

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра физики

**М.С. СЕРГЕЕВА-НЕКРАСОВА, Г.Ф. СМИРНОВА**

***ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМУ И ВОЛНОВОЙ ОПТИКЕ.  
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ***

для студентов всех специальностей и форм обучения БГУИР

Минск 2005

УДК 537.8 (075.8)  
ББК 22.33 я 73  
С 32

Рецензент:  
доктор физ.-мат. наук, профессор В.М. Анищик

**Сергеева-Некрасова М.С.**

С 32 Лабораторный практикум по электромагнетизму и волновой оптике. Теоретические основы. Для студ. всех спец. и форм обуч. БГУИР / М.С. Сергеева-Некрасова, Г.Ф. Смирнова. – Мн.: БГУИР, 2005. – 92 с.: ил. ISBN 985-444-799-5

Практикум предназначен для организации самостоятельной работы студентов в лаборатории. Изложены теоретические основы лабораторных работ по электромагнетизму и волновой оптике, дано их методическое обоснование, сформулированы цели и задания.

Использование практикума позволяет преподавателю организовать плодотворную работу по изучению теории и выполнению лабораторных работ по электромагнетизму и волновой оптике в группах студентов всех специальностей.

УДК 537.8 (075.8)  
ББК 22.33 я 73

ISBN 985-444-799-5

© Сергеева-Некрасова М.С., Смирнова Г.Ф., 2005  
© БГУИР, 2005

# СОДЕРЖАНИЕ

## Раздел 1. Электростатика

Электрическое поле

Взаимодействие зарядов

Напряженность поля. Силовые линии

Потенциал. Эквипотенциальные поверхности

Связь между напряженностью и потенциалом

Поток вектора напряженности электрического поля

Циркуляция вектора  $\vec{E}$

Лабораторная работа. Изучение строения электростатических полей

Лабораторная работа. Изучение основных свойств электрических полей

## Раздел 2. Магнитное поле

Сила Ампера

Закон Био-Савара-Лапласа

Теорема Гаусса и теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$

Действие электромагнитного поля на заряженные частицы

Явление электромагнитной индукции

Явление самоиндукции

Явление взаимной индукции

Лабораторная работа. Изучение магнитных полей

Лабораторная работа. Изучение законов магнитного поля

Лабораторная работа. Изучение явления электромагнитной индукции

Лабораторная работа. Эффект Холла

## Раздел 3. Электромагнитное поле в веществе

Диэлектрики во внешнем электрическом поле

Сегнетоэлектрики

Лабораторная работа. Изучение диэлектрического гистерезиса

сегнетоэлектриков

Лабораторная работа. Изучение температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков вблизи температуры фазового перехода

Магнетики во внешнем магнитном поле

Магнетики. Ферромагнетики

Лабораторная работа. Изучение магнитных свойств ферромагнетиков

Лабораторная работа. Определение точки Кюри ферромагнетика с помощью электронного осциллографа

#### **Раздел 4. Волновая оптика**

Корпускулярно-волновой дуализм

Интерференция света

Интерференция в тонких пленках

Лабораторная работа. Изучение явления интерференции света.

Кольца Ньютона

Лабораторная работа. Изучение дифракции Френеля

Лабораторная работа. Изучение дифракции Фраунгофера

## Раздел I. Электростатика

Рассматривая вопросы электромагнетизма, необходимо учитывать то обстоятельство, что понимание и усвоение ряда физических понятий должно опираться не столько на физический эксперимент, сколько на логические определения и математические модели.

Таково, например, понятие электрического заряда. Физическая величина, определяющая способность частиц участвовать в электрическом взаимодействии, называется электрическим зарядом этой частицы. Электрический заряд – это неотъемлемое свойство элементарной частицы, и без нее сам по себе заряд существовать не может. Изменение заряда какого-либо физического объекта непременно сопровождается изменениями массы этого объекта, что имеет место на уровне как макро-, так и микромира.

К числу наиболее важных свойств электрических зарядов относятся:

1. Существование двух видов электрических зарядов («положительных» и «отрицательных»), отличающихся друг от друга лишь тем, что в любой системе зарядов все заряды одного знака отталкиваются друг от друга, а противоположные по знаку – притягиваются.

2. Дискретность величины электрического заряда. В природе существует минимальный заряд, называемый элементарным и равный по величине  $1,6 \times 10^{-19}$  Кл, а все заряды тел кратны ему.

3. Аддитивность. При соединении нескольких заряженных тел полный заряд оказывается равным алгебраической сумме зарядов соединяемых тел.

4. Сохранение заряда. Согласно закону сохранения заряда, в изолированной системе полный заряд всех тел остается неизменным при любых взаимодействиях тел, приводящих к перераспределению зарядов между ними.

5. Инвариантность. Электрический заряд остается неизменным при переходе от одной системы отсчета к другой.

## Электрическое поле

Часть пространства, в которой на помещенный туда электрический заряд действуют электрические силы, называется электрическим полем.

Поля могут иметь потенциальный или вихревой характер. В первом случае работа сил поля не зависит от формы пути, а определяется лишь положением начальной и конечной точек, так что работа сил поля по любому замкнутому пути равна нулю. Во втором случае это условие не соблюдается.

Силовые линии электрического потенциального поля начинаются и оканчиваются на зарядах, силовые линии вихревого поля представляют собой замкнутые линии.

Электрические поля могут изменяться с течением времени и называются в таком случае нестационарными. Нестационарные электрические поля распространяются в пространстве со скоростью света.

Поле неподвижных зарядов является стационарным и называется электростатическим. Оно имеет потенциальный характер.

Поля, в каждой точке которых на пробный заряд действуют одинаковые по величине и направлению силы, называются однородными.

Поля, одновременно созданные в одной и той же области различными источниками, существуют независимо друг от друга.

## Взаимодействие зарядов

Взаимодействие заряженных тел осуществляется посредством электрических полей, образованных этими телами. Взаимодействие точечных зарядов в вакууме описывается законом Кулона:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (1)$$

Случай одноименных зарядов ( $q_1 q_2 > 0$ ) представлен на рис.1.

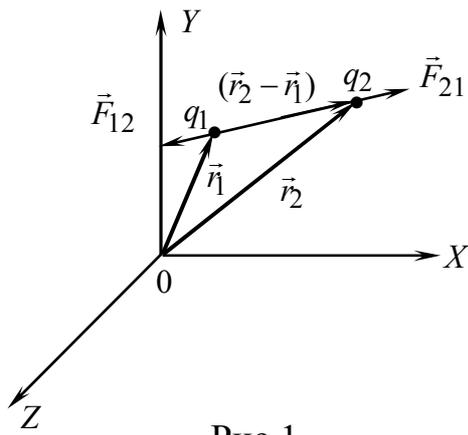


Рис.1

Взаимодействие тел сферической формы, заряженных равномерно, также описывается формулой (1), где под  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  понимаются радиусы-векторы их центров.

