

УДК 681.325

## ПРОЦЕДУРА ВЫДЕЛЕНИЯ ПОДСИСТЕМ СВЯЗАННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ЛОГИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ



**Кириенко Н.А.**

Старший научный сотрудник Объединенного института проблем информатики НАН Б,  
кандидат технических наук, доцент  
[kir@newman.bas-net.by](mailto:kir@newman.bas-net.by)

### **Н.А. Кириенко**

Окончила Минский радиотехнический институт. Область научных интересов связана с автоматизацией процессов логического проектирования дискретных устройств, преобразованием и оптимизацией функциональных описаний логических схем.

**Аннотация.** Минимизация двухуровневых либо многоуровневых представлений булевых функций и систем является важнейшим этапом синтеза комбинационных схем, от которого зависят многие параметры логической схемы – площадь, быстродействие, энергопотребление. Повысить эффективность применения методов минимизации позволяет применение процедуры выделения подсистем связанных функций из системы булевых функций, описывающей поведение комбинационной схемы.

Рассматривается процедура выделения подсистем связанных функций, реализованная четырьмя алгоритмами. Приводится пример выполнения процедуры. Делается вывод об эффективности использования процедуры в системе логической оптимизации функциональных и структурных описаний логических схем FLC-2.

**Ключевые слова:** логическая схема, функциональное описание комбинационной схемы, системы булевых функций, подсистема связанных функций, мера связанности функций.

**Введение.** Актуальной задачей процесса автоматизированного проектирования дискретных устройств является технологически независимая оптимизация функциональных описаний цифровых блоков комбинационной логики заказных СБИС. Математическими моделями функционирования схем комбинационной логики являются системы булевых функций.

Одним из направлений логической оптимизации многоуровневых представлений систем булевых функций являются методы, основанные на выделении подсистем функций, которые имеют одинаковые части в областях определения функций выделенных подсистем. Такие подсистемы называются связанными. Связанность функций приводит к появлению большого числа одинаковых структурных частей (конъюнкций, алгебраических выражений, подфункций и др.) в оптимизированных формах представления функций, по которым строятся в дальнейшем комбинационные логические схемы. Чем сильнее связаны функции выделенной подсистемы, тем скорее можно ожидать, что в представлениях функций данной подсистемы будет больше одинаковых подвыражений и синтезированные логические схемы будут иметь меньшую сложность.

В настоящей работе предлагается описание алгоритма решения задачи выделения

подсистем связанных функций из многоуровневых представлений систем булевых функций. Для выделенных подсистем целесообразно проводить совместные минимизации в виде бинарных диаграмм решений (*BDD – Binary Decision Diagram*), названных *BDD – представлениями*, и в виде булевых сетей.

**Постановка задачи.** Задача выделения связанных по областям определения подсистем функций изучалась в [1], где были предложены различные меры связанности функций, в том числе и по общности формул разложения Шеннона для всех функций выделяемой подсистемы. Алгоритм позволял находить чаще всего только пары связанных функций. Модель для более эффективного алгоритма выделения связанных подсистем для совместной многоуровневой минимизации для двух видов исходных совместных формульных представлений систем функций предложена в [2].

Рассмотрим многоуровневое формульное представление системы булевых функций  $F = \{f^1(x), \dots, f^m(x)\}$ . Множество  $R(F)$  внутренних формул, т.е. формул, задающих промежуточные (не выходные) булевы переменные для всех функций системы представлено выражением (1).

$$R(F) = R(f^1, \dots, f^m) = \bigcup_{i=1}^m R(f^i) \quad (1)$$

где  $R(f^i)$  – множество внутренних формул в функции  $f^i$ .

Под мерой  $q = M(F^m \cup \{f^{m+1}\})$  связанности системы функций  $F^m \cup \{f^{m+1}\}$  будем понимать величину

$$q = M(F^m \cup \{f^{m+1}\}) = \frac{|R(f^1, \dots, f^m) \cap R(f^{m+1})|}{\max(|R(f^1, \dots, f^m)|, |R(\{f^{m+1}\})|)} \quad (2)$$

где через  $|R|$  обозначена мощность множества  $R$ .

Величина меры связанности всегда находится в пределах отрезка  $[0,1]$ : от полного различия множеств формул исходного представления функций (либо подсистем функций) до их полного совпадения. Для выделенной подсистемы должно выполняться ограничение  $q > ro$ , где  $ro$  – некоторый заданный параметр для выполнения алгоритма.

**Процедура выделения подсистем связанных функций из многоуровневых представлений систем булевых функций.** Процедура построения подсистем связанных функций состоит из четырех алгоритмов. Алгоритм 1 является внешним алгоритмом внутри которого выполняются остальные три алгоритма.

