

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники

УДК 62-50

Лыгач
Александра Николаевна

Адаптивная оптимальная фильтрация дискретных переключающихся
процессов, заданных уравнениями

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание степени магистра
по специальности 1-39 80 01 «Радиосистемы и радиотехнологии»

Научный руководитель
ДАВЫДЕНКО Игорь Николаевич
Кандидат технических наук, доцент

Минск 2023

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире актуальным является применение теории фильтрации к задачам пространственно-временной обработки сигналов. Это направление особенно важно для современных радиоэлектронных систем, работающих в условиях радиоэлектронного противодействия при быстром изменении сигнально-помеховой обстановки.

В связи с указанным решением задач, поставленных в магистерской диссертации, позволит синтезировать адаптивные (приспосабливающиеся) системы и устройства, способные принимать информацию в условиях априорной неопределенности. Параметры и структура таких систем и устройств должны изменяться со временем по мере "изучения" тем или иным способом рассматриваемой ситуации.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Оптимальная фильтрация является важной задачей современных информационных радиотехнических систем и предназначена для воспроизведения с наилучшей точностью сообщения, наблюдаемого на фоне шумов. Однако методы оптимальной фильтрации предполагают наличие большого объема априорной информации о характеристике полезного сообщения, шумов наблюдения. Эта априорная информация зачастую неизвестна заранее в полном объеме и, кроме того, меняется во времени. Неточность в задании априорной информации приводит к снижению точности оптимальной фильтрации. Следовательно, задача адаптивной оптимальной фильтрации является актуальной.

Степень разработанности проблемы

Задача оптимальной фильтрации сообщений является достаточно хорошо разработанной. Однако существует большое обилие подходов к обоснованию алгоритмов оптимальной фильтрации сообщений: на основе теории оптимальной нелинейной фильтрации; на основе теории умножения вероятностей; с использованием минимизации дисперсии ошибки фильтрации и других подходов. Это затрудняет анализ эффективности алгоритмов оптимальной фильтрации в условиях неполной априорной информации и ставит задачу выбора наиболее подходящего подхода для анализа критичности алгоритмов оптимальной информации к ошибкам задания априорных условий. Кроме того, зачастую использование некоторых обоснований алгоритмов оптимальной фильтрации требует высокого уровня математической подготовки разработчика и обучаемого, не соответствующего реальному уровню его подготовки. Также желательно учитывать в общем случае нелинейность исходных уравнений фильтруемого сообщения и уравнения наблюдения. Наиболее часто это приводит в простейших случаях к использованию расширенного фильтра Калмана, предполагающего проведение предварительной тривиальной линеаризации исходных уравнений. При этом сохраняется большинство закономерностей исходного фильтра Калмана, обеспечивающего оптимальную фильтрацию в линейном случае. Ярким случаем нелинейной фильтрации является фильтрация прямоугольных координат цели при измерении нелинейно связанными с ними угловой координаты (азимута) и радиальной дальности. Следует отметить, что задача анализа критичности фильтра Калмана к неточному заданию исходных условий остается по-прежнему актуальной. При этом представляет интерес критичность как к параметрам исходных уравнений (уровень шумов наблюдений, дисперсия маневра полезного сообщения), так и к структуре уравнения полезного сообщения. При этом параметры (структура) уравнения полезного сообщения и уравнения наблюдения может происходить скачком в любой момент времени (переключающиеся дискретные процессы). Анализ

критичности к исходным условиям позволяет обоснованно переходить к методам адаптивной фильтрации. Методы адаптивной оптимальной фильтрации остаются в сфере пристального интереса исследователей. Широко распространен параллельный подход, когда в конечном счете осуществляется выбор из одновременно рассматриваемых альтернатив. Считается, что в этом случае обеспечиваются потенциальные характеристики по быстродействию адаптации. Квазиоптимальный подход предполагает сначала обнаружение изменения исходных условий и затем его учет. Это снижает вычислительные затраты, но увеличивает длительность переходного процесса адаптации. В последнее время, в связи с ростом вычислительных возможностей современной элементной базы, параллельный подход привлекает большее внимание.

Цель и задачи исследования

Целью диссертации является разработка алгоритмов адаптивной оптимальной фильтрации переключающихся дискретных процессов, заданных уравнениями.