### Напряженность поля. Силовые линии

Напряженность поля – это силовая характеристика поля. Напряженность электростатического поля  $\vec{E}$  определяется как сила, действующая на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, т.е.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'}$$

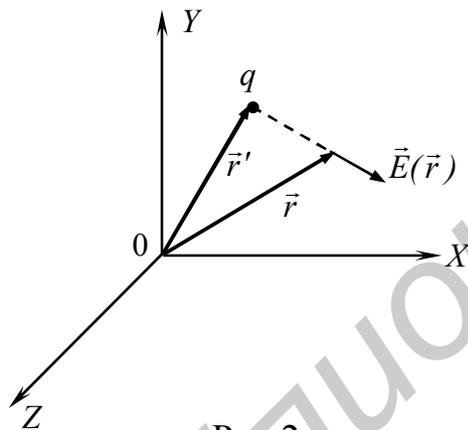


Рис.2

Напряженность поля, созданного точечным зарядом  $q$  (рис.2), легко получается из закона Кулона:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}'). \quad (2)$$

Напряженность поля, созданного системой зарядов, определяется в каждой точке пространства согласно принципу суперпозиции как геометрическая сумма напряженностей полей отдельных зарядов.

Для дискретного распределения  $n$  зарядов

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) + \dots + \vec{E}_n(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i(\vec{r}). \quad (3)$$

Тогда для системы точечных зарядов

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i). \quad (4)$$

В том случае, когда заряд непрерывно распределен в какой-либо области пространства, вводятся понятия линейной плотности заряда  $\lambda = \frac{dq}{dl}$ , поверхно-

стной плотности заряда  $\sigma = \frac{dq}{ds}$  и объемной плотности заряда  $\rho = \frac{dq}{dV}$  (рис.3).

Соответственно заряд элемента длины  $dl$ , поверхности  $ds$  и объема  $dV$  равен  $\lambda dl$ ,  $\sigma ds$ ,  $\rho dV$ , а напряженность рассчитывается по формулам

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(L)} \frac{\lambda dl}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}'), \quad (5)$$

где  $\lambda = \lambda(\vec{r}')$ ;

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(S)} \frac{\sigma ds}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}'), \quad (6)$$

где  $\sigma = \sigma(\vec{r}')$ ;

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(V)} \frac{\rho dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}'), \quad (7)$$

где  $\rho = \rho(\vec{r}')$ .

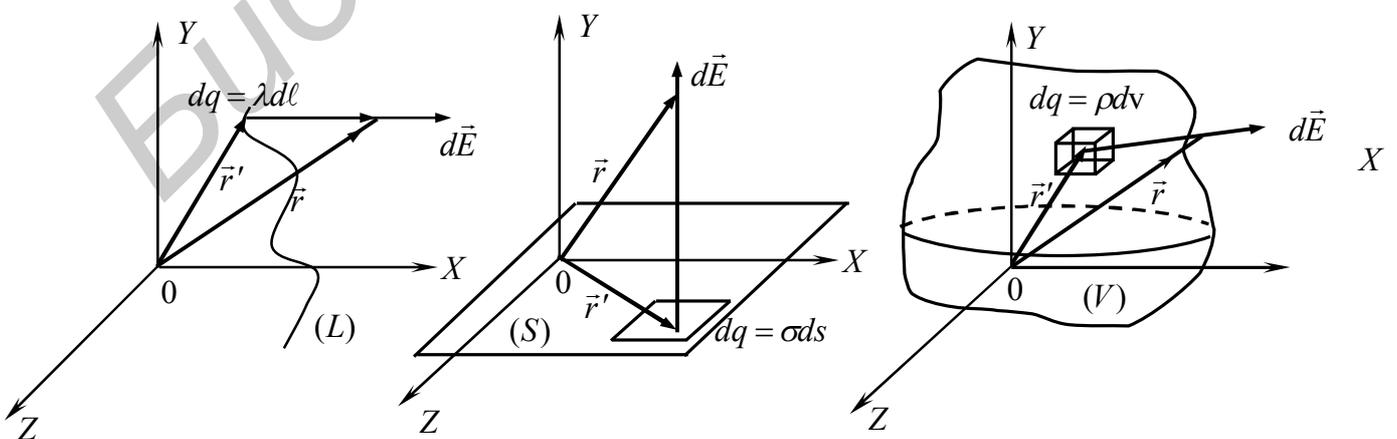


Рис.3

Поле может быть представлено графически с помощью силовых линий (линий напряженности). Силовая линия – это воображаемая линия, касательная к которой в любой точке содержит вектор напряженности в этой точке. Силовые линии проводятся так, чтобы их густота была пропорциональна (или равна) значению напряженности поля в данной точке пространства. Линии напряженности электрического поля начинаются на положительных, а заканчиваются на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность. Они непрерывны и нигде не пересекаются.

### Потенциал. Эквипотенциальные поверхности

Другой важной характеристикой электростатического поля является его энергетическая характеристика – потенциал. Потенциалом  $\varphi(\vec{r})$  называют потенциальную энергию  $U(\vec{r})$  единичного положительного заряда, помещенного в конкретную точку поля, то есть  $\varphi(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q}$ . Знак потенциала и его численное значение, как и любой энергии, определяется не только положением рассматриваемой точки и знаком заряда, но и выбором нулевого уровня энергии. Для точечного заряда, создающего поле, за нулевой уровень обычно принимается потенциал точки, бесконечно удаленной от создающего поле заряда. В этом случае потенциал поля, созданного точечным зарядом  $q$  (рис. 4), определяется формулой

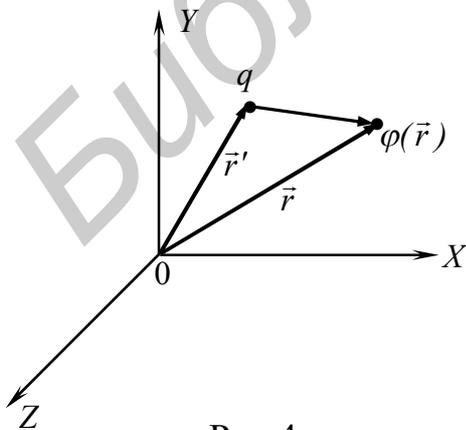


Рис.4

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (8)$$

Согласно принципу суперпозиции, потенциал поля, созданного системой  $n$  зарядов, определяется в каждой точке пространства алгебраической суммой потенциалов полей, созданных каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r}) + \dots + \varphi_n(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\vec{r}). \quad (9)$$

Для дискретного распределения точечных зарядов

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}'^i|}. \quad (10)$$

Для непрерывного распределения заряда:

вдоль линии 
$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(L)} \frac{\lambda dl}{|\vec{r} - \vec{r}'|}; \quad (11)$$

по поверхности 
$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(S)} \frac{\sigma ds}{|\vec{r} - \vec{r}'|}; \quad (12)$$

по объему 
$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(V)} \frac{\rho dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (13)$$

Поверхность, в каждой точке которой потенциал имеет одно и то же значение, называют эквипотенциальной поверхностью.

