}[x] = 1, 0 \leq x \leq 1$ . Для упрощения выкладок начальная фаза пачки принята нулевой. Общая длительность наблюдения  $T_{\text{KH}} = KT_r$ . В (1)  $t_k$  – это «медленное» время, которое изменяется от периода повторения к периоду повторения,  $\tau$  – «быстроое» время в пределах одного периода повторения. При цифровой обработке быстрое время принимает дискретные значения  $\tau = t_m = m / F_s$ , где  $m = \overline{0, M-1}$ ,  $M$  – число отсчетов на каждом интервале наблюдения в «быстром» времени;  $F_s$  – частота дискретизации. Отметим, что случай  $T_0 = T_r$  соответствует РЛС непрерывного излучения с частотной модуляцией по пилообразному закону.

Примем, что РЦ представляет собой один локальный центр отражения (блестящую точку) на дальности  $r(t)$ , изменяющейся на интервале наблюдения как

$$r(t) = r_0 + V_{0r}t + \frac{1}{2}a_r t^2 + \frac{1}{6}a'_r t^3, \quad (2)$$

где  $r_0, V_{0r}, a_r, a'_r$  – начальная дальность, начальная радиальная скорость, радиальное ускорение и скорость изменения радиального ускорения цели. Традиционная для радиолокации модель ОС после переноса на видеочастоту и дискретизации может быть записана в виде

$$\dot{S}(t_m, t_k) = \text{rect}\left[\frac{t_m - t_z(t_k + t_m)}{T_0}\right] e^{j\pi\mu(t_m - t_z(t_k + t_m))^2} e^{-j2\pi f_0 t_z(t_k + t_m)}, \quad (3)$$

где

$$t_z(t) = \frac{2r(t)}{c} \quad (4)$$

– время задержки ОС. Модель (3), (4) является достаточно точной для традиционных областей радиолокации.

Получим более точную модель принимаемого ОС, учитывающую движение цели с ненулевыми высшими производными дальности на достаточно большом интервале КН. Для этого запишем принимаемый сигнал относительно текущего времени  $t = t_k + \tau$ ,  $\tau \in [0, T_r]$ . Если ОС в  $k$ -м периоде повторения принимается в момент времени  $t = t_{izl} + 2\Delta t_1$ , где  $\Delta t_1$  – время распространения ЗС до цели как в прямом, так и в обратном направлении;  $t_{izl} \in [t_k, t_k + T_0]$ , то он был излучен в момент времени  $t_{izl}(t)$ , который можно найти из уравнения  $c\Delta t_1 = r(t_{izl}(t) + \Delta t_1)$ , откуда

$$c \frac{t - t_{izl}(t)}{2} = r \left( \frac{t_{izl}(t)}{2} + \frac{t}{2} \right). \quad (5)$$

Решение (5) определяет зависимость  $t_{izl}(t)$  времени излучения сигнала от текущего времени  $t$  наблюдения. Перепишем (5) в явном виде:

$$c \frac{t - t_{izl}(t)}{2} = r_0 + \frac{1}{2}V_{0r}(t_{izl}(t) + t) + \frac{1}{8}a_r(t_{izl}(t) + t)^2 + \frac{1}{48}a'_r(t_{izl}(t) + t)^3. \quad (6)$$

Уравнение (6) является кубическим относительно  $t_{izl}(t)$ . После приведения к каноническому виду оно может быть решено по формулам Кардано или путем тригонометрического разложения Виета. Однако получающееся решение при этом оказывается весьма громоздким и малопригодным для анализа. В этой связи для нахождения  $t_{izl}(t)$  целесообразно использовать численные методы. Закон изменения фазы принимаемого сигнала

$$\phi(t) = 2\pi f_0 t_{izl}(t). \quad (7)$$

Зная  $t_{izl}(t)$  и  $\phi(t)$ , запишем принимаемый сигнал после переноса на видеочастоту и дискретизации в виде

$$\dot{S}(t_m, t_k) = \text{rect}\left[\frac{t_{izl}(t_m + t_k) - t_k}{T_0}\right] e^{j\pi\mu(t_{izl}(t_m + t_k) - t_k)^2} e^{-j2\pi f_0(t_{izl}(t_m + t_k) - t_k - t_m)}. \quad (8)$$

Выражение (8) представляет собой точную математическую модель ОС. Сравнение (3) и (8) показывает их отличие по аргументу времени как для огибающей, так и для фазы на величину  $\delta = t_m - t_z(t_k + t_m) - (t_{izl}(t_m + t_k) - t_k) = t_k + t_m - t_z(t_k + t_m) - t_{izl}(t_m + t_k)$ .

