УДК 681.32

МИНИМИЗАЦИЯ СУММАРНОГО ВЗВЕШЕННОГО ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ТРЕБОВАНИЙ

Ю. Н. Сотсков[1], Н. Г. Егорова[1], Д. А. Холодок[2]
[1]Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск
e-mail: sotskov@newman.bas-net.by, NataMog@yandex.ru
[2] Иностранное производственное унитарное предприятие
«ИССОФТ СОЛЮШЕНЗ», Минск, Беларусь
e-mail: dm.kholodok@gmail.com

Рассматривается неопределенная задача $1 | p_i^L \le p_i \le p_i^U | \sum w_i C_i$ построения оптимальной перестановки обслуживания требований множества $J = \{J_1, J_2, ..., J_n\}$, $n \ge 2$, на одном приборе. Каждому требованию $J_i \in J$ приписан вес $w_i > 0$, характеризующий важность более раннего завершения обслуживания требования $J_i \in J$. Фактическая длительность p_i обслуживания требования $J_i \in J$ может равняться любому вещественному числу, заключенному между нижней границей $p_i^L > 0$ и верхней границей $p_i^U \ge p_i^L$, которые известны до построения расписания. Законы распределения вероятностей случайных длительностей обслуживания требований не известны при построении расписания. Точное значение длительности p_i становится известным только в момент C_i завершения обслуживания требования J_i. Каждое требование $J_i \in J$ должно быть обслужено на приборе без прерываний.

В задаче $1 | p_i^L \le p_i \le p_i^U | \sum w_i C_i$ требуется построить такую перестановку обслуживания всех требований из множества J, для которой суммарное взвешенное время $\sum_{i=1}^n w_i C_i$ обслуживания требований $J = \{J_1, J_2, ..., J_n\}$ принимает наименьшее возможное значение.

Если нижняя граница $p_i^L > 0$ и верхняя граница p_i^U длительностей обслуживания каждого требования $J_i \in J$ совпадают, т. е. $p_i^L = p_i^U$, то неопределенная задача $1 | p_i^L \le p_i \le p_i^U | \sum w_i C_i$ превращается в детерминированную задачу $1 || \sum w_i C_i$, которая может быть решена за время $O(n \log n)$ [1].

Для задачи $1 | p_i^L \le p_i \le p_i^U | \sum w_i C_i$ в общем случае не существует такой перестановки из множества S всех $n!$ перестановок обслуживания требований множества J, которая оставалась бы оптимальной при всех фиксированных векторах $p=(p_1, p_2, ..., p_n)$ длительностей обслуживания требований из множества $T=\{p=(p_1, p_2, ..., p_n): p \in R_+^n,\ \ p_i^L \le p_i \le p_i^U,$ $i \in \{1, 2, ..., n\}\}$. Здесь R_+^n обозначает множество всех неотрицательных действительных векторов размерности n.

В работе [2] в качестве меры устойчивости оптимальной перестановки $\pi_k \in S$ обслуживания требований J к возможным вариациям длительностей обслуживания требований использовался многогранник оптимальности этой перестановки, а в качестве приближенного решения задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$ – перестановка π_k с максимальным взвешенным периметром многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$.

В работе [2] показано, что для фиксированной перестановки π_k обслуживания требований множества $J=\{J_1, J_2, ..., J_n\}$ многогранник оптимальности $OB(\pi_k, T)$ можно построить за время $O(n)$. Исследованы также свойства многогранника оптимальности перестановки $\pi_k \in S$ обслуживания требований множества $J=\{J_1, J_2, ..., J_n\}$ для задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$. На основе доказанных свойств многогранника оптимальности разработаны алгоритмы и программы построения перестановки $\pi_k \in S$ обслуживания требований с наибольшим взвешенным периметром многогранника оптимальности.