Эквипотенциальные поверхности принято проводить таким образом, чтобы при переходе от одной поверхности к соседней потенциал поля менялся на одну и ту же величину.

### Связь между напряженностью и потенциалом

Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом вытекает из соотношения между потенциальной энергией и силой для любого поля, имеющего потенциальный характер.

Таким образом,

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = -grad\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{e}_z\right), \quad (14)$$

откуда следует, что

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (15)$$

Проекция вектора  $\vec{E}$  на любое произвольное направление  $\ell$  определяется

как 
$$E_\ell = -\frac{\partial\varphi}{\partial\ell}. \quad (16)$$

Используя формулу (16), можно показать, что:

а) линии напряженности всегда ортогональны к эквипотенциальным поверхностям;

б) линии напряженности направлены в сторону уменьшения потенциала.

Зная напряженность поля, можно определить потенциал в любой точке интегралом  $\varphi = -\int (\vec{E}, d\vec{r})$ , либо определить разность потенциалов двух любых точек поля

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{r}). \quad (17)$$

Легко видеть, что  $\int_1^2 (\vec{E}, d\vec{r})$  – это работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2. Поскольку нулевой уровень потенциала можно выбирать произвольно, например в точке 2, то потенциал поля определяется той работой, которую совершают силы электростатического поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля на нулевой уровень потенциала.

### Примеры электростатических полей

Силовые линии и эквипотенциальные поверхности:

1. Поля точечного заряда (рис.5) (стрелки указывают направления векторов напряженности):

а – положительный заряд (+q);

б – отрицательный заряд (-2q).

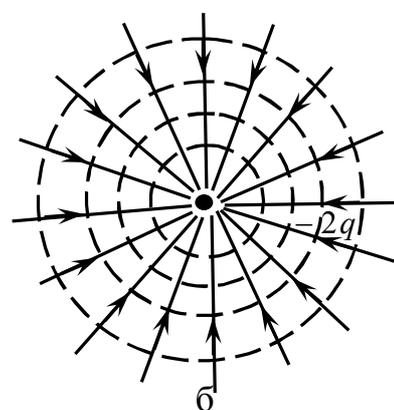
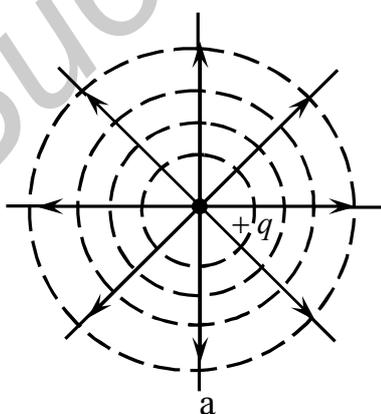


Рис.5

2. Однородного поля (рис.6).

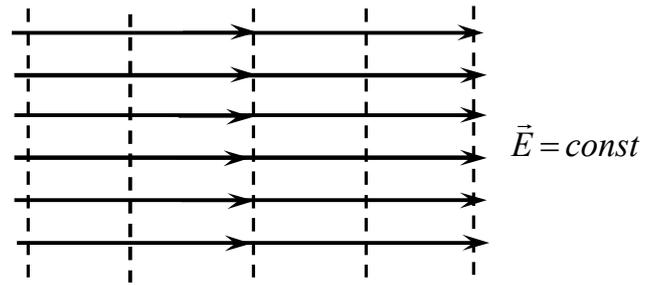


Рис.6

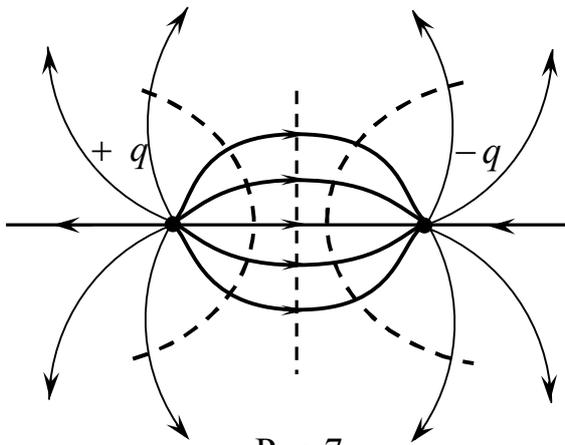


Рис.7

3. Поля электрического диполя (рис.7). Диполь представляет собой систему из двух одинаковых по величине и противоположных по знаку зарядов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга.

4. Неоднородное поле (рис.8).

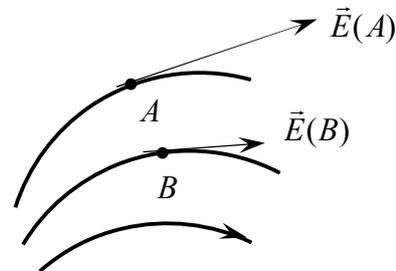


Рис.8

### Поток вектора напряженности электрического поля

Потоком вектора напряженности  $\vec{E}$  электрического поля через элементарную площадку  $ds$  называют величину  $d\Phi$ :

$$d\Phi = (\vec{E}, d\vec{s}) = (\vec{E}, \vec{n}) ds, \quad (18)$$

где  $d\vec{s} = ds \cdot \vec{n}$  – псевдовектор,

$\vec{n}$  – единичный вектор нормали к площадке  $ds$  (рис.9).