В табл. 1 для некоторых комбинаций параметров  $r_0, V_{0r}, a_r$  при  $a'_r = 0$  приведены результаты расчетов величины  $\delta(t)$ ,  $t = t_k + t_m$  для значений  $t = 0$  и  $t = T_{\text{кн}} = 1$  с.

**Таблица 1.** Различия по времени задержки для традиционной и точной модели  
**Table 1.** Differences in delay time for traditional and exact model

$r_0$ , км	$V_{0r}$ , м/с	$a_r$ , м/с <sup>2</sup>	$\delta(0)$ , нс	$\delta(T_{\text{kh}})$ , нс	$\delta(T_{\text{kh}}) - \delta(0)$ , нс	$r_0$ , км	$V_{0r}$ , м/с	$a_r$ , м/с <sup>2</sup>	$\delta(0)$ , нс	$\delta(T_{\text{kh}})$ , нс	$\delta(T_{\text{kh}}) - \delta(0)$ , нс
300	-500	0	3,333	3,328	-0,005	900	-500	0	10	9,994	-0,006
		-50	3,333	3,660	0,327			-50	9,999	10,992	0,993
		-100	3,333	3,992	0,659			-100	9,997	11,99	1,993
		-150	3,333	4,325	0,992			-150	9,996	12,987	2,991
	-3000	0	20	19,8	-0,2		-3000	0	60,001	59,801	-0,2
		-50	20	20,128	0,128			-50	59,999	60,794	0,795
		-100	20	20,456	0,456			-100	59,998	61,788	1,79
		-150	20	20,784	0,784			-150	59,996	62,781	2,785

Как следует из табл. 1, при начальной дальности до цели порядка сотен километров традиционная и точная модели практические совпадают за исключением смещения времени задержки для традиционной модели. Это смещение вызвано пренебрежением расстоянием, проходимом целью при ненулевой радиальной скорости цели за время прохождения электромагнитных волн от РЛС до цели в традиционной модели.

Наиболее существенным является разность  $\delta(T_{\text{kh}}) - \delta(0)$ , которая будет определять набег фазы  $\delta\varphi = 2\pi f_0 [\delta(T_{\text{kh}}) - \delta(0)]$  ОС в сравнении с опорным (определенным временем задержки для традиционной модели) на интервале радиолокационного контакта с целью. Так, например, при  $r_0 = 900$  км,  $V_{0r} = -500$  м/с;  $a_r = a'_r = 0$  и несущей частоте  $f_0 = 10$  ГГц получим  $\delta\varphi = 2\pi f_0 [\delta(T_{\text{kh}}) - \delta(0)] = -21,6^\circ$ . Полученная величина малосущественна с позиций КН. В то же время при  $V_{0r} = -3000$  м/с получим  $\delta\varphi = 2\pi f_0 [\delta(T_{\text{kh}}) - \delta(0)] = -720^\circ$ , то есть, начиная с четверти интервала когерентного накопления (в данном случае 0,25 с), фазы отраженного и опорного сигнала окажутся противоположными. Для повышения точности введем поправочный сдвиг по времени  $\delta t$ , так что скорректированная временная задержка в (4)

$$t_{zc} = \frac{2r(t - \delta t)}{c} = \frac{2r(t - r(t)/c)}{c}, \quad (9)$$

где  $\delta t \approx r(t)/c$  – величина поправки в первом приближении.

