Н. С. Кучко, С. А. Гусев, А. С. Гудков

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НА ПРОСТЕЙШИЙ ПУАССОНОВСКИЙ ПОТОК

Рассматриваются применение закона распределения при решении задач на простейший пуассоновский поток, в частности на парадокс времени ожидания. Рассматриваемые задачи являются прекрасным примером для понимания данной темы.

Введение

Каждый наверняка встречался с такой ситуацией: вы приходите на остановку. Написано, что автобус ходит каждые 10 минут. Засекаете время... Однако автобус приходит только через 11 минут. По идее, если автобусы приходят каждые 10 минут, а вы придёте в случайное время, то среднее ожидание должно составлять около 5 минут. Но в действительности автобусы не прибывают точно по расписанию, поэтому вы можете ждать дольше. Оказывается, при некоторых разумных предположениях можно прийти к поразительным выводам.

I. Ход исследования

Парадокс времени ожидания является частным случаем более общего явления – парадокса инспекции, который возникает всякий раз, когда вероятность наблюдения количества связана с наблюдаемым количеством. Например, анкетирование студентов университета о среднем размере группы. Хотя школа правдиво говорит о среднем количестве 30 студентов в группе, но средний размер группы с точки зрения студентов гораздо больше. Причина в том, что в больших группах больше студентов, что и выявляется при их опросе.

В случае автобусного графика с заявленным 10-минутным интервалом иногда промежуток между прибытиями длиннее 10 минут, а иногда и короче. И если придти на остановку в случайное время, то у вас больше вероятность столкнуться с более длинным интервалом, чем с более коротким. И поэтому логично, что средний промежуток времени, между интервалами ожидания дольше, чем средний промежуток времени между автобусами, потому что более длинные интервалы чаще встречаются в выборке. Но парадокс времени ожидания делает более сильное заявление: если средний интервал между автобусами составляет N минут, то среднее время ожидания для пассажиров составляет 2N минут.

Об этой проблеме можно рассуждать так: процесс Пуассона – это процесс без памяти (т. е. история событий не имеет никакого отношения к ожидаемому времени следующего события). Поэтому по приходу на автобусную остановку среднее время ожидания автобуса всегда одинаково (в нашем случае – 10 минут), независимо от того, сколько времени прошло с момента предыдущего автобуса. При этом не имеет значения, как долго вы уже ждали: ожидаемое время до следующего автобуса всегда ровно 10 минут: в пуассоновском процессе вы не получаете «кредит» за время, проведённое в ожидании.

II. Выводы

Парадокс времени ожидания является интересной отправной точкой для обсуждений, которые включают в себя моделирование, теорию вероятности и сравнение статистических предположений с реальностью. Хотя было установлено, что в реальном мире автобусные маршруты подчиняются некоторой разновидности парадокса инспекции, приведённый в ходе работы анализ довольно убедительно показывает: основные предположения, лежащие в основе рассматриваемого парадокса. На самом деле в хорошо управляемой системе общественного транспорта есть специально структурированные расписания, чтобы избежать такого поведения: автобусы не начинают свои маршруты в случайное время в течение дня, а стартуют по расписанию, выбранному для наиболее эффективной перевозки пассажиров.

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман // Москва: «Высшая школа», – 2003. – 480 с.

Кучко Никита Сергеевич, студент 2 курса кафедры информационных технологий автоматизированных систем БГУИР, nikitakuchko2002@mail.ru.

Гусев Станислав Александрович, студент 2 курса кафедры информационных технологий автоматизированных систем БГУИР, st.al.gusev@gmail.com.

Гудков Алексей Сергеевич, студент 2 курса кафедры информационных технологий автоматизированных систем БГУИР, gudkou_fitu@mail.ru.

Научный руководитель: Гуринович Алевтина Борисовна, заместитель декана ФИТиУ, кандидат физико-математических наук, доцент, gurinovich@bsuir.by.