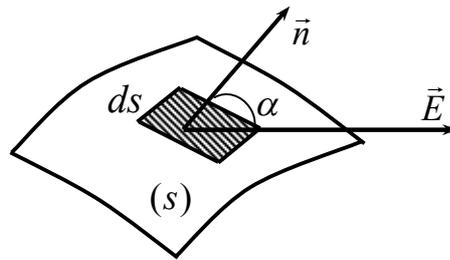


Рис.9

Поток вектора  $\vec{E}$  через любую поверхность определяется интегралом

$$\Phi = \int_{(s)} (\vec{E}, \vec{n}) ds = \int_{(s)} E \cos \alpha ds = \int_{(s)} E_n ds. \quad (19)$$

В случае замкнутой поверхности поток вектора  $\vec{E}$  определяется теоремой Гаусса, которая гласит: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью с точностью до множи-

теля  $\frac{1}{\epsilon_0}$  в СИ, то есть  $\Phi = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0}$  (рис.10):

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (20)$$

Рис.10

Для непрерывного распределения зарядов теорема Гаусса приобретает вид

$$\oint (\vec{E}, d\vec{s}) = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon_0} \int_{(V)} \rho dV - \text{по объему;} \\ \frac{1}{\epsilon_0} \int_{(s)} \sigma ds - \text{по поверхности;} \\ \frac{1}{\epsilon_0} \int_{(L)} \lambda dl - \text{по линии.} \end{cases}$$

(21)

В дифференциальной форме теорема Гаусса имеет вид

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho.$$

Поскольку дивергенция ( $\operatorname{div}$ ) определяет плотность источников векторного поля, то можно утверждать, что источниками электростатического поля являются локализованные в пространстве электрические заряды.

Теорема Гаусса позволяет в случаях, когда поля обладают определенной симметрией, рассчитать напряженность электростатического поля более простым способом, чем с помощью принципа суперпозиции полей.

### Циркуляция вектора $\vec{E}$

Циркуляцией вектора  $\vec{E}$  называется линейный интеграл по любому замкнутому контуру  $\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{\ell})$  (рис.11), где  $d\vec{\ell} = dl \cdot \vec{\tau}$ ,  $\vec{\tau}$  – единичный вектор, касательный к контуру в данной точке,  $dl$  – элемент длины контура в окрестности данной точки.

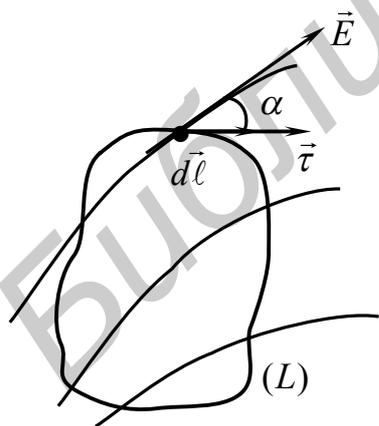


Рис.11

С физической точки зрения циркуляция вектора  $\vec{E}$  представляет собой работу электрических сил по перенесению единичного положительного заряда по замкнутому пути. В силу потенциальности электростатического поля работа электростатических сил по любому замкнутому пути равна 0.

Таким образом, для потенциального поля

$$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{\ell}) = 0 \quad (22)$$

для любого произвольно выбранного контура.

В природе, однако, существуют и другие, непотенциальные электрические поля. Причиной их возникновения является любое изменяющееся магнитное поле (в том числе и созданное движущимся зарядом). Линии напряженности такого поля замкнуты, а работа сил поля зависит от формы пути и на замкнутом пути оказывается отличной от 0.

Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля определяется одним из уравнений Максвелла:

$$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{l}) = - \oint_{(s)} \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{s} \right), \quad (23)$$

где  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции нестационарного магнитного поля.

### **Лабораторная работа    Изучение строения электростатических полей**

#### **Цель работы:**

- ознакомиться с методом моделирования электростатических полей;
- изучить строение электростатических полей.

#### **Методическое обоснование работы**

Экспериментальное изучение электростатических полей сопровождается целым рядом технических трудностей, главной из которых является изменение расположения создающих поле зарядов при внесении в него индикатора, регистрирующего поле. Любой, даже самый малый по размерам и величине пробный заряд, внесенный в изучаемое поле, непременно окажет силовое действие на заряды, создающие поле, и, следовательно, исказит первоначальную картину поля. Кроме того, изучение полей, локализованных в микроробластях, становится экспериментально невозможным, поскольку крайне сложно на практике перемещать индикатор поля на микроскопические расстояния.

Именно поэтому электростатические поля изучают, применяя метод моделирования.

Методика моделирования заключается в том, что электростатическое поле неподвижных зарядов заменяется полем стационарных токов, которое так же, как и электростатическое поле, имеет потенциальный характер и эквивалентно по геометрическим размерам изучаемому полю.

Аналогия между полем неподвижных зарядов и стационарных токов состоит в том, что вектор напряженности  $\vec{E}$  перпендикулярен как поверхности заряженного проводника, так и поверхности электродов соответствующей формы, между которыми протекает электрический ток. Необходимо только, чтобы удельная электропроводность окружающей среды была значительно меньше удельной электропроводности вещества электрода, а форма и расположение электродов на модели повторяли форму и расположение изучаемых заряженных тел. Одинаковым в обоих случаях является и распределение потенциалов. Модель обычно выполняют в увеличенном масштабе, что позволяет избежать значительных искажений при проведении измерений.

Электроды определенной формы изготавливаются из металла, а пространство между ними заполняется слабопроводящей однородной средой (электропроводной бумагой, влажным песком и др.). Измерение потенциала производится с помощью зонда. Особенно удобно исследовать с помощью зонда плоские поля, т.е. такие, для которых векторы  $\vec{E}$  лежат в параллельных плоскостях, а потенциал и напряженность зависят всего от двух координат. В этом случае требуется измерение потенциала и напряженности только в одной из плоскостей.

В лабораторной работе моделируются поле линейного диполя и радиальное поле в вакууме (на рис.12 макеты I, II). Макеты представляют собой лист электропроводной бумаги (бумаги с добавлением графита или сажи), на которой закреплены металлические электроды, подсоединенные к источнику постоянного тока.

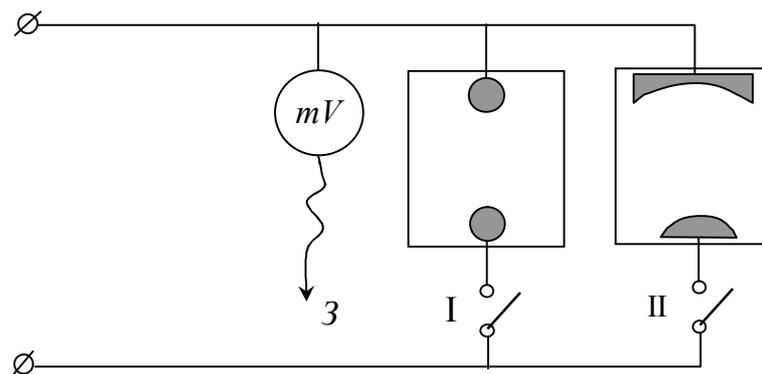


Рис.12

Потенциал точек, находящихся на границе электропроводной бумаги с отрицательным электродом, принимается равным 0, и все потенциалы изучаемых точек отсчитываются от этого условного нулевого уровня. Потенциал произвольной точки поля относительно выбранного нулевого уровня измеряется с помощью зонда (3), соединенного с вольтметром ( $mV$ ).