Получим выражение для  $t_{zc}$ , пренебрегая во временной поправке третьей производной по дальности  $\delta t \approx r_0/c + V_{0r}t/c + a_r t^2/2c$ :

$$t_{zc}(t) \approx \frac{2}{c} \left( r_0 + V_{0r} (t - \delta t) + \frac{1}{2} a_r (t - \delta t)^2 + \frac{1}{6} a'_r (t - \delta t)^3 \right) = \frac{2r_c(t)}{c}, \quad (10)$$

где

$$r_c(t) = r_{0c} + V_{0rc}t + \frac{1}{2} a_{rc}t^2 + \frac{1}{6} a'_{rc}t^3 \quad (11)$$

– скорректированный закон изменения дальности;

$$\begin{aligned} r_{0c} &= r_0 - V_{0r} \frac{r_0}{c} + a_r \frac{r_0^2}{2c^2} - a'_r \frac{r_0^3}{6c^3}; V_{0rc} = V_{0r} - \frac{1}{c} (V_{0r}^2 + a_r r_0) + \frac{1}{c^2} \left( a'_r \frac{r_0^2}{2} + a_r V_{0r} r_0 \right) - \frac{V_{0r} a'_r r_0^2}{2c^3}; \\ a_{rc} &= a_r - \frac{1}{c} (3V_{0r} a_r + a'_r r_0) + \frac{1}{c^2} (V_{0r}^2 a_r + a_r^2 r_0 + 2V_{0r} a'_r r_0) - \frac{1}{c^3} (V_{0r}^2 a'_r r_0 - a_r a'_r r_0^2); \\ a'_{rc} &= a'_r - \frac{1}{c} (3a_r^2 + 3V_{0r} a'_r) + \frac{1}{c^2} (3V_{0r} a_r^2 + 3a_r a'_r r_0 + 3V_{0r}^2 a'_r) - \frac{1}{c^3} (V_{0r}^3 a'_r - 3V_{0r} a_r a'_r r_0), \end{aligned} \quad (12)$$

– скорректированные начальные дальность, радиальная скорость, радиальное ускорение и производная радиального ускорения закона (10). При этом в (10) отброшены члены, содержащие степени времени больше трех.

Модуль ошибки  $|\delta(t)|$  для традиционной модели (3) с поправленным значением временной задержки (10), (11) при  $t \leq 1$  с и предельного случая  $|V_{0r}| < 30M$ ,  $|a_r| < 15g$  при наблюдении искусственного спутника Земли [8] не превышает 5 пс, при этом модуль разности  $|\delta(T_{\text{кн}}) - \delta(0)|$  не превышает 0,3 пс. Эти временные различия практически несущественны для метрового, дециметрового и сантиметрового диапазонов длин волн. Таким образом, времененная структура сигнала, отраженного от цели с законом движения (2), полностью эквивалентна временной структуре (3) с учетом (11) сигнала, отраженного от цели с начальными параметрами  $r_{0c}$ ,  $V_{0rc}$ ,  $a_{rc}$ ,  $a'_{rc}$ , которые определяются (12). Величина поправок является относительно небольшой, но существенной с позиций длительного когерентного накопления. Так, например, для  $r_0 = 900$  км,  $V_{0r} = -3000$  м/с,  $a_r = -150$  м/с<sup>2</sup>,  $a' = 0$  получим  $r_{0c} = 900,009$  км,  $V_{0rc} = -2999,58$  м/с,  $a_{rc} = -150,004$  м/с<sup>2</sup>,  $a'_{rc} = -0,0002$  м/с<sup>3</sup>, т. е. наиболее существенно изменились два первых параметра движения цели. Отметим, что, например, при  $f_0 = 10$  ГГц и  $T_{\text{кн}} = 1$  с разрешающая способность по скорости составит  $\Delta V = c / (2f_0 T_{\text{кн}}) = 0,015$  м/с, что существенно превышает величину  $|V_{0rc} - V_{0r}| = 0,42$  м/с. Очевидно, что из полученных оценок  $\hat{r}_{0c}$ ,  $\hat{V}_{0rc}$ ,  $\hat{a}_{rc}$ ,  $\hat{a}'_{rc}$  и (12) могут быть вычислены истинные параметры движения РЛС.