#### Алгоритм 1.

Шаг 1. Выполнить разбиение системы на одновыходные блоки, в каждом блоке находится одна функция и все ее внутренние формулы, от которых она зависит. Определить  $n$  – количество блоков.

Шаг 2. Определить в каждом блоке список имен внутренних функций (или внутренних переменных). По этим спискам будет определяться связанность функций.

Шаг 3. Разбить исходную систему функций на подсистемы связанных функций согласно заданному критерию  $ro$  (выполнить алгоритм 2).

Алгоритм 2. Разбиение исходной системы функций  $S$  на подсистемы связанных функций согласно заданному параметру  $ro$ .

Исходные данные:

- набор одновыходных блоков двухуровневого описания, где каждый блок представляет одну функцию исходной системы;
- $n$  – количество функций (блоков) в исходной системе;
- $f_i$  – выходная функция  $i$ -го блока;

- $f_j$  – выходная функция  $j$ -го блока;
- $max$  – переменная, содержащая максимальную меру связанности для пары функций блока;
- $ro$  – переменная, содержащая нижнее ограничение меры связности.
- $rij$  – переменная, содержащая меру связанности функций  $f_i$  и  $f_j$ ;
- $i\_max, j\_max$  – номера функций в паре, имеющей максимальную меру связанности;
- $k$  – номер формируемой подсистемы;
- $P\_k$  –  $k$ -я подсистема;
- $S$  – исходное состояние системы уравнений;
- $Sk$  – текущее состояние системы уравнений (после удаления уравнений, подключаемых в подсистемы);
- $pkm$  – мера связанности подсистемы  $P\_k$  и функции  $f_m$ .

Результат: Двухуровневое описание из подсистем связанных функций.

Шаг 0. Текущее состояние системы  $Sk = S$  (исходное состояние),  $k = 1$ .

Шаг 1.  $i=1, max = 0$ .

Шаг 2.  $j=i+1$ .

Шаг 3. Определить  $rij$  - меру связанности функций  $f_i$  и  $f_j$  (с помощью алгоритма 3).

Шаг 4. Если  $rij > max, max = rij, i\_max=i, j\_max=j$ .

Шаг 5.  $j=j+1$ .

Шаг 6. Если  $j \leq n$  перейти на шаг 3.

Шаг 7.  $i=i+1$ .

Шаг 8. Если  $i < n$  перейти на шаг 2.

Шаг 9. Формировать подсистему  $P\_k$  из функций  $f_{i\_max}$  и  $f_{j\_max}$ .

Шаг 10. Удалить функции  $f_{i\_max}$  и  $f_{j\_max}$  из системы  $Sk. n = n - 2$ .

Шаг 10. Формировать список внутренних переменных подсистемы  $P\_k$ .

Шаг 11.  $m = 1, max = 0$ .

Шаг 12.  $m=m+1$ .

Шаг 13. Определить  $pkm$  - меру связанности функций подсистемы  $P\_k$  и  $f_m$  (с помощью алгоритма 4).

Шаг 14. Если  $pkm > max, max = pkm, m\_max = m$ .

Шаг 15.  $m = m + 1$ .

Шаг 16. Если  $m \leq n$  перейти на шаг 13.

Шаг 17. Если  $pkm < ro$  перейти на 19.

Шаг 18. Добавить в подсистему  $P\_k$  функцию с номером  $m\_max$ . Удалить функцию с номером  $m\_max$  из системы  $Sk. n = n-1$ . Перейти на 11.

Шаг 19. Формирование  $P\_k$  завершено. Больше ни одной функции нельзя добавить без нарушения ограничения ( $pkm \geq ro$ ).

Шаг 20. Если  $n > 0, k = k + 1$ , перейти на шаг 1.

Алгоритм 3 – определение меры связности  $rij$  функций  $f_i$  и  $f_j$ .

Определяем  $rij$  по формуле:

$$rij = S\_mode/max\_fij \quad (3)$$

где  $S\_mode$  – количество одинаковых внутренних переменных, от которых зависят функции

$f_i$  и  $f_j$ ;

$max\_fij$  – максимальное значение от числа внутренних переменных, от которых зависит функция  $f_i$ , и числа внутренних переменных, от которых зависит функция  $f_j$ .

Исходные данные:

– $f_i$  – функция системы  $S_k$ ;

– $f_j$  – функция системы  $S_k$ ;

Результат: мера связанности  $rij$ .

Шаг 1. Определить количества внутренних переменных в функциях  $f_i$  и  $f_j$ , и выбрать максимальное из них  $max_{fij}$ .

Шаг 2. Определить количество одинаковых внутренних переменных в функциях  $f_i$  и  $f_j$  –  $S_{mode}$ .