В проведенных в работе [2] вычислительных экспериментах выделены случаи, когда разработанные алгоритмы оказывались более эффективными по сравнению с известными алгоритмами [3], разработанными для приближенного решения задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$. Доказанные свойства многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$, а также разработанные алгоритмы основаны на выделении блоков требований из заданного множества J.

В разработанных авторами алгоритмах [2] для всех требований, принадлежащих нескольким блокам с нефиксированными в блоках требованиями, использованы эффективная процедура перебора допустимых вариантов принадлежности этих требований блокам (для организации ветвления в алгоритме), поиск частичной перестановки с минимальным значением штрафа для каждого полученного случая и выбор частичной перестановки с минимальным штрафом для ветвления всех построенных частичных перестановок.

Поскольку многогранник оптимальности $OB(\pi_k, T)$ определяется первым, вторым, предпоследним и последним требованиями в каждом блоке, а для построения искомой перестановки достаточно рассматривать только те случаи, когда последнее требование из блока не принадлежит следующему блоку, то для поиска наибольшего многогранника оптимальности достаточно рассмотреть только те случаи, когда в блок распределено не более трех нефиксированных в блоках требований. Остальные требования либо не влияют на многогранник оптимальности, либо могут быть распределены в следующие рассматриваемые в алгоритме блоки. После нахождения наибольшего многогранника оптимальности при построении перестановки с таким же многогранником такие нераспределенные в блоки требования можно поместить в любой из блоков, которым они могут принадлежать.

Описанная выше модернизация алгоритмов, предложенных в работе [2], позволила существенно сократить время на получение перестановки с наибольшим многогранником оптимальности $OB(\pi_k, T)$.

Были проведены вычислительные эксперименты по решению на персональном компьютере тестовых задач $1 | p_i^L \le p_i \le p_i^U | \sum w_i C_i$ с двумя или тремя блоками при условии, что число нефиксированных в блоках требований не превышает десяти. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что модифицированные алгоритмы поиска перестановки $\pi_k \in S$ с наибольшим полупериметром многогранника оптимальности для указанных задач $1 | p_i^L \le p_i \le p_i^U | \sum w_i C_i$ уменьшают в среднем в 2,5 раза время построения искомой перестановки π_k по сравнению с алгоритмами, представленными в работе [2].

Разработанные и протестированные алгоритмы и программы рекомендуется использовать для построения близких к оптимальным расписаний при обслуживании требований с неопределенными числовыми параметрами для обслуживающего прибора, который является «узким местом» производственного процесса.

Разработанные алгоритмы и программы можно использовать и в компьютерном приложении для тайм-менеджмента [4], а также при решении задачи составления оптимального расписания производства и доставки в течение рабочего дня скоропортящихся продуктов партиями от изготовителя в торговую сеть города [5].

Список литературы

1. Smith, W. E. Various Optimizers for Single-Stage Production / W. E. Smith // Naval Research and Logistics Quarterly. – 1956. – Vol. 3, no. 1. – P. 59–66.

2. Sotskov, Y. N. Single machine scheduling problem with interval processing times and total completion time objective / Yu. N. Sotskov,

N. G. Egorova // Algorithms: Special Issue on Algorithms for Scheduling Problems. – 2018. – Vol. 11, no. 6 – P. 21–40.

3. Allahverdi, A. Single machine scheduling problem with interval processing times to minimize mean weighted completion times / A. Allahverdi, H. Aydilek, A. Aydilek // Computers & Operations Research. – 2014. – Vol. 51. – P. 200–207.

4. Сотсков, Ю. Н. Алгоритмы планирования рабочего времени в условиях неопределенности / Ю. Н. Сотсков, Н. Г. Егорова, Н. М. Матвейчук // Информатика. – 2020. – Т. 17, № 2. – С. 86–102.

5. Sotskov, Y. N. Single-machine scheduling with uncertain durations for optimizing service logistics with one truck / Y. N. Sotskov, N. G. Egorova // EURO mini-conf. on Logistics Analytics, Minsk, 18–19 June, 2018. – Minsk, 2018. – P. 29.