Рассмотрим далее трансформацию формы одиночного отраженного сигнала: изменение его длительности и закона модуляции. Временные задержки ОС по переднему и заднему фронту  $k$ -го импульса составят:  $t_{1k} = \frac{2r_c(kT_r)}{c}$ ;  $t_{2k} = \frac{2r_c(kT_r + T_0)}{c}$ , а длительность  $k$ -го импульса пачки  $T_k = t_k + T_0 + t_{2k} - (t_k + t_{1k}) = T_0 + \frac{2}{c} \left[ V_{0rc}T_0 + \frac{1}{2}a_{rc}((kT_r)^2 - (kT_r + T_0)^2) + \frac{1}{6}a'_{rc}((kT_r)^3 - (kT_r + T_0)^3) \right]$ .

Для всех характерных случаев можно принять  $T_k = T_0$ , т. е. не учитывать изменение длительности одиночного сигнала. Изменение закона модуляции может иметь место, если за время  $T_0$  цель перемещается на расстояние, большее, чем разрешающая способность по дальности  $|V_{0r}T_0 + a_rT_0^2/2 + a'_rT_0^3/6| > c/2\Delta f_0$ . Примем, что  $|V_{0r}| \gg |a_r|T_0$ , т. е. будем учитывать только начальную радиальную скорость. Запишем временное представление отраженного от одной блестящей точки сигнала при нулевом начальном времени задержки:

$$\dot{S}(t) = e^{j\pi\mu(t-t_{zc}(t))^2} = e^{j\pi\mu(t-V_\tau t)^2} = e^{j\pi\mu(1-V_\tau)^2 t^2} = e^{j\pi\mu_c t^2}, \quad (13)$$

где  $V_\tau = 2V_{0rc}/c$  – скорость изменения времени задержки;  $\tau_z(t) = V_\tau t$  – закон изменения времени задержки при нулевом временном сдвиге;  $\mu_c = \mu(1-V_\tau)^2$  – корректированная скорость изменения частоты ЛЧМ-сигнала.

Фаза ОС (с учетом приближений  $(t_k + t_m)^2 \approx t_k^2 + 2t_k t_m$ ;  $(t_k + t_m)^3 \approx t_k^3 + 3t_k^2 t_m$ ) составит  $\phi(m, k) = -4\pi \frac{f_0}{c} r_c(t_k + t_m) = -\psi_k - 4\pi \frac{f_0}{c} V_{d_k} t_m$ , где  $\psi_k = 4\pi \frac{f_0}{c} \left( r_{0k} + V_{0rk} t_k + \frac{1}{2}a_{rc} t_k^2 + \frac{1}{6}a'_{rc} t_k^3 \right)$ ;

$$V_{d_k} = V_{0rc} + a_{rc} t_k + \frac{1}{2}a'_{rc} t_k^2 \quad (14)$$

– начальная фаза и доплеровская скорость цели для  $k$ -го импульса пачки.

Использованные приближения основаны на том, что даже при достаточно длинных импульсах (единицы миллисекунд) и физически реализуемых радиальных ускорениях (десятки г) перемещение цели за время длительности импульса, обусловленного ускорением, не превысит долей миллиметра. Например, при  $a_r = 10g = 100$  м/с<sup>2</sup>,  $T_0 = 1$  мс получим  $a_r T_0^2/2 = 0,05$  мм.

Таким образом, временное представление (модель) ОС может быть записано в виде

$$\dot{S}(t_m, t_k) = S_0 \text{rect} \left[ \frac{1}{T_0} (t_m - \tau_k) \right] e^{j\pi\mu_c(t_m - \tau_k)} e^{-j\psi_k} e^{-j4\pi \frac{f_0}{c} V_{d_k} t_m}, \quad (15)$$

где  $\tau_k = t_{zc}(t_k)$  – время задержки  $k$ -го импульса пачки.