Шаг 3. Определить значение связанности функций  $rij$  по формуле 3.

Алгоритм 4 – определение меры связанности  $pkm$  подсистемы  $P_k$  и функции  $fm$ .

Определяем  $pkm$  по формуле:

$$pkm = S_{mode}/max_{pk}, \quad (4)$$

где  $S_{mode}$  – количество одинаковых внутренних переменных, от которых зависят подсистема  $P_k$  и функция  $fm$ ;

$max_{pk}$  – максимальное значение от числа внутренних переменных, от которых зависит подсистема  $P_k$ , и числа внутренних переменных, от которых зависит функция  $fm$ .

Исходные данные:

$P_k$  – подсистема связанных функций;

$fm$  – функция системы  $S$ ;

Результат: мера связанности  $pkm$  подсистемы  $P_k$  и функции  $fm$ .

Шаг 1. Определить количества внутренних переменных в подсистеме  $P_k$  и в функции  $fm$ , и выбрать максимальное из них  $max_{pk}$ .

Шаг 2. Определить количество одинаковых внутренних переменных в подсистеме  $P_k$  и в функции  $fm$  –  $S_{mode}$ .

Шаг 3. Определить значение меры связанности  $pkm$  подсистемы  $P_k$  и функции  $fm$  по формуле 4.

**Пример выполнения процедуры выделения подсистем связанных функций.**

Процедура реализована в рамках системы логической оптимизации функциональных и структурных описаний логических схем  $FLC-2$  [3]. Рассмотрим работу процедуры на примере, исходное задание которого представлено в листинге 1. Описания систем приводятся на специализированном языке  $SF$  – структурно-функционального описания поведения комбинационной схемы [3]. Параметр  $ro = 0,7$ .

Листинг 1. Исходное задание системы функций.

```
TITLE z4
FORMAT SF
AUTHOR Lit
DATE 1-27-2000
PROJECT BenchMark
DCL_PIN
EXT
INP
x0 x1 x2 x3 x4 x5 x6
OUT
y0 y1 y2 y3
INTER
END_PIN
FUNCTION
LOG
7 4 0
y0=^x1*sf0+x1*sf1;
```

```

y1=^x1*sf2+x1*^sf2;
sf1=^x4*sf4+x4;
sf2=^x4*sf4+x4*^sf4;
sf0=x4*sf4;
sf4=^x2*sf10+x2*sf11;
y2=^x2*sf8+x2*^sf8;
sf11=^x5*sf12+x5;
sf8=^x5*sf12+x5*^sf12;
sf10=x5*sf12;
sf12=^x0*sf16+x0*sf17;
y3=^x0*sf18+x0*^sf18;
sf17=^x3*x6+x3;
sf18=^x3*x6+x3*^x6;
sf16=x3*x6;
END_LOG
END_FUNCTION
END_z4
    
```

Система содержит четыре функции:  $y_0$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ ; и 11 внутренних переменных, от которых зависят функции. Вхождение внутренних переменных в каждую из функций (согласно шагу 1 алгоритма 1) представлено в таблице 1.

Таблица 1. Вхождение внутренних переменных в функции  $y_0$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ .

$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$y_0 = ^x1 * sf0 + x1 * sf1$ ; $sf0 = x4 * sf4$ ; $sf1 = ^x4 * sf4 + x4$ ; $sf4 = ^x2 * sf10 + x2 * sf11$ ; $sf10 = x5 * sf12$ ; $sf11 = ^x5 * sf12 + x5$ ; $sf12 = ^x0 * sf16 + x0 * sf17$ ; $sf16 = x3 * x6$ ; $sf17 = ^x3 * x6 + x3$ ;	$y_1 = ^x1 * sf2 + x1 * ^sf2$ ; $sf2 = ^x4 * sf4 + x4 * ^sf4$ ; $sf4 = ^x2 * sf10 + x2 * sf11$ ; $sf10 = x5 * sf12$ ; $sf11 = ^x5 * sf12 + x5$ ; $sf12 = ^x0 * sf16 + x0 * sf17$ ; $sf16 = x3 * x6$ ; $sf17 = ^x3 * x6 + x3$ ;	$y_2 = ^x2 * sf8 + x2 * ^sf8$ ; $sf8 = ^x5 * sf12 + x5 * ^sf12$ ; $sf12 = ^x0 * sf16 + x0 * sf17$ ; $sf16 = x3 * x6$ ; $sf17 = ^x3 * x6 + x3$ ;	$y_3 = ^x0 * sf18 + x0 * ^sf18$ ; $sf18 = ^x3 * x6 + x3 * ^x6$ ;

Согласно шагу 3 алгоритма 2 определяем значение коэффициента связанности для всех пар функций с помощью алгоритма 3. Они представлены в таблице 2.