Для достижения поставленной цели необходимо было выполнить следующие задачи:

1. Осуществить обзор подходов по обоснованию алгоритмов оптимальной фильтрации сообщений.
2. Исследовать особенности оптимальной фильтрации в случае нелинейности исходных уравнений фильтруемого сообщения и уравнения наблюдения.
3. Исследовать критичность фильтра Калмана к неточности задания параметров исходных уравнений и к структуре уравнения фильтруемого сообщения.
4. Разработать адаптивный алгоритм скалярной оптимальной линейной фильтрации при скачкообразном переключении параметров исходных уравнений.
5. Моделирование адаптивных алгоритмов оптимальной фильтрации.

Объект исследования

Системы адаптивной фильтрации сообщений с заранее неизвестными моделями движения.

Предмет исследования

Алгоритмы адаптивной оптимальной фильтрации и их характеристики.

Теоретическая и методологическая основа исследования

В основу диссертации легли результаты известных исследований белорусских и зарубежных специалистов в области оптимальной фильтрации сообщений.

В ходе работы над диссертационным исследованием использовались методы теорий линейной, нелинейной фильтрация, оптимальной фильтрации, компьютерного моделирования и обработка результатов экспериментальных исследований.

Информационная база исследования сформирована на основе литературы, открытой информации, технических нормативно-правовых актов, сведений из электронных ресурсов, а также материалов научных конференций и семинаров.

Научная новизна

1. Произведен отдельный анализ динамических и флуктуационных ошибок скалярного фильтра Калмана.

2. Представлены методика и результаты анализа критичности скалярного фильтра Калмана к параметрам и структуре исходных уравнений.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту

1. Обзор обоснований алгоритмов оптимальной линейной фильтрации.

2. Особенности алгоритмов оптимальной нелинейной фильтрации.

3. Анализ динамических и флуктуационных ошибок скалярного фильтра Калмана.

4. Анализ критичности скалярного фильтра Калмана к параметрам и структуре исходных уравнений.

5. Разработка алгоритмов адаптивной фильтрации сообщений при переключении параметров исходных уравнений.

6. Результаты имитационного моделирования алгоритмов оптимальной и адаптивной фильтрации сообщений.

Личный вклад соискателя ученой степени в результаты диссертации с ограничением их от соавторов совместных исследований и публикаций

Научные результаты, отраженные в диссертации, положения, выносимые на защиту, получены соискателем.

Научный руководитель – кандидат технических наук, доцент Давыденко Игорь Николаевич является соавтором публикаций.

Апробация диссертации и информации об использовании ее результатов

Результаты исследований, вошедшие в диссертацию, докладывались и обсуждались на 58-ой научной конференции аспирантов, магистрантов и студентов «Радиотехника и радиоэлектроника», XI всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем – МЭС-2022» и Республиканской научно-

технической конференции «Информационные радиосистемы и радиотехнологии».

Публикации

Основные положения работы и результаты диссертации изложены в 3 опубликованных работах, представленных в материалах международных научно-практических и научно-технических конференций. Общий объем публикаций 12 страниц.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, пяти глав с краткими выводами по каждой главе, заключения, библиографического списка и приложения.

В первой главе рассматривается обзор литературы, охватывающий вопросы формулировки задачи фильтрации, методы оценивания, пространственно-временной обработки сигналов, фильтрации случайных полей, марковской теории комплексирования и байесовского адаптивного приема.

Во второй главе приведены алгоритмы оптимальной линейной фильтрации.

В третьей главе приведены алгоритмы оптимальной нелинейной фильтрации.

В четвертой главе приведены алгоритмы адаптивной фильтрации, также представлена критичность фильтра Калмана.

В пятой главе приведены результаты имитационного моделирования приведенных в других главах алгоритмов и представлен анализ полученных результатов.

Общий объем диссертационной работы составляет 99 страниц. Из них 82 страницы основного текста, 37 иллюстраций, 11 листингов, библиографический список из 58 наименований, список собственных публикаций соискателя из 3 наименований, 1 приложение.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводится обоснование актуальности работы, также рассмотрены варианты решения поставленной задачи.

Первый раздел является обзором исследований и литературы, которые связаны с темой диссертации. В разделе сформулированы задачи фильтрации и пути их решения. Также была указана проблематика наличия полного объема априорных сведений.