Выполним сжатие каждого из импульсов пачки с использованием согласованного фильтра (СФ) одиночного импульса со скоростью изменения частоты  $\mu_c$ , постоянной задержки фильтра  $t_{cf} = T_0$  [1, с. 144], настроенного на доплеровский сдвиг частоты  $F_{cf}$ . После СФ принимаемый сигнал с точностью до начальной фазы запишется в виде

$$\dot{S}_{czk}(t_m, t_k) = A_k \operatorname{sinc} \left\{ \Delta f_0 \left[ t_m - T_0 + \frac{F_{D_k} - F_{cf}}{\mu_c} - \tau_k \right] \right\} \times e^{-j\psi'_k} e^{-j\frac{4\pi f_0}{c} V_{d_k} t_m}, \quad (16)$$

где  $\operatorname{sinc}(x) = \sin(\pi x) / \pi x$ ;  $\psi'_k = \psi_k - 4\pi \frac{f_0}{c} r_{0k}$ ,  $A_k = S_0 T_0 \Delta f_0 (1 - |F_{D_k} - F_{cf}| / \Delta f_0)$  – амплитуды отраженных импульсов после СФ с учетом доплеровского сдвига частоты  $F_{D_k} = -2V_{d_k} / \lambda = F_{0D} - 2a_{rc} t_k / \lambda - a'_{rc} t_k^2 / \lambda$  – доплеровский сдвиг частоты  $k$ -го импульса пачки ОС;  $F_{0D} = -2V_{0rc} / \lambda$  – начальный доплеровский сдвиг частоты;  $\lambda = c / f_0$  – длина волны. Величина  $(F_{D_k} - F_{cf}) / \mu_c$  в аргументе  $\operatorname{sinc}(x)$  отражает изменение положения максимума сжатого ЛЧМ-сигнала в зависимости от разницы доплеровского сдвига частоты и частоты настройки СФ.

Как видно из (16), положения  $t_k^{\max}$  максимумов огибающих сжатых сигналов составляют  $t_k^{\max} = T_0 - \frac{F_{0D}}{\mu_c} + \frac{2r_{0c}}{c} + \frac{2}{c} (V_{0rc} + \frac{f_0}{\mu_c} a_{rc}) t_k + \frac{1}{c} (a_{rc} + \frac{f_0}{\mu_c} a'_{rc}) t_k^2 + \frac{1}{3c} a'_{rc} t_k^3 + \frac{c F_{cf}}{2\mu_c}$  и изменяются кубически в медленном времени, фазы максимумов изменяются по закону  $-\psi_k - 4\pi \frac{f_0}{c} V_{d_k} t_k^{\max}$ . Когерентное накопление ОС может быть достигнуто только при устраниении миграций дальности и частоты.

Выполним преобразование Фурье  $\text{FFT}\{\bullet\}$  над  $\dot{S}_{czk}(t_m, t_k)$  по переменной  $t_m$  быстрого времени. В соответствии с теоремой о спектрах получим:

$$\dot{G}_{czk}(F, t_k) = A_k e^{-j\psi'_k} \text{FFT} \left\{ \operatorname{sinc}(\Delta f_0(t_m - t_k^{\max})) e^{-j\frac{4\pi f_0}{c} V_{d_k} t_m} \right\} = A_k e^{-j\psi'_k} e^{-j2\pi(F - F_{D_k}) t_k^{\max}}. \quad (17)$$

Спектры  $\dot{G}_{czk}(F, t_k)$  отличны от нуля при  $-\Delta f_0 / 2 \leq F + (F_{D_k} + F_{cf}) \leq \Delta f_0 / 2$ . Выражение (17) для спектра сигналов на выходе СФ определяет возможный алгоритм обработки.

### Базовый алгоритм когерентного накопления

С учетом линейности операций прямого и обратного преобразования Фурье при когерентном накоплении сигнала с заданными значениями скорости, ускорения и производной ускорения необходимо обеспечить синфазное сложение спектров с учетом коррекции миграций дальности и частоты и умножить результат на комплексную частотную характеристику согласованного фильтра:

$$\dot{G}_\Sigma(F) = \dot{G}_{cf}(F) \sum_{k=0}^{K-1} \dot{Q}(F, k) \dot{G}(F, t_k), \quad (18)$$

где  $\dot{G}_{cf}(F) = F \left\{ S_{zc}^*(T_0 - t) e^{-j2\pi F_{cf}(T_0 - t)} \right\}$  – комплексная частотная характеристика (КЧХ) СФ, настроенного на доплеровский сдвиг частоты  $F_{cf}$ ;