Поле стационарных токов в электропроводной бумаге аналогично полю вектора  $\vec{E}$ , что позволяет изобразить картину силовых линий электростатического поля.

Задание:

1. Исследовать распределение потенциала между электродами изучаемых полей.
2. Получить картину эквипотенциальных поверхностей (линий) этих полей и изобразить их на миллиметровой бумаге.
3. Провести силовые линии полей.

### Лабораторная работа Изучение основных свойств электрических полей

**Цели работы:**

- проверить теорему Гаусса для поля вектора  $\vec{E}$ ;
- проверить теорему о циркуляции вектора  $\vec{E}$ .

### Методическое обоснование работы

Проверка теоремы о циркуляции и теоремы Гаусса проводится для плоского электрического поля, созданного на электропроводящей бумаге металлическими электродами, присоединенными к источнику постоянного тока.

Предлагаемая схема является плоским аналогом цилиндрического конденсатора, в котором силовые линии электрического поля представляют собой радиальные прямые, исходящие из внутреннего электрода и заканчивающиеся на внешнем (либо наоборот). Можно легко показать, что на такой модели в теореме Гаусса достаточно использовать плоский аналог гауссовой поверхности.

Действительно, при рассмотрении поля объемного цилиндрического конденсатора бесконечной длины в качестве гауссовой поверхности целесообразно выбрать замкнутую цилиндрическую поверхность произвольных конечных размеров.

На рис.13 сплошной линией показаны обкладки цилиндрического конденсатора, прерывистой – гауссова поверхность, проходящая через точку  $A$ , в которой определяется поле.

Поток вектора  $\vec{E}$  через замкнутую поверхность высотой  $h$  определяется следующим образом:

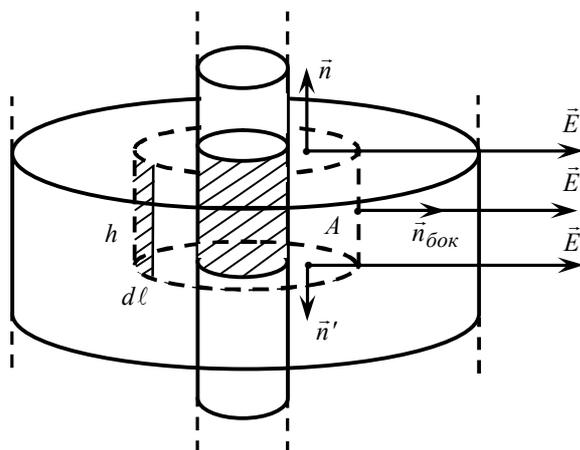


Рис.13

$$\oint (\vec{E}, d\vec{s}) = \int_{(s_{бок})} (\vec{E}, d\vec{s}) + \int_{(s_{осн})} (\vec{E}, d\vec{s}) + \int_{(s_{осн})} (\vec{E}, d\vec{s}) = \int_{(s_{бок})} E ds \cos 0^\circ +$$

$$+ 2 \int_{(s_{осн})} E ds \cos \frac{\pi}{2} = \int_{(s_{бок})} E ds. \quad (24)$$

Согласно теореме Гаусса, поток вектора  $\vec{E}$  через любую замкнутую поверхность равен полному заряду, находящемуся внутри области, ограниченной этой поверхностью, деленному на  $\epsilon_0$ . В нашем случае это заряд, обозначенный штриховкой и сосредоточенный на внутренней обкладке конденсатора.

Если линейная плотность заряда  $\lambda$ , то искомый заряд  $q = \lambda h$ . В соответствии с теоремой Гаусса получим

$$\oint_{(s)} E_n h dl = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \quad \text{или} \quad \oint_{(L)} E_n dl = \frac{\lambda}{\epsilon_0}. \quad (25)$$

Таким образом, интегрирование производится по замкнутому контуру, представляющему плоский аналог гауссовой поверхности.

Интеграл  $\oint E_n dl$  приближенно можно представить в виде суммы

$$\sum_{i=1}^k E_{ni} \Delta \ell_i. \quad (26)$$

Таким образом, в соответствии с теоремой Гаусса для поля вектора  $\vec{E}$  имеем

$$\sum E_{ni} \Delta \ell_i \approx \frac{\lambda}{\epsilon_0}. \quad (27)$$

В этом случае сумма является аналогом потока вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность, а  $\lambda$  – аналогом заряда.

Используя предлагаемую модель, можно осуществить и проверку теоремы о циркуляции:

$$\oint_{(L)} E_\ell dl = 0. \quad (28)$$

И в этом случае интеграл можно приближенно представить в виде суммы

$$\sum_{i=1}^k E_{\ell_i} \Delta \ell_i. \quad (29)$$

Если все участки  $\Delta \ell_i$  выбираются одинаковой длины, то

$$\begin{cases} \oint E_n dl \approx \Delta \ell \sum E_{ni} \\ \oint E_{\ell} dl \approx \Delta \ell \sum E_{\ell_i}, \end{cases} \quad (30)$$

а значит, равенство 0 циркуляции или потока вектора  $\vec{E}$  определяется только показаниями прибора и не зависит от длины  $\Delta \ell_i$ .

При выполнении работы выбираются два произвольных контура, один из которых (1) охватывает внутренний электрод, а другой (2) – не охватывает (рис.14). Для каждого контура осуществляется проверка теоремы о циркуляции и теоремы Гаусса.

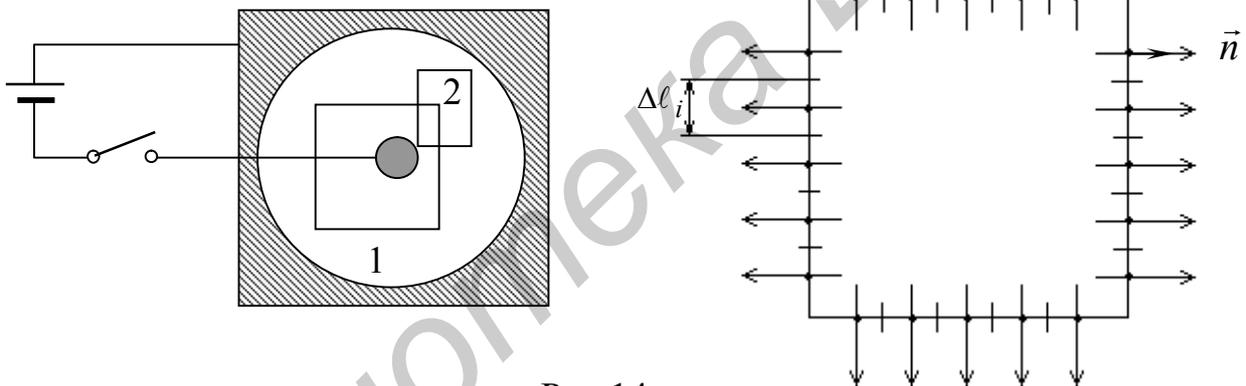


Рис.14

### Задание:

1. Проверить теорему Гаусса для произвольных контуров, охватывающих внутренний электрод (контур 1) (не менее двух контуров) и не охватывающих (контур 2) (также не менее двух контуров). Для этого в каждом случае рассчитать сумму

сумму  $\sum_{i=1}^k E_{ni} \Delta \ell_i$  и проанализировать полученные результаты.