Приведен обзор основных результатов исследований в области марковской теории оптимального оценивания. В качестве критерия для сравнения разных алгоритмов принята зависимость стационарной ошибки фильтрации фазы от отношения сигнал-шум. Сравнение результатов показывает, что при больших отношениях сигнал-шум все алгоритмы имеют одинаковую точность, совпадающую с потенциальной. При всех отношениях сигнал-шум алгоритм интегральной гауссовской аппроксимации имеет лучшие показатели, чем алгоритм локальной гауссовской аппроксимации.

В радиоэлектронных системах полезный радиосигнал, принимаемый на фоне шума, часто можно записать в виде

$$S(t, \tau) = f(t - \tau(t)) \cos[\omega_0(t - \tau(t)) + \varphi(t)].$$

Пространственно-временная обработка сигналов особенно важна для современных радиоэлектронных систем, работающих в условиях радиоэлектронного противодействия при быстром изменении сигнально-помеховой обстановки. Применение оптимальной нелинейной фильтрации позволило указать точную границу качества алгоритмов пространственно-временной фильтрации.

В некоторых практических задачах (многопозиционные радиоэлектронные системы, разнесенный прием, прием на антенные решетки и др.) наблюдение и/или оцениваемые процессы зависят от времени и пространственных координат, т.е. приходится иметь дело со случайными полями. При этом возникает сравнительно новая проблема оптимальной фильтрации случайных полей.

Применение оптимальной нелинейной фильтрации позволило указать точную границу качества алгоритмов пространственно-временной фильтрации. Такой границей могут служить характеристики алгоритмов, синтезированных для условий полностью известной сигнально-помеховой обстановки. Эта задача поставлена и решена в условиях непрерывного и

дискретного времени. В результате получен алгоритм оптимальной фильтрации (уравнение для апостериорной плотности вероятности), на основе анализа структуры которого доказаны два фундаментальных результата:

- 1) разделимость пространственно-временной фильтрации на пространственную и временную составляющие;
- 2) эквивалентность многоканальной пространственно-временной фильтрации одноканальной, когда в скалярном наблюдении действует некоторый скалярный эквивалентный шум.

Последний факт позволил предложить эффективную методику оценки потенциальных характеристик пространственно-временной фильтрации.

При байесовском подходе решение задачи приема сводится к определению апостериорной вероятности или плотности вероятности $p(t, \lambda | \xi_0^t)$. Методика определения ее сводится к следующему. На основании физических соображений задаются математическими моделями сопровождающих процессов $\lambda_s(t)$ и $\lambda_n(t)$ (например, конечными степенными рядами или тригонометрическими функциями с неизвестными коэффициентами, подлежащими оцениванию). Если при этом объединенный процесс $\{\xi(t), \lambda(t), \lambda_s(t), \lambda_n(t)\}$ будет марковским, то для апостериорной плотности вероятности $p(t, \lambda, \lambda_s, \lambda_n | \xi_0^t)$ можно записать уравнение Стратоновича. Для решения его необходимо задать начальное распределение $p(0, \lambda, \lambda_s, \lambda_n)$, которое в адаптивных задачах обычно неизвестно.

Очень часто имеет место асимптотическая нечувствительность (при достаточно больших временах наблюдения) решения уравнения Стратоновича к начальному распределению. Поэтому в качестве начальной плотности вероятности можно задаться некоторым ни к чему не обязывающим достаточно широким (например, равномерным) распределением. После этого от адаптивной задачи приходим к обычной стандартной задаче марковской оптимальной фильтрации для расширенного вектора состояния $\{\lambda(t), \lambda_s(t), \lambda_n(t)\}$. Интересующую нас апостериорную плотность вероятности информационного параметра $\lambda(t)$ находим по формуле

$$p(t, \lambda) = \iint p(t, \lambda, \lambda_s, \lambda_n) d\lambda_s d\lambda_n.$$

Зная ее, можно получить оценку по любому критерию. В частности, оценка по критерию минимума среднеквадратической ошибки определяется

$$\hat{\lambda}(t) = \int \lambda_p(\lambda | \xi_0^t) d\lambda.$$

Второй раздел посвящен алгоритмам оптимальной линейной фильтрации тракторных измерений.

Существуют следующие методы оптимальной линейной фильтрации:

- метод наименьших квадратов (МНК);
- метод рекуррентной оптимальной линейной фильтрации.

От недостатков метода МНК свободны рекуррентные алгоритмы оптимальной линейной фильтрации, при которых вновь поступающий входной сигнал немедленно используется для уточнения ранее полученной оценки полезного сигнала:

$$\hat{x}(k+1) = f(\hat{x}(k), y(k+1)).$$

Согласно алгоритму, обработка входного сигнала происходит последовательно в реальном масштабе времени.