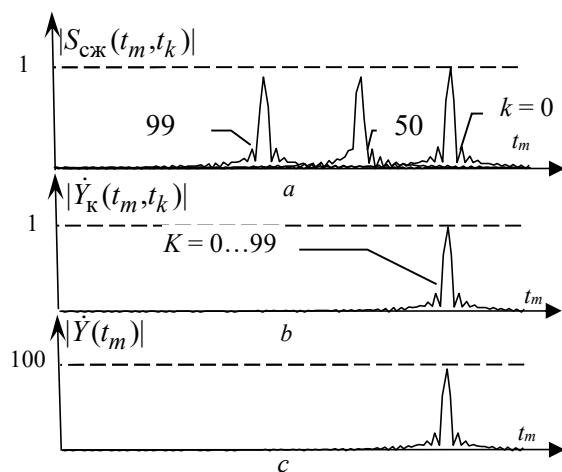
$$Q(F, k) = \underbrace{e^{j\frac{4\pi f_0}{c} V_{0s} t_k} e^{j\frac{2\pi f_0}{c} a_s t_k^2} e^{j\frac{2\pi f_0}{3c} a'_s t_k^3}}_{\text{компенсация МЧ}} \times \underbrace{e^{j\frac{4\pi}{c} \left( F + \frac{2f_0(V_{0s} + a_s t_k + \frac{1}{2} a'_s t_k^2)}{c} \right) \left( \left( V_{0r} + \frac{f_0}{\mu_c} a_s \right) t_k + \frac{1}{2} \left( a_s + \frac{f_0}{\mu_c} a'_s \right) t_k^2 + \frac{1}{6} a'_s t_k^3 + \frac{c F_{cf}}{2\mu_c} \right)}}_{\text{компенсация МД}} \quad (19)$$

– фазовая функция, обеспечивающая компенсацию миграции по дальности и частоте и выравнивание фаз спектров для  $k$ -го импульса пачки;  $V_{0s}$ ,  $a_s$ ,  $a'_s$  – опорные значения

начальной радиальной скорости цели, начального радиального ускорения и производной ускорения  $V_{0s} \approx V_{0rc}$ ,  $a_s \approx a_{rc}$ ,  $a'_s \approx a'_{rc}$ . Выходной сигнал канала дальности находится обратным (IFFT) преобразованием Фурье:

$$\dot{Y}(t) = \text{IFFT}\{\dot{G}_\Sigma(F)\}. \quad (20)$$

Работоспособность алгоритма оценивалась методом компьютерного моделирования. На рис. 1 приведена иллюстрация процесса обработки принимаемого сигнала предлагаемым алгоритмом для одного из характерных случаев. Рис. 1, *a* соответствует результату внутрипериодной обработки импульсов ОС. Сжатые сигналы распределены по оси задержки неравномерно в соответствии с заданными параметрами движения цели. Рис. 1, *b* соответствует случаю устранения миграции дальности и частоты согласно (18) (без суммирования спектров) с последующей реализацией обратного преобразования Фурье. Видно, что положения максимумов всех сжатых импульсов на оси временных задержек совпадают. Кроме того, их фазы одинаковы. Результат когерентного сложения в число импульсов раз больше, чем амплитуда первого импульса пачки (рис. 1, *c*).



**Рис. 1.** Иллюстрация миграции по дальности, ее компенсации и когерентного накопления для базового алгоритма

**Fig. 1.** Illustration of range migration, its compensation and coherent accumulation for the basic algorithm

## Выводы

Предлагаемые точная и приближенная модели позволяют воспроизвести и с требуемой точностью описать структуру отраженного сигнала во временной и спектральной области при длительном когерентном накоплении и ненулевых высших производных дальности до радиолокационной цели. Базовый алгоритм КН позволяет устранять миграцию дальности и ее производных в спектральной области и обеспечить накопление отраженного сигнала без потерь. Его основным недостатком является большое число каналов обработки. Для снижения числа каналов обработки необходимо обоснование быстрых процедур длительного КН с высоким естественным параллелизмом.

