

МЕТОД МОДЕЛИРУЕМОГО ОТЖИГА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ УЧАСТИЯ АКТЕРОВ В КИНОСЪЕМКЕ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Рыбак Ю. А.

Луцакова И. Н. – канд. физ.-мат. наук, доцент

Алгоритм имитации отжига (Simulated annealing) — общий алгоритмический метод решения задачи глобальной оптимизации, особенно дискретной и комбинаторной оптимизации.

Алгоритм основывается на имитации физического процесса, который происходит при кристаллизации вещества, в том числе при отжиге металлов [1]. Предполагается, что атомы уже выстроились в кристаллическую решётку, но ещё допустимы переходы отдельных атомов из одной ячейки в другую. Предполагается, что процесс протекает при постепенно понижающейся температуре. Переход атома из одной ячейки в другую происходит с некоторой вероятностью, причём вероятность уменьшается с понижением температуры.

При помощи моделирования такого процесса ищется точка множества X , на которой достигается минимум некоторой числовой функции $F(\bar{x})$, где $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in X$.

Решение ищется последовательным вычислением точек $\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots$ пространства X ; каждая точка, начиная с \bar{x}_1 , «претендует» на то, чтобы лучше предыдущих приближать решение.

Алгоритм принимает точку \bar{x}_0 как исходную. На каждом шаге находится новая точка и понижается значение величины, понимаемой как «температура». Алгоритм останавливается, если не происходит улучшения значения целевой функции на протяжении определённого числа итераций, или по достижении точки, которая оказывается при температуре близкой к нулевой.

Точка \bar{x}_{i+1} по алгоритму получается на основе текущей точки \bar{x}_i следующим образом. К точке \bar{x}_i применяется оператор A , который случайным образом модифицирует ее, в результате чего получается новая точка \bar{x}^* .

Точка \bar{x}^* становится точкой \bar{x}_{i+1} с вероятностью $P(\bar{x}^* \rightarrow \bar{x}_{i+1} | \bar{x}_i)$, которая вычисляется в соответствии с распределением Гиббса:

$$P(\bar{x}^* \rightarrow \bar{x}_{i+1} | \bar{x}_i) = \begin{cases} 1, & F(\bar{x}^*) - F(\bar{x}_i) \leq 0, \\ \exp\left(-\frac{F(\bar{x}^*) - F(\bar{x}_i)}{Q_i}\right), & F(\bar{x}^*) - F(\bar{x}_i) \geq 0. \end{cases}$$

Здесь $Q_i > 0$ — элементы произвольной убывающей, сходящейся к нулю положительной последовательности, которая задаёт аналог падающей температуры в кристалле.

Алгоритм имитации отжига не гарантирует нахождения минимума функции, однако при правильной стратегии генерации случайных точек $\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots$ в пространстве X , как правило, происходит улучшение начального приближения.

Рассмотрим задачу составления расписания участия актёров в киносъёмке [2,3] и применим для ее решения данный алгоритм.

Крупная кинокомпания планирует съёмку фильма. Известно, что в съёмке фильма будут участвовать n актёров. Фильм состоит из m эпизодов. Каждый эпизод s_j , $1 \leq j \leq m$, снимается известное количество дней. Для каждого эпизода известны актёры, которые в нем задействованы. Актёр a_i , $1 \leq i \leq n$, может сниматься в нескольких эпизодах. Он приезжает на съёмочную площадку в тот день, когда снимается первый эпизод с его участием, и покидает площадку в конце последнего дня съёмок всех эпизодов с его участием. На рисунке 1 приведён пример подобного расписания.

За каждый день присутствия на съёмочной площадке кинокомпания выплачивает актёру a_i персональный гонорар C_i (независимо от того, занят ли актёр в съёмке в этот день или нет).

Необходимо определить, в каком порядке должны сниматься эпизоды, чтобы сумма выплаченных гонораров была минимальной.