В простейших случаях рекуррентный алгоритм оптимальной линейной фильтрации может быть получен путем математических преобразований алгоритмов, полученных методом МНК. Однако в большинстве случаев необходимо использовать оригинальные уравнения рекуррентной оптимальной фильтрации.

Результирующие уравнения для оценки λ_v и дисперсии $\sigma_{\lambda v}^2$ определяют дискретный фильтр Калмана. Они носят рекуррентный характер и имеют следующий вид:

$$\lambda_v^* = \beta_{v-1} \lambda_{v-1}^* + H_v \frac{\sigma_{\lambda v}^2}{D_{\lambda}} (r_v - H_v \beta_{v-1} \lambda_{v-1}^*);$$

$$\frac{1}{\sigma_{\lambda v}^2} = [\beta_{v-1}^2 \sigma_{\lambda v-1}^2 + D_{\lambda v}]^{-1} + \frac{H_v^2}{D_v}.$$

Третий раздел посвящен алгоритмам оптимальной нелинейной фильтрации. В том числе упомянуты приближение и расширенный фильтр Калмана.

Получено уравнение фильтрации в непрерывном времени

$$\frac{\partial p(t, \lambda)}{\partial t} = L\{p(t, \lambda)\} + [F(t, \lambda) - \int F(t, \lambda) p(t, \lambda) d\lambda] p(t, \lambda).$$

После получения данного уравнения задача фильтрации в практическом плане сводится к отысканию приближенных решений, имеющих: во-первых, возможно меньшую погрешность; во-вторых, допускающих сравнительно

простую техническую реализацию. В этом направлении представляются широкие возможности, причем успех в значительной степени определяется правильными физическими представлениями о характере фильтруемого процесса.

Известны пять алгоритмов фильтрации винеровской фазы радиосигнала, принимаемого на фоне белого шума:

- 1) расширенный фильтр Калмана,
- 2) локальная гауссовская аппроксимация,
- 3) интегральная гауссовская аппроксимация,
- 4) так называемая T -аппроксимация,
- 5) точное решение.

В качестве критерия для сравнения разных алгоритмов принята зависимость стационарной ошибки фильтрации фазы от отношения сигнал-шум. Сравнение результатов показывает, что при больших отношениях сигнал-шум все алгоритмы имеют одинаковую точность, совпадающую с потенциальной. При всех отношениях сигнал-шум алгоритм интегральной гауссовской аппроксимации имеет лучшие показатели, чем алгоритм локальной гауссовской аппроксимации.

Четвертый раздел содержит алгоритмы адаптивной оптимальной фильтрации. Рассмотрена критичность фильтра Калмана к параметрам модели сообщения и шумов.

В установившемся режиме при произвольном коэффициенте фильтрации дисперсию ошибки фильтрации можно представить в виде суммы дисперсий динамической и флуктуационной ошибок для двух моделей фильтруемого сигнала (случайного и детерминированного):

$$D = D_{\text{дин}} + D_{\text{фл}} = \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^2 (V \cdot T)^2 + \frac{\alpha^2}{(1-(1-\alpha)^2)} D_{\xi}.$$
$$D = D_{\text{дин}} + D_{\text{фл}} = \left(\frac{1}{\alpha(2-\alpha)} - 1\right) D_{\xi} + \frac{\alpha}{2-\alpha} D_{\eta}.$$

Графики зависимостей суммарной дисперсии ошибки измерения от коэффициента фильтрации α представлены на рисунке 1.