## Список литературы

1. Охрименко А. Е. *Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. Ч. I. Основы радиолокации*. Москва: Военное издательство Министерства обороны СССР; 1983.
2. Чепкасов А.В., Сухоплюев А.В. Радиолокационный прием пачки импульсов большой длительности при обнаружении движущихся целей. *Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей»*. 2019;1:30-34.
3. Ильчук А.Р., Синицын И.А., Цветков О.Е. Алгоритмы обработки сигналов, отраженных от высокоскоростных летательных аппаратов, в бортовых радиолокационных системах. *Информационно-измерительные и управляющие системы*. 2014;7:16-23.

4. Ильчук А.Р., Меркулов В.И., Юрчик И.А. Особенности обнаружения сигналов в бортовых РЛС при наблюдении интенсивно маневрирующих целей. *Радиотехника*. 2004;10:63-67.
5. Архипов М. Ю., Николаев А. П. Алгоритмы накопления радиолокационных сигналов, отраженных от высокоскоростной цели. *Антенны*. 2013;1:57-61.
6. Mark A. Richards. The Keystone transformation for correcting range migration in range-Doppler processing. Available at <http://users.ece.gatech.edu/mrichard/Keystone.pdf>; March 2014.
7. Jin K., Lai T., Wang Y., Li G., Zhao Y. Coherent Integration for Radar High-Speed Maneuvering Target Based on Frequency-Domain Second-Order Phase Difference. *Electronics*. 2019;8:287.
8. Саврасов Ю.С. *Алгоритмы и программы в радиолокации*. Москва: Радио и связь;1985.

## References

1. Okhrimenko A. E. [Fundamentals of radar and electronic warfare. Part 1. Basic of radar]. Moscow: Military publishing house of the Ministry of Defense of the USSR;1983. (In Russ.)
2. Chepkasov A.V., Sukhoplyuev A.V. [Radar reception of a burst of pulses of long duration when moving targets are detected]. *Bulletin of the Concern ADS «Almaz - Antey»*. 2019;1:30-34. ( In Russ.)
3. Ilchuk A.R., Sinitsyn I.A. [Algorithms for processing signals reflected from high-speed aircraft in on-board radar systems]. *Radiotekhnika = Radioengineering*. 2014;7:16-23. ( In Russ.)
4. Ilchuk A.R., Merkulov V.I., Yurchik I.A. [Features of signal detection in airborne radars when observing intensively maneuvering targets]. *Radiotekhnika = Radioengineering*. 2004;10:63-67. ( In Russ.)
5. Arkhipov M. Yu., Nikolaev A. P. [Algorithms for the accumulation of radar signals reflected from a high-speed target]. *Antenny = Antennas*. 2013;1:57-61. ( In Russ.)
6. Mark A. Richards. The Keystone transformation for correcting range migration in range-Doppler processing. Available at <http://users.ece.gatech.edu/mrichard/Keystone.pdf>; March 2014.
7. Jin K., Lai T., Wang Y., Li G., Zhao Y. Coherent Integration for Radar High-Speed Maneuvering Target Based on Frequency-Domain Second-Order Phase Difference. *Electronics*. 2019;8:287
8. Savrasov Yu.S. [Radar algorithms and programs]. Moscow: Radio and communications; 1985. (In Russ.)

## Вклад авторов

Козлов С.В. разработал постановку задачи и выполнил анализ полученных результатов.  
Ле Ван Кьюонг разработал модель отраженного сигнала, базовый алгоритм когерентного накопления и провел математическое моделирование.

## Author's contribution

Kozlov S.V. developed a problem statement and performed an analysis of the results obtained.  
Le Van Cuong developed a model of the reflected signal, a basic coherent accumulation algorithm and carried out mathematical modeling.

## Сведения об авторах

Козлов С.В., д.т.н., доцент, профессор кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Ле Ван Кьюонг, аспирант кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

## Information about the authors

Kozlov S.V., D.Sc., Associate professor, Professor at the Information Radioengineering Department of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

Le Van Cuong, Postgraduate student at the Information Radioengineering Department of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

## Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,  
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,  
Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники;  
тел. +375-17-293-20-73;  
e-mail: kozlov@bsuir.by

## Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,  
Minsk, P. Brovka str., 6,  
Belarusian State University  
of Informatics and Radioelectronics;  
tel. +375-17-293-20-73;  
e-mail: kozlov@bsuir.by