2. Проверить теорему о циркуляции для тех же контуров. Для этого в каждом случае подсчитать сумму  $\sum_{i=1}^k E_{\ell_i} \Delta \ell_i$  и проанализировать полученные результаты.

## Раздел 2. Магнитное поле

Магнитное поле – это силовое поле, действующее на движущиеся электрические заряды, проводники с током и на тела, обладающие магнитным моментом (независимо от состояния их движения). Эти же объекты являются источниками магнитных полей.

Так, например, магнитное поле создается токами в электролитах, электрическими разрядами в газах, катодными и анодными лучами, проявляется при движении электродов в атомах, при колебаниях атомных ядер в молекулах, при изменении ориентации элементарных диполей в диэлектриках и т. д. Природа этих источников одина: магнитное поле возникает в результате движения заряженных микрочастиц (электронов, протонов, ионов), а также благодаря наличию у микрочастиц собственного (спинового) магнитного момента.

Силовой характеристикой магнитного поля является магнитная индукция  $\vec{B}$ . Значение  $\vec{B}$  определяет силу, действующую в данной точке поля на движущийся электрический заряд, проводник с током или на тело, обладающее магнитным моментом  $\vec{P}_m$ . В СИ единица магнитной индукции получила название *тесла* (Тл):

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}. \quad (31)$$

Магнитного аналога электрическому заряду в природе не существует. Пробным телом, пригодным для определения и измерения магнитного поля, может быть элементарный контур с током, магнитным полем второго можно пренебречь.

Количественной характеристикой контура с током  $I$  является его магнитный момент  $\vec{P}_m$ :

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}, \quad (32)$$

где  $S$  – площадь поверхности, ограниченной контуром  $L$ ;

$\vec{n}$  – единичный вектор нормали к этой поверхности.

Направление тока и нормали к поверхности образуют правовинтовую систему (рис.15). На плоский контур с током, помещенный в однородное магнитное поле, действует момент сил

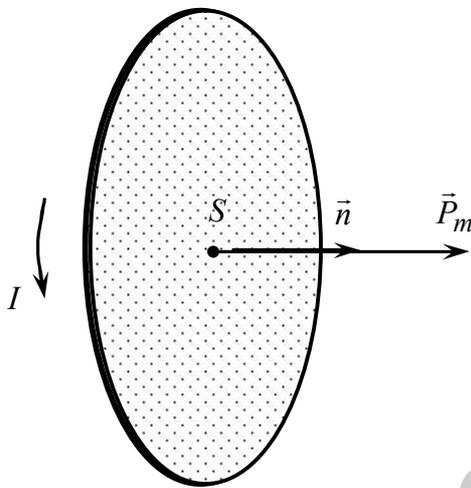


Рис.15

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}]. \quad (33)$$

В положении равновесия контура  $P_m \uparrow \uparrow$ .

Модуль вектора  $M = P_m B \sin(\vec{n}, \vec{B})$ . Соотношение (33) можно рассматривать как определение магнитной индукции:

$$|\vec{B}| = \frac{M_{\max}}{P_m}, \quad (34)$$

где  $M_{\max}$  – максимальный момент сил, действующий на контур с током. Направление

вектора  $\vec{B}$  определяется направлением магнитного момента  $\vec{P}_m$  в равновесном положении контура.

Основной задачей теории магнитного поля является расчет характеристик магнитного поля произвольной системы токов и движущихся электрических зарядов. В основе метода расчета магнитных полей лежит *принцип суперпозиции*.

Магнитное поле, порождаемое несколькими токами, в данной точке пространства равно векторной сумме магнитных полей, порождаемых каждым током в этой точке в отдельности.

## Сила Ампера

На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила, определяемая законом Ампера.

В законах магнитного взаимодействия ту же роль, что и точечный заряд в электрических взаимодействиях, играет элемент тока. Элементом тока называют

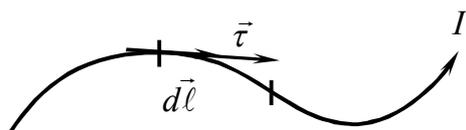


Рис.16

вектор  $I d\vec{\ell}$ , где  $I$  – сила тока, протекающего по участку проводника длиной  $dl$ , а направление вектора  $d\vec{\ell}$  совпадает с направлением протекающего тока на участке (рис.16), т.е.  $d\vec{\ell} = dl\vec{\tau}$ , где  $\vec{\tau}$  – единичный вектор, касательный к проводнику в рассматриваемой точке.

Сила, действующая со стороны магнитного поля на помещенный в него элемент тока, определяется законом Ампера:

$$d\vec{F} = I [d\vec{\ell}, \vec{B}]. \quad (35)$$

Вектор  $\vec{B}$  является силовой характеристикой магнитного поля и называется вектором магнитной индукции.

На проводник с током конечной длины и произвольной конфигурации в магнитном поле действует сила

$$\vec{F} = \int_{(L)} I [d\vec{\ell}, \vec{B}].$$

Сила Ампера не действует лишь на те участки проводника, направление тока в которых совпадает с направлением вектора  $\vec{B}$ .

Модуль силы Ампера, действующей на элемент тока, равен

$$|d\vec{F}| = IBdl \sin \alpha, \quad (36)$$

где  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{B}$  и элементом тока  $I d\vec{\ell}$ .

Направление силы Ампера задается правилом векторного произведения и проще всего определяется по правилу буравчика: векторы, входящие в вектор-

ное произведение, следует продолжить либо перенести параллельно самим себе так, чтобы они выходили из одной точки; в точку их пересечения следует поместить буравчик так, чтобы он был перпендикулярен плоскости, в которой расположены векторы; рукоятку буравчика нужно поворачивать от первого вектора, стоящего в векторном произведении, ко второму по наименьшему углу (рис.17). Поступательное движение острия буравчика при этом укажет на направление силы Ампера. Таким образом, сила Ампера всегда перпендикулярна направлению тока в проводнике и вектору  $\vec{B}$ .