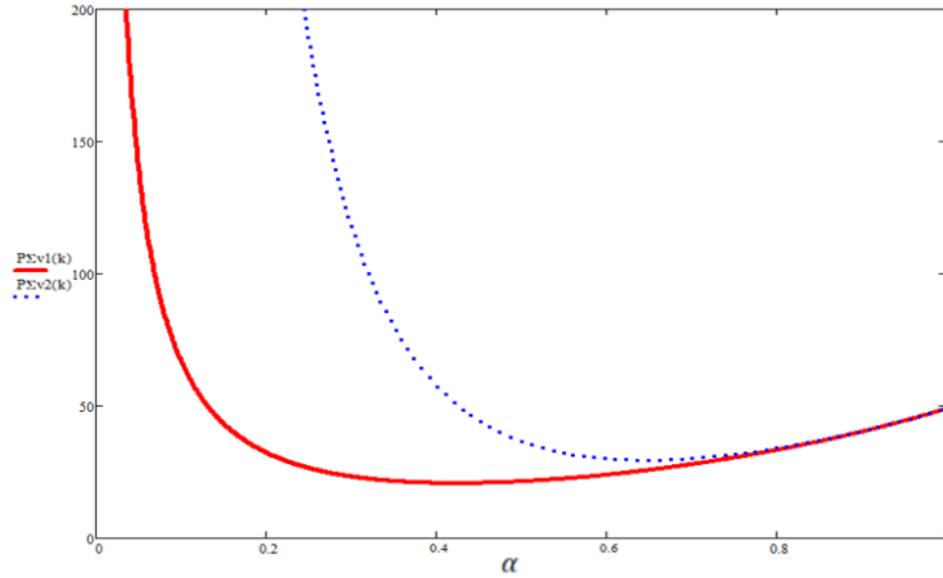


Рисунок 1 – Графики зависимости дисперсии суммарной ошибки фильтрации от коэффициента фильтрации

При неточном знании параметров фильтруемого сообщения D_η (дисперсия маневра) и уравнения наблюдения D_ξ (дисперсия шумов наблюдения) значение коэффициента α изменится от своего оптимального значения, что приведет к увеличению суммарных ошибок фильтрации.

Кроме того, увеличение суммарных ошибок фильтрации произойдет при отличии принятой модели фильтруемого сообщения от имеющейся в действительности модели. Таким образом, исходя из графиков, делаем вывод о необходимости адаптивного нахождения оптимума, в момент, когда ошибки минимальны.

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k(\alpha) &= \tilde{\mathbf{x}}_k(\alpha) + \mathbf{K}_k(\alpha)(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_k(\alpha)), \\ \tilde{\mathbf{x}}_k(\alpha) &= \mathbf{F}_{k-1}(\alpha) \hat{\mathbf{x}}_{k-1}(\alpha), \\ \mathbf{K}_k(\alpha) &= \mathbf{D}_{x,k}(\alpha) \mathbf{H}_k^T \mathbf{D}_n^{-1} = \tilde{\mathbf{D}}_{x,k}(\alpha) \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k^T \tilde{\mathbf{D}}_{x,k}(\alpha) \mathbf{H}_k + \mathbf{D}_n)^{-1}, \\ \tilde{\mathbf{D}}_{x,k}(\alpha) &= \mathbf{F}_{k-1}(\alpha) \mathbf{D}_{x,k-1}(\alpha) \mathbf{F}_{k-1}^T(\alpha) + \mathbf{G}_{k-1}(\alpha) \mathbf{D}_\xi(\alpha) \mathbf{G}_{k-1}^T(\alpha), \\ \mathbf{D}_{x,k}^{-1}(\alpha) &= \tilde{\mathbf{D}}_{x,k}^{-1}(\alpha) + \mathbf{H}_{k-1}^T \mathbf{D}_n \mathbf{H}_{k-1} \\ &\text{или} \\ \mathbf{D}_{x,k}(\alpha) &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k(\alpha) \mathbf{H}_{k-1}) \tilde{\mathbf{D}}_{x,k}(\alpha). \\ p(\mathbf{y}_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}, \alpha_i) &= \\ &= \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_k(\alpha_i))^T (\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{D}}_{x,k}(\alpha_i) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{D}_n)^{-1} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_k(\alpha_i))\right\}}{[2\pi \det(\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{D}}_{x,k}(\alpha_i) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{D}_n)]^{m/2}}.\end{aligned}$$

Уравнения полностью определяют алгоритм адаптивной многоканальной фильтрации.

В пятом разделе представлено моделирование разработанных алгоритмов в упомянутых выше. Результатом моделирования являются полученные графики.