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	$c(a)$
a_1	X	-	X	-	-	X	-	X	X	X	X	X	2
a_2	X	X	X	X	X	-	X	-	X	-	X	-	
a_3	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	-	-	
a_4	X	X	-	-	X	X	-	-	-	-	-	-	1
a_5	-	-	-	X	-	-	-	X	X	-	-	-	
a_6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	X	-	-	
cost	35	39	78	43	129	43	33	66	29	64	25	20	60
extra	0	20	28	34	84	13	24	10	0	10	0	0	22

Рис. 1 – Исходное расписание и его стоимость

	s_5	s_2	s_7	s_1	s_6	s_8	s_4	s_9	s_3	s_{11}	s_{10}	s_{12}	$c(a)$
a_1	-	-	-	X	X	X	-	X	X	X	X	X	20
a_2	X	X	X	X	-	-	X	X	X	X	-	-	5
a_3	-	X	X	-	-	X	-	-	-	-	-	-	4
a_4	X	X	-	X	X	-	-	-	-	-	-	-	10
a_5	-	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	-	4
a_6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	X	-	7
cost	45	19	19	39	39	66	29	29	50	25	54	20	434
extra	0	0	10	4	9	10	20	0	0	0	0	0	53

Рис. 2 – Преобразованное расписание и его стоимость

Постановка задачи: необходимо найти такую перестановку множества $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, т.е. последовательность съемки эпизодов, чтобы сумма $\sum_{i=1}^n L_i * C_i$ была минимальной. Здесь L_i - длина

оплачиваемого отрезка времени, C_i - стоимость одного дня актёра a_i . Пример исходного и преобразованного расписаний и их стоимости приведены на рис. 1 и рис. 2.

Как можно заметить, точное решение возможно при полном переборе вариантов, то есть при времени выполнения, зависящем от $m!$, что в большинстве случаев неприемлемо.

Однако применяя эвристические алгоритмы, одним из которых является метод моделируемого отжига, можно получать неплохие приближенные решения за небольшое время выполнения.

Тремя важнейшими составляющими алгоритма являются выбор оператора A , выбор начальной температуры и контроль изменения температуры. Эти три составляющие подбираются экспериментально и зависят от конкретной задачи.

Для написания программы алгоритма был выбран язык программирования Delphi. Разработанная схема экспериментов аналогична схеме из работы [4]. Начальная температура – 15, коэффициент, на который умножается текущая температура на каждой итерации равен 0,999. Это способствует тому, что в 25% случаев будет выбрано худшее расписание в качестве новой точки. Ограничение на количество итераций, при которых не происходит улучшения значения целевой функции – 2000. При воздействии оператора A выбиралось лучшее из расписаний-соседей исходной точки, которое могло получиться каким-либо из следующих способов: перестановка двух случайно выбранных элементов (эпизодов) множества S , перестановка двух случайно выбранных непересекающихся блоков элементов, поворот случайно выбранного блока. Наибольшую эффективность продемонстрировали первый и второй способы.

Компьютерные эксперименты проводились на тестовых примерах, взятых из работ [2,3]. В таблице 1 приводятся результаты, которые получились на тестовых примерах, в сравнении с результатами, полученными другими методами [2,3].

Табл. 1 – Результаты экспериментов

Тестовые примеры	Число эпизодов, m	Число актеров, n	Smith (2005) Время(s)	de la Banda et al [2] Время (s)	Qin et al (2016) [3] Время (s)	Общая стоимость [3]	Simulated annealing Время(s)	Simulated annealing Общая стоимость
MobStory	8	28	64,71	0,11	0,05	871	0,01	983
Film 103	8	19	76,69	0,06	0,02	1031	0,04	1056
Film 105	8	18	16,07	0,02	0,02	849	0,03	854
Film 114	8	19	127	0,08	0,03	867	0,04	869
Film 116	8	19	125,8	0,16	0,03	541	0,01	652
Film 117	8	19	76,86	0,10	0,03	913	>0,01	1019
Film 118	8	19	93,1	0,04	0,02	853	0,01	926
Film 119	8	18	70,8	0,08	0,02	790	0,04	808

Как видно из результатов, алгоритм показал себя неплохо в сравнении с другими методами. Главными достоинствами метода моделируемого отжига являются его сравнительная простота в реализации, небольшое потребление памяти и высокая скорость работы.

Список использованных источников:

1. Алгоритм имитации отжига // Онлайн ресурс ru.wikipedia.org.
2. de la Banda, M. G. Solving Talent Scheduling with Dynamic Programming /M.G. de la Banda, P.J. Stuckey, G. Chu // INFORMS Journal on Computing. -2011.-Vol.23, Issue 1.- P. 120-137.
3. Qin, H. An Enhanced Branch-and-bound Algorithm for the Talent Scheduling Problem /H. Qin, Z. Zhang, A. Lim, X. Liang // European Journal of Operational Research. – 2016. - Vol. 250.- P. 412-426.
4. Вернер, Ф. Минимизация суммарного времени обслуживания для системы с двумя приборами и одним сервером /Ф. Вернер, С.А. Кравченко, К. Хасани // Информатика - Минск, 2014.-№ 1(41).-С.15-24.