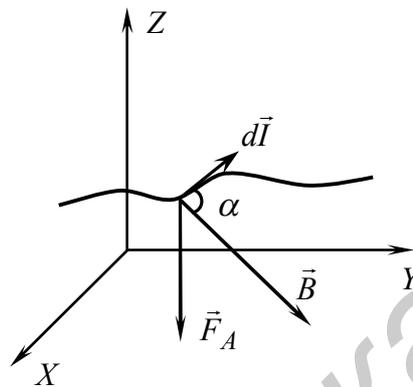


Рис.17

### Закон Био-Савара-Лапласа

Для магнитного поля, имеющего вихревой характер, невозможно ввести понятие потенциала как его энергетической характеристики, поэтому основным параметром магнитного поля является силовая характеристика поля – вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Экспериментально выведенный закон Био-Савара-Лапласа позволяет определить вектор магнитной индукции поля, созданного элементом тока  $I d\vec{\ell}$  в произвольной точке пространства, определяемой радиусом-вектором  $\vec{r}$ :

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{r}' \times \vec{r} - \vec{r}']}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}. \quad (37)$$

Вектор  $d\vec{B}(\vec{r})$  перпендикулярен плоскости, содержащей векторы  $d\vec{r}'$  и  $\vec{r} - \vec{r}'$ , а его направление определяется правилом буравчика (рис.18).

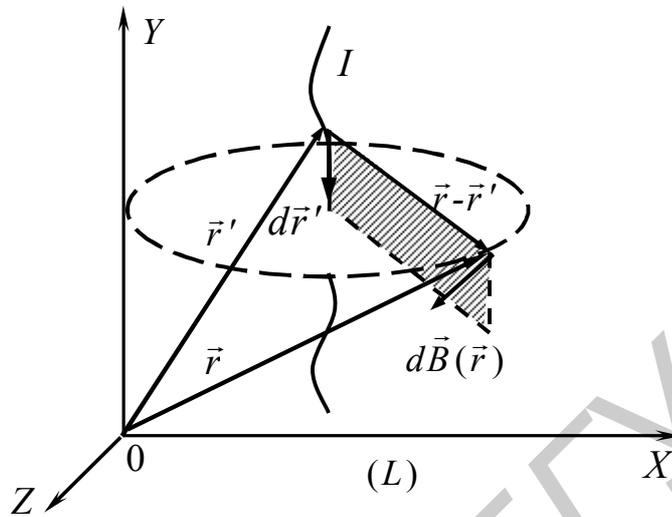


Рис. 18

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i(\vec{r}). \quad (38)$$

Полагая, что принцип суперпозиции справедлив для полей, создаваемых элементами тока, можно для произвольного проводника с током определить вектор  $\vec{B}$  следующим образом:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(l)} \frac{I[d\vec{r}, \vec{r} - \vec{r}']}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}. \quad (39)$$

Магнитное поле, так же как и электрическое, можно изображать графически при помощи линий магнитной индукции – воображаемых линий, касательные к которым направлены так же, как и вектор  $\vec{B}$  в данной точке поля (рис.19). Подобно линиям напряженности электрического поля, линии магнитного поля проводят с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единицу поверхности, перпендикулярную к ним, было равно (пропорционально) численному значению вектора индукции магнитного поля в данном месте.

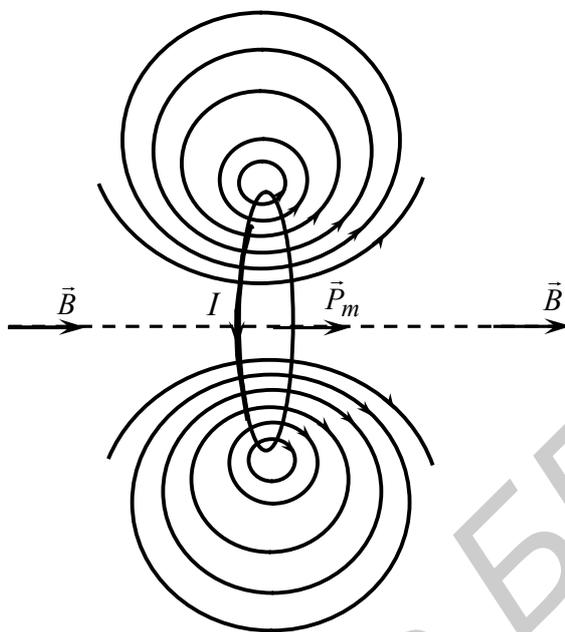


Рис.19

### Теорема Гаусса и теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$

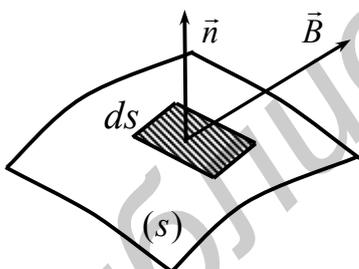


Рис.20

Потоком  $d\Phi$  вектора магнитной индукции через элементарную площадку  $ds$  (рис.20) называют скалярное произведение  $(\vec{B}, d\vec{s})$ :

$$d\Phi = (\vec{B}, d\vec{s}) = (\vec{B}, \vec{n})ds = B \cdot ds \cdot \cos(\vec{n}, \hat{\vec{B}}) = B_n ds. \quad (40)$$

Поток  $\Phi$  через произвольную поверхность равен

$$\Phi = \int_{(s)} (\vec{B}, d\vec{s}). \quad (41)$$

Теорема Гаусса: поток вектора индукции магнитного поля  $\vec{B}$  через любую замкнутую поверхность равен 0:

$$\oint_{(s)} (\vec{B}, d\vec{s}) = 0, \quad (42)$$

или в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (43)$$

Эта теорема выражает тот факт, что силовые линии магнитного поля замкнуты, поэтому число линий вектора  $\vec{B}$ , выходящих из любой области пространства, всегда равно числу линий, входящих в эту область.

Записанная в дифференциальной форме теорема Гаусса ( $\operatorname{div} \vec{B} = 0$ ) показывает, что в природе не существует локализованных в пространстве магнитных зарядов, аналогичных электрическим.

Теорема о циркуляции: циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному контуру ( $\ell$ ) равна произведению  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охваченных контуром (рис.21):

$$\oint_{(\ell)} (\vec{B}, d\vec{\ell}) = \mu_0 I, \quad (44)$$

где  $I = \sum_{i=1}^n I_i$  – алгебраическая сумма токов проводимости.

Ток считается положительным, если его направление образует с направлением обхода кругового контура ( $\Gamma$ ) правый винт (рис.21).