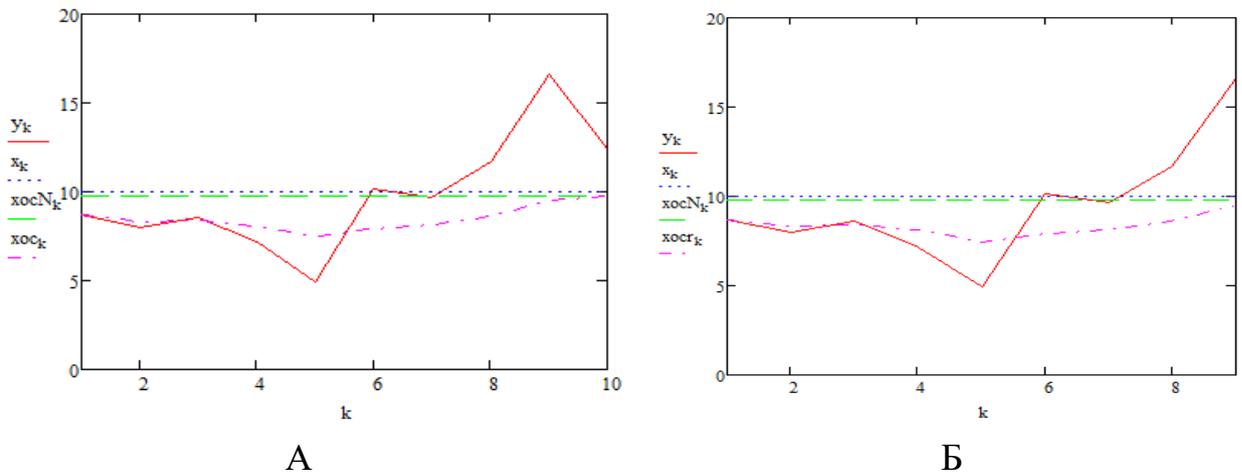


Рисунок 2 – Оценки отсчетов полезного сигнала для каждого номера отсчета в реальном времени методом МНК (А) и оптимальные оценки полезного сигнала в реальном времени методом рекуррентных алгоритмов (Б)

