

УДК 628.336

ЧАСТОТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ БИХ-ФИЛЬТРОВ НИЖНИХ ЧАСТОТ

Конон М.С., студент гр.960801

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники¹

г. Минск, Республика Беларусь

Данейко Т.М. – канд. физ.-мат. наук

Аннотация. Фильтры сигналов разделяются на аналоговые и цифровые. Выделяют два класса: КИХ-фильтры и БИХ-фильтры. В зависимости от полосы частот прохождения сигнала фильтры могут быть: ФНЧ, ФВЧ, ПФ и режекторные. В случае цифровых частотно-избирательных фильтров можно сначала рассчитать аналоговый частотно-избирательный фильтр требуемого типа и затем преобразовать этот фильтр в цифровой.

Ключевые слова. Фильтр нижних частот, бесконечно импульсная характеристика, цифровой фильтр.

Фильтром называется цепь (система, устройство), обеспечивающая необходимую реакцию на заданный входной сигнал. Основное применение фильтров заключается в выделении полезного сигнала из аддитивной смеси его с шумом. То есть фильтр преобразует входной сигнал таким образом, что определенные полезные гармоники входного сигнала сохраняются в выходном сигнале, а нежелательные подавляются.

Фильтры сигналов разделяются на аналоговые и цифровые. В аналоговых фильтрах производится преобразование аналоговых (непрерывных) сигналов. Цифровой фильтр, работающий в реальном масштабе времени, оперирует с дискретными по времени данными. При этом очередной отсчет, соответствующий отклику фильтра, формируется по окончании каждого периода дискретизации. Среди цифровых фильтров, в свою очередь, выделяют два фундаментальных класса: фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры или нерекурсивные) и фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтры или рекурсивные) [1].

В зависимости от полосы частот прохождения сигнала фильтры подразделяются на фильтры нижних частот (ФНЧ), верхних частот (ФВЧ), полосовые (ПФ) и режекторные (см. рис.1). Традиционный подход к расчету подобных частотно-избирательных фильтров сводится, во-первых, к расчету нормированного по частоте низкочастотного фильтра-прототипа и затем, на основе алгебраического преобразования, к расчету требуемого фильтра нижних частот, верхних частот, полосового или режекторного типа по данным низкочастотного фильтра-прототипа [2].

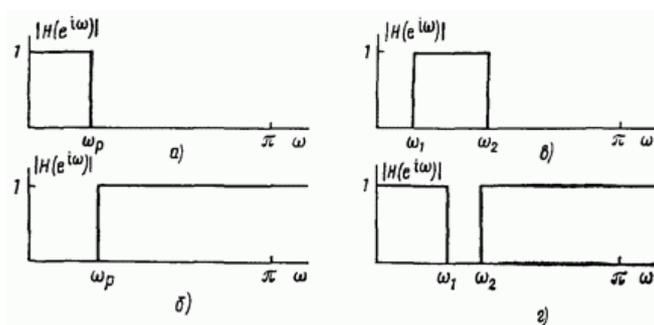


Рисунок 1 - Частотные характеристики идеальных фильтров: а) нижних частот; б) верхних частот; в) полосового; г) режекторного

В случае цифровых частотно-избирательных фильтров можно сначала рассчитать аналоговый частотно-избирательный фильтр требуемого типа и затем преобразовать этот фильтр в цифровой. Другая процедура заключается в расчете цифрового низкочастотного фильтра-прототипа с последующим выполнением для него алгебраического преобразования для того, чтобы получить требуемый частотно-избирательный цифровой фильтр. Эта процедура может

применяться вне зависимости от вида процедуры расчета, использованной для получения цифрового низкочастотного фильтра-прототипа.

Частотно-избирательные фильтры низкочастотного, высокочастотного, полосового и режекторного типов могут быть получены из низкочастотного цифрового фильтра путем использования рациональных преобразований, очень сходных с билинейным преобразованием, которое применялось для преобразования аналоговой передаточной функции в цифровую. Чтобы увидеть, как это выполняется, будем считать, что комплексная переменная z связана с низкочастотной передаточной функцией $H_1(z)$, а комплексная переменная Z — с требуемой передаточной функцией $H_d(Z)$. Затем определим отображение из z -плоскости на Z -плоскость в виде $z^{-1}=G(Z^{-1})$ так, что $H_d(Z)=H_1(G^{-1}(Z^{-1}))$, где $G^{-1}()$ обозначает обратное отображение, т. е. $Z^{-1}=G^{-1}(z^{-1})$. При этом отображение должно быть таким, чтобы рациональная передаточная функция $H_1(z)$, соответствующая устойчивому и физически реализуемому цифровому фильтру, была преобразована в рациональную передаточную функцию $H_d(Z)$, соответствующую снова устойчивому и физически реализуемому цифровому фильтру. Поэтому требуется, чтобы: 1) $G(Z^{-1})$ была рациональной функцией Z^{-1} (или Z); 2) внутренняя область единичного круга z -плоскости должна отображаться во внутреннюю область единичного круга Z -плоскости [3].