Для тока, распределенного с какой-то плотностью  $\vec{j}$ , формула (44) принимает вид

$$\oint_{(\Gamma)} (\vec{B}, d\vec{\ell}) = \mu_0 \int_{(s)} (\vec{j}, d\vec{s}). \quad (45)$$

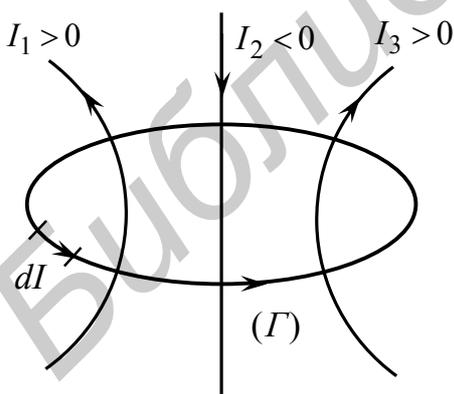


Рис. 21

## Действие электромагнитного поля на заряженные частицы

Электрическое и магнитное поля можно рассматривать отдельно только в случаях стационарных полей, т.е. полей, не меняющихся со временем. В общем случае электрическое и магнитное поля являются компонентами единого электромагнитного поля, подчиняющимися уравнениям Максвелла:

$$\begin{aligned} \oint_{(l)} (\vec{E}, d\vec{l}) &= - \int_s \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{s} \right); \\ \oint_{(s)} (\vec{D}, d\vec{s}) &= \int_{(V)} \rho dV; \\ \oint_{(l)} (\vec{H}, d\vec{l}) &= \int_{(s)} \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, d\vec{s} \right); \\ \oint_{(s)} (\vec{B}, d\vec{s}) &= 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Для решения конкретных задач уравнения Максвелла необходимо дополнить уравнениями

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \epsilon_0 \vec{E}; \\ \vec{B} &= \mu \mu_0 \vec{H}; \\ \vec{j} &= \sigma(\vec{E}), \end{aligned} \quad (47)$$

а также конкретными граничными условиями.

Движение заряженной частицы в электромагнитном поле описывается уравнением

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (48)$$

где  $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  – импульс частицы.

Этой системы уравнений достаточно для описания всех электромагнитных явлений, в которых не проявляются квантовые эффекты. Выражение для силы,

действующей на заряженную частицу в электромагнитном поле, было получено Лоренцем, поэтому она так и называется – сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (49)$$

где  $\vec{F}_Э = q\vec{E}$  – электрическая составляющая силы Лоренца;

$\vec{F}_М = q[\vec{v}, \vec{B}]$  – магнитная составляющая.

Направление  $\vec{F}_Э$  для положительного заряда определяется направлением вектора  $\vec{E}$ . Направление  $\vec{F}_М$  для положительного заряда определяется правилом правого винта (буравчика) (рис.22, а). В случаях отрицательных зарядов направления сил меняются на противоположные (рис.22, б).

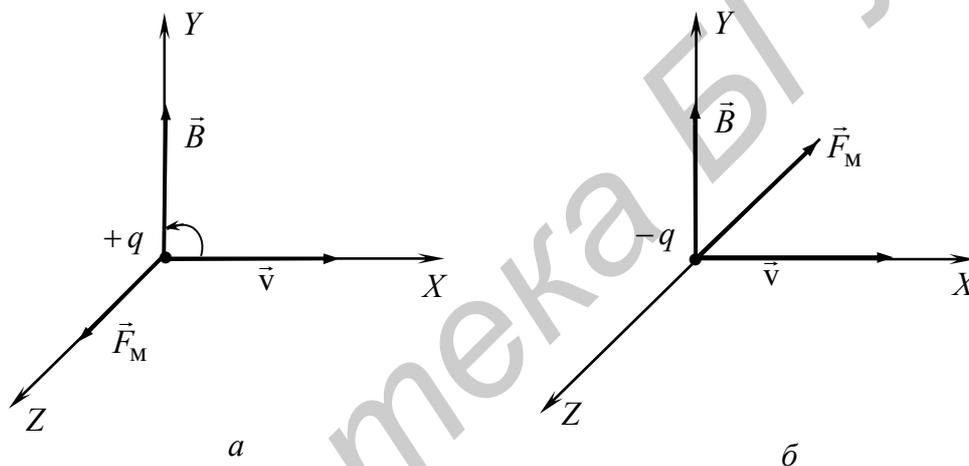


Рис.22

Численное значение магнитной составляющей силы Лоренца равно

$$F_M = |q| \cdot v \cdot B \sin(\vec{v}, \vec{B}). \quad (50)$$

### Явление электромагнитной индукции

В 1831 г. английский физик М. Фарадей обнаружил, что при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную проводимым контуром, в контуре возникает электрический ток. Этот ток называют индукционным, а само явление – явлением электромагнитной индукции. Индукционный ток обу-

словлен действием в контуре ЭДС индукции  $\varepsilon_i$ , величина которой определяется законом Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (51)$$

где  $\frac{d\Phi}{dt}$  – быстрота изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром.

Тогда сила магнитного тока  $I_i$  при условии пренебрежимо малой индуктивности контура (см. ниже) определяется законом Ома:

$$I_i = \frac{1}{R} \varepsilon_{ei} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (52)$$

где  $R$  – сопротивление контура.

Следует подчеркнуть, что  $\varepsilon_i$  не зависит от способа изменения магнитного потока, а определяется лишь скоростью его изменения.

Магнитный поток может быть изменен:

- а) изменением во времени вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ ;
- б) изменением площади поверхности, ограниченной контуром;
- в) изменением ориентации контура относительно линий магнитного поля.

Направление индукционного тока определяется правилом Ленца: индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.

Знак магнитного потока  $\Phi = \int_{(s)} (\vec{B}, d\vec{s})$  связан с направлением нормали к по-

верхности, ограниченной контуром, а знак ЭДС  $\varepsilon_i = \oint_{(\Gamma)} (\vec{E}, d\vec{\ell})$  связан с выбором

направления обхода по контуру. При выборе направлений в соответствии с

правилом правого винта величины  $\varepsilon_i$  и  $\frac{d\Phi}{dt}$  имеют противоположные знаки.

Рассмотрим круговой контур ( $\Gamma$ ) и выберем единичный вектор  $\vec{n}$  нормали к его поверхности в направлении внешнего поля  $\vec{B}$  (рис.23). Тогда положительным считается ток, образующий правый винт с вектором  $\vec{n}$ , т.е. текущий против часовой стрелки. При  $\frac{d\Phi}{dt} > 0$  (поток через контур увеличивается) из (52) следует,