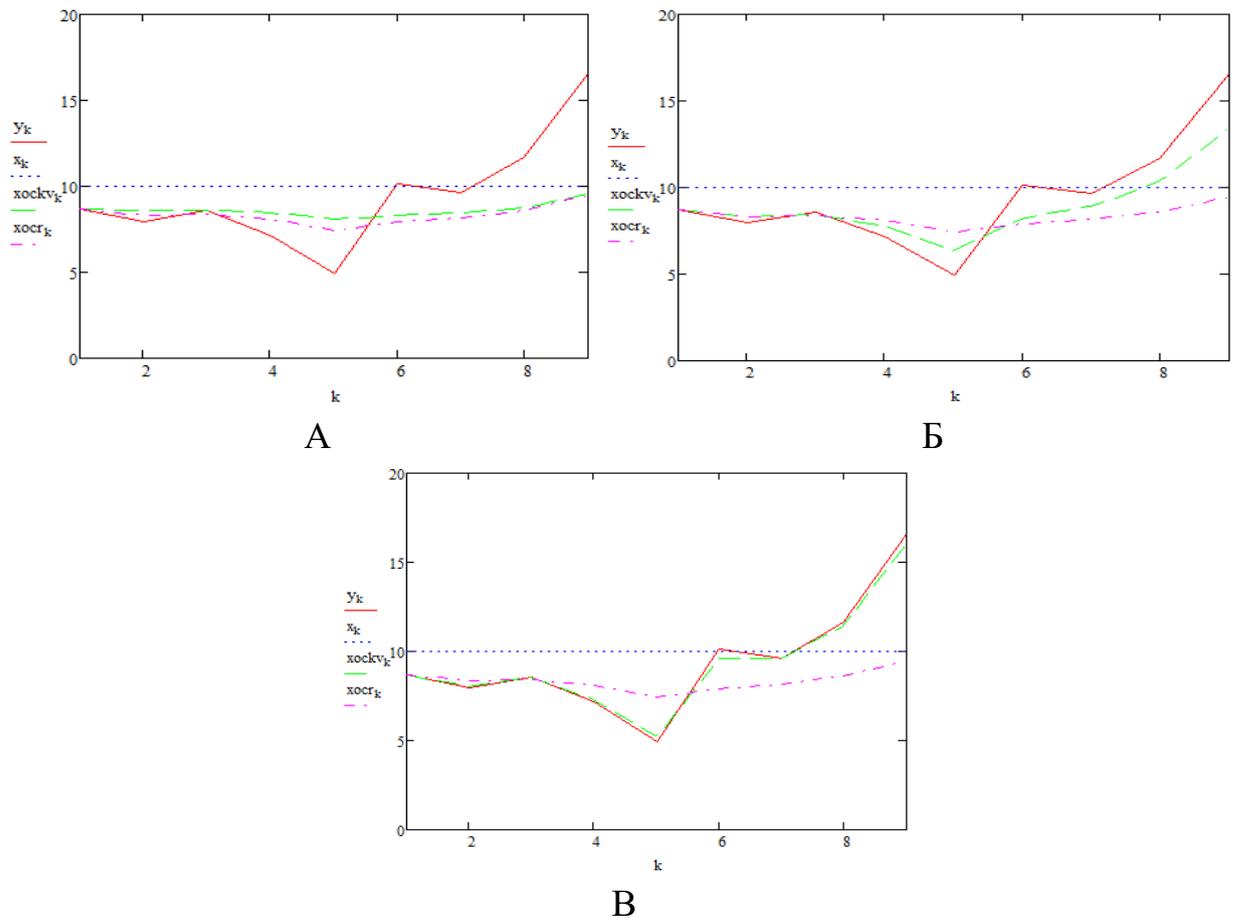


Рисунок 3 – Оценивание полезного сигнала при использовании квазиоптимального алгоритма с $\alpha = 0,1$ (А), $\alpha = 0,5$ (Б) и $\alpha = 0,9$ (В)

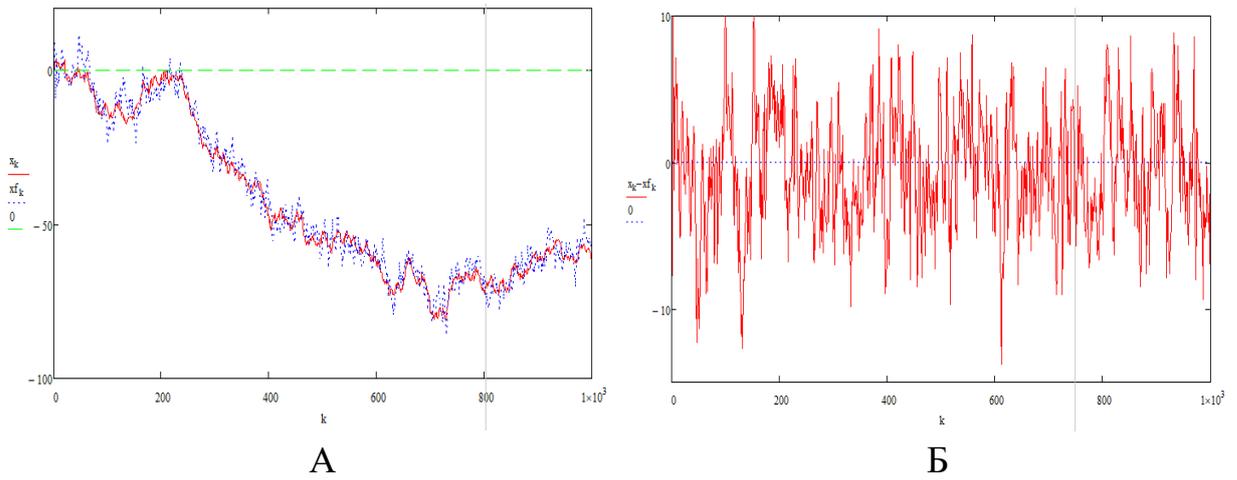


Рисунок 4 – Истинный сигнал и фильтрованный (А), ошибки фильтрации (Б), при использовании одномерного фильтра Калмана