Таким образом, если Θ и w являются переменными от частоты в плоскостях z и Z соответственно, т. е. $z=e^{j\Theta}$ и $Z=e^{jw}$, тогда $e^{-i\Theta} = |G(e^{-iw})|e^{i \arg[G(e^{-iw})]}$ при $|G(e^{-iw})|=1$ и $\Theta=-\arg[G(e^{-iw})]$.

Приведенное выше выражение определяет соотношение между частотами в плоскостях z и Z . Было показано, что наиболее общая форма функции $G(Z^{-1})$, удовлетворяющая всем вышеуказанным требованиям, имеет вид

$$G(Z^{-1}) = \pm \prod_{k=1}^N [(Z^{-1} - \alpha_k)/(1 - \alpha_k Z^{-1})], \quad (1)$$

где $|\alpha_k| < 1$ для устойчивости. Путем выбора соответствующих значений для N и констант α_k можно получить множество отображений. Простейшим является то, которое преобразует один фильтр нижних частот в другой фильтр нижних частот. Для этого случая

$$z^{-1} = G(Z^{-1}) = (Z^{-1} - \alpha)/(1 - \alpha Z^{-1}). \quad (2)$$

Если подставить $z=e^{j\Theta}$ и $Z=e^{jw}$, то получим выражение $e^{-i\Theta} = (e^{-iw} - \alpha)/(1 - \alpha e^{-iw})$, из которого можно увидеть, что

$$w = \arctan g[(1 - \alpha^2) \sin \theta / (2\alpha + (1 + \alpha^2) \cos \theta)]. \quad (3)$$

Характер этой взаимозависимости для различных значений α показан на рис. 2.

Хотя искажение шкалы частот очевидно на рис. 2 (за исключением $\alpha=0$) в случае, если исходная система имеет кусочно-постоянную частотную характеристику в области нижних частот с частотой среза Θ_p , то преобразованная система будет также иметь подобную низкочастотную характеристику с частотой среза w_p , определенную выбором α . Выразив α через Θ_p и w_p , получим

$$\alpha = \sin((\theta_p - w_p)/2) / \sin((\theta_p + w_p)/2). \quad (4)$$

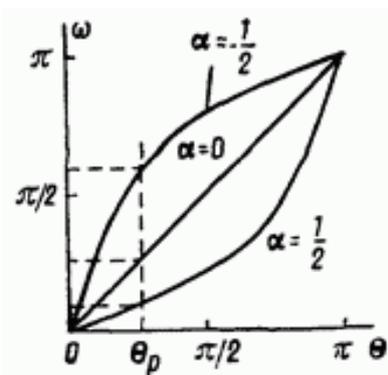


Рисунок 2 - Искажения шкалы частот при преобразовании типа нижние частоты — нижние частоты

Таким образом, чтобы использовать эти результаты для получения $H_d(Z)$ фильтра нижних частот с частотой среза ω_p из уже имеющейся $H_l(z)$ фильтра нижних частот с частотой среза Θ_p , следовало бы воспользоваться вышеприведенным соотношением для определения α из выражения $H_d(Z) = H_l(z)|_{z^{-1}=(z^{-1}-\alpha)/(1-\alpha z^{-1})}$.

Список использованных источников:

1. Голышев Н.В., Щетинин Ю.И. Теория и обработка сигналов: Учеб.пособие.- Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1998
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов.- СПб.:Питер,2003
3. Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов: Пер. с англ / Под ред. С. Я. Шаца. — М.: Связь, 1979.

UDC 628.336

FREQUENCY CONVERSION OF DIGITAL IIR LOW-PASS FILTERS

Konon M.S.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics¹, Minsk, Republic of Belarus

Daneyko T.M. – PhD in Physics and Mathematics

Annotation. Signal filters are divided into analog and digital filters. There are two classes: FIR filters and IIR filters. Depending on the bandwidth of the signal, filters can be: VLF, VHF, PF, and regenerative. In the case of digital frequency selective filters, you can first calculate an analog frequency selective filter of the desired type and then convert this filter to digital.

Keywords. Low-pass filter, infinite-pulse response, digital filter.