

АНАЛИЗ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХААРА

Романовский Н.Д.

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
г. Минск, Республика Беларусь*

Научный руководитель: Ролч О.Ч. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры ПИКС

Аннотация. Рассматриваются алгоритмы преобразования Хаара и быстрого преобразования Хаара в качестве одного из основных методов эффективного преобразования сигналов и изображений.

Ключевые слова: преобразование Хаара, быстрое преобразование Хаара

Введение. В области обработки сигналов и изображений актуальной является задача эффективного преобразования сигналов для их последующей обработки и анализа. Одним из наиболее популярных алгоритмов для этой цели является дискретное преобразование Хаара. В частности, оптимизацией данного алгоритма является алгоритм быстрого преобразования Хаара.

Основная часть. Преобразование Хаара – это метод дискретного преобразования сигналов, который использует вейвлеты Хаара. Преобразование Хаара может быть использовано для анализа сигналов, таких как изображения и звуковые сигналы. [1, 2]

В качестве примера разберем преобразование Хаара на изображении. Для простоты анализа возьмем черно-белое изображение, поскольку оно имеет только одну составляющую, которая показывает яркость пикселя. Это значение яркости будет варьироваться от 0 до 255.

Возьмем матрицу 4x4, которая показывает значения яркости пикселей в изображении:

$$\begin{bmatrix} 8 & 9 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 1 & 2 & 4 \\ 8 & 7 & 9 & 3 \end{bmatrix}$$

Теперь разобьем значения этой матрицы по парам: (8, 9), (4, 1) и так далее.

Теперь необходимо найти их сумму и разность, записать их следующим образом, попарно: (17, -1), (5, 3).

Левые значения называются коэффициентами аппроксимации, а правые – коэффициентами различия (детализации). При этом значения исходной матрицы можно восстановить, зная сумму и разность исходных значений. Также, чтобы площадь изображения не менялась, а оставалась исходной, необходимо разделить каждый из элементов матрицы на $\sqrt{2}$ [3]. Проведем операцию над всеми строками получим матрицу:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 17 & 5 & -1 & 3 \\ 5 & 9 & -1 & -1 \\ 8 & 6 & 6 & -2 \\ 15 & 12 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

В левой части матрицы находятся коэффициенты аппроксимации, а в правой – коэффициенты различия. Значения в левой части являются огрубленной версией исходного изображения, а значения в правой – детализирующими значениями, которые необходимы для восстановления исходного изображения.

Далее необходимо провести такую же операцию, только со столбцами, после чего получится матрица:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 22 & 14 & -2 & 2 \\ 23 & 18 & 7 & 4 \\ 12 & -4 & 0 & 4 \\ -7 & -6 & 5 & -8 \end{bmatrix}$$

Разделим эту матрицу на области A (верхний левый угол), H (верхний правый угол), V (нижний левый угол) и D (правый нижний угол). Область A показывает глобальные свойства изображения, оно имеет самое большое значение среди всех областей матрицы. Область H показывает информацию о вертикальных строках, скрытых в изображении, а V , соответственно, о горизонтальных. Область D показывает информацию о диагональных деталях, скрытых в изображении. Поскольку, значения яркостей обычно коррелируются (похожие) у соседних пикселей, значения в D обычно приближены к нулю. В рассматриваемом примере же это так не является, поскольку значения взяты случайно, чтобы более наглядно показать как работает алгоритм.

Этот алгоритм продолжается до тех пор, пока не достигнута цель: определенное количество применений этого алгоритма, ограничение по времени или какое-то другое. Например, на рисунке 1 показано 3 применения алгоритма на изображении.

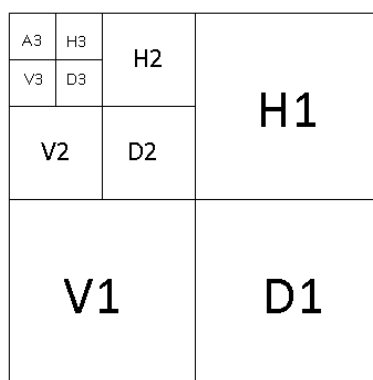


Рисунок 1 – Трехкратное применения преобразования Хаара

Алгоритм быстрого преобразования Хаара (БПХ) основан на рекурсивном применении преобразования Хаара к сигналу или изображению, разбитому на блоки определенного размера. Это позволяет вычислить преобразование Хаара для больших сигналов или изображений с быстрой скоростью.

Алгоритм БПХ включает в себя последовательность действий: изображение разбивается на блоки определенного размера, обычно размер блока равен степени двойки; применяется преобразование Хаара к каждому из блоков; полученные коэффициенты разбиваются на коэффициенты аппроксимации и различия (детализации); рекурсивно применяется алгоритм к коэффициентам аппроксимации и полученные результаты объединяются, после чего исходное изображение может восстановиться путем применения обратного преобразования Хаара, которое выполняет описанные выше действия в обратном порядке.

БПХ имеет более высокую скорость выполнения, в отличие от обычного преобразования Хаара, но при этом для БПХ необходимо выделять большую память, поскольку промежуточных значений, которые хранятся при использовании БПХ больше, чем тех значений, которые необходимо хранить при преобразовании Хаара.

Для реализации БПХ необходимо использовать изображение, стороны которого кратны степени двойки и равны между собой, при этом изображение должно быть черно-белое. Для реализации возьмем изображение размером 512x512 пикселей, которое изображено на рисунке 2.



Рисунок 2 – Исходное изображение для БПХ

Используем алгоритм БПХ для этого изображения, после чего получаем изображение, имеющее структуру, представленную на рисунке 1. Полученное изображение представлено на рисунке 3.

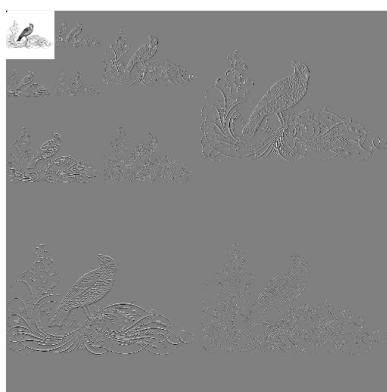


Рисунок 3 – Изображение после использования БПХ

Полученное изображение можно восстановить, используя обратный алгоритм для БПХ. Инвертированное изображение получается таким же, как и то, что показано на рисунке 2.

Заключение. Алгоритм БПХ позволяет ускорить алгоритм преобразования Хаара для обработки сигналов и изображений. После применения данного алгоритма к изображению было продемонстрировано, что изображение рекурсивно проходит алгоритм, работая с областью A , при этом оставляя детализированные части V , H и D , которые необходимы для восстановления исходного изображения.

Список литературы

1. Чуй, К. Введение в вейвлеты / К. Чуй ; пер. с англ. Жилейкина Я.М. - М.: Мир. 2001. - 412 с.
2. Яковлев, А.Н. Введение в вейвлет-преобразования / А.Н. Яковлев : учеб. пособие. - Новосибирск : Изд-во ИГТУ, 2003. - 104 с.
3. Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии. Учебное пособие. – М.: Издательство Триумф, 2003.

UDC 004.932

ANALYSIS OF THE FAST HAAR TRANSFORM

Romanovsky N.D.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

Rolich O.Ch. – PhD, associate professor, associate professor of the Department of ICSD

Annotation. The algorithms of the Haar transform and the fast Haar transform are considered as one of the main methods for the efficient transformation of signals and images.

Keywords: Haar transform, fast Haar transform