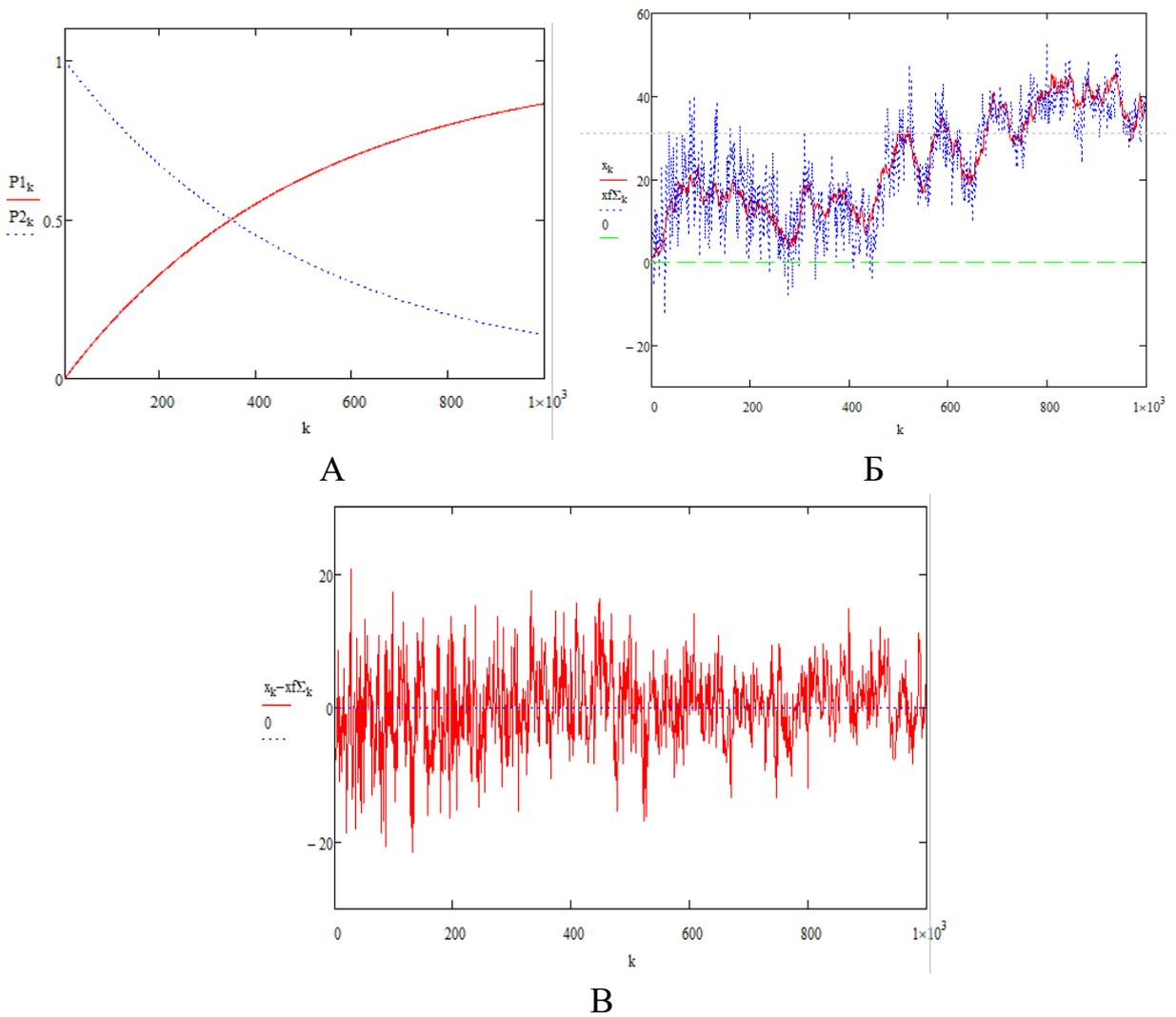


Рисунок 5 – Адаптивная оптимальная фильтрация: весовые коэффициенты (А), фильтрованное и точное значение (Б), ошибки фильтрации (В)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан отдельный анализ динамических и флуктуационных ошибок скалярного фильтра Калмана, что является более репрезентативным методом оценки критичности скалярного фильтра Калмана к параметрам принятой модели и самой структуре исходных уравнений. На основании данного анализа получены графики зависимости дисперсии суммарной ошибки фильтрации от коэффициента фильтрации.

В работе также были разработаны алгоритмы адаптивной фильтрации сообщений при переключении параметров исходных уравнений. На основании данного алгоритма реализовано имитационное моделирование алгоритмов оптимальной и адаптивной фильтрации сообщений.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ

1. Критичность одномерного фильтра Калмана к параметрам модели и модели полезного задающего воздействия/ Лыгач А.Н. // 58-я научная конференция аспирантов, магистрантов и студентов: Радиотехника и радиоэлектроника. – Минск: БГУИР, 2022. – с. 145-146.

2. Динамические и флуктуационные ошибки одномерного фильтра Калмана / Лыгач А.Н., Давыденко И.Н. // Сборник трудов по результатам XI всероссийской научной-технической конференции: Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС-2022). Выпуск IV / Учредители: Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН. – Москва. 2022. – с. 223-227.

3. Исследование фильтра Калмана в курсе цифровой обработки сигналов / Лыгач А.Н., Давыденко И.Н. // Республиканская научно-техническая конференция: Информационные радиосистемы и радиотехнологии 29-30 ноября 2022 г. / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники; редкол.: В.А. Богуш [и др.]. – Минск: БГУИР, 2022. – с. 172-177.