Таблица 2. Определение коэффициентов связанности для пар функций.

Пара функций	$max_{fij}$	$S_{mode}$	$rij$
$y_0 \ y_1$	8	6	$6 : 8 = 0,75$
$y_0 \ y_2$	8	3	$3 : 8 = 0,375$
$y_0 \ y_3$	8	0	0
$y_1 \ y_2$	7	3	$3 : 7 = 0,429$
$y_1 \ y_3$	7	0	0
$y_2 \ y_3$	4	0	0

Наибольший коэффициент связанности у пары  $y_0 \ y_1$ . Помещаем эту пару в подсистему  $P_1$  (шаги 9, 10 алгоритма 2).

Листинг 2. Текущее состояние подсистемы P\_1.

```

y0=^x1*sf0+x1*sf1;
sf0=x4*sf4;
sf1=^x4*sf4+x4;
sf4=^x2*sf10+x2*sf11;
sf10=x5*sf12;
sf11=^x5*sf12+x5;
sf12=^x0*sf16+x0*sf17;
sf16=x3*x6;
sf17=^x3*x6+x3;
y1=^x1*sf2+x1*^sf2;
sf2=^x4*sf4+x4*^sf4;
    
```

Согласно шагам 11 – 17 алгоритма 2 определяем значение коэффициента связанности между подсистемой P\_1 и оставшимися функциями с помощью алгоритма 4. Они представлены в таблице 3.

Таблица 3. Определение коэффициентов связанности между подсистемой P\_1 и оставшимися функциями.

Пара функций	<i>max_fij</i>	<i>S_mode</i>	<i>rij</i>
y0 y1, y2	9	3	3 : 9 = 0,333
y0 y1, y3	9	0	0

Наибольшее значение меры связанности у функций y0 y1, y2, но оно не удовлетворяет условию  $rij > ro$ . Поэтому построение подсистемы P\_1 завершаем.

При построении системы P\_2 выясняется, что оставшиеся функции y2 y3 являются не связанными. В результате, мы выделили одну подсистему связанных функций P\_1, представленную в листинге 2.

**Результаты экспериментального исследования.** Представленная процедура реализована в рамках системы логической оптимизации функциональных и структурных описаний логических схем FLC-2 [3]. Экспериментальное исследование на серии описаний комбинационных логических схем представлено в [2].

**Заключение.** Процедура выделения подсистем связанных функций из многоуровневых представлений систем булевых функций позволила эффективно использовать различные методы оптимизации исходного описания комбинационных схем на этапе выполнения технологически независимой оптимизации. Эффект достигается за счет того, что каждая выделенная подсистема минимизируется на основе разложений Шеннона по своей (для каждой подсистемы) перестановке переменных разложения.

**Список литературы**

[1] Бибило П. Н., Позняк А. М. Выделение подсистем связанных функций из многоуровневого представления системы булевых функций // Информатика. 2020. Т. 17. № 1. С. 63 – 77.  
 [2] Бибило, П.Н. Выделение из многоуровневого представления системы булевых функций подсистем для совместной логической минимизации / П.Н. Бибило, Н.А. Кириенко, В.И. Романов // Программные продукты и системы. 2023. Т. 36. № 4. С. 509 – 522. doi: 10.15827/0236-235X.142.  
 [3] Бибило П.Н., Романов В.И. Система логической оптимизации функционально-структурных описаний цифровых устройств на основе продукционно-фреймовой модели представления знаний // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем. – 2020. Сб. трудов / под общ. ред. акад. РАН А.Л. Стемпковского. М.: ИППМ РАН. 2020. N 4. С. 9–16.

## **PROCEDURE FOR EXTRACTING SUBSYSTEMS OF CONNECTED FUNCTIONS FOR SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS OF LOGICAL DESIGN**

***N.A. Kirienko,***

*Senior Researcher of UIIP of NAS of Belarus,  
PhD of Technical Sciences,  
Associate Professor*

**Abstract.** Minimization of two-level or multi-level representations of Boolean functions and systems is the most important stage in the synthesis of combinational circuits, on which many parameters of a logical circuit depend - area, speed, power consumption. The efficiency of using minimization methods can be increased by using a procedure for extracting subsystems of connected functions from a system of Boolean functions that describes the behavior of a combinational circuit.

The procedure for extracting subsystems of connected functions, implemented by four algorithms, is considered. An example of performing the procedure is given. A conclusion is drawn about the effectiveness of using the procedure in the logical optimization system of functional and structural descriptions of logical circuits FLC-2.

**Key words:** logic circuit, functional description of the combinational circuit, systems of Boolean functions, the subsystem of connected functions, measure of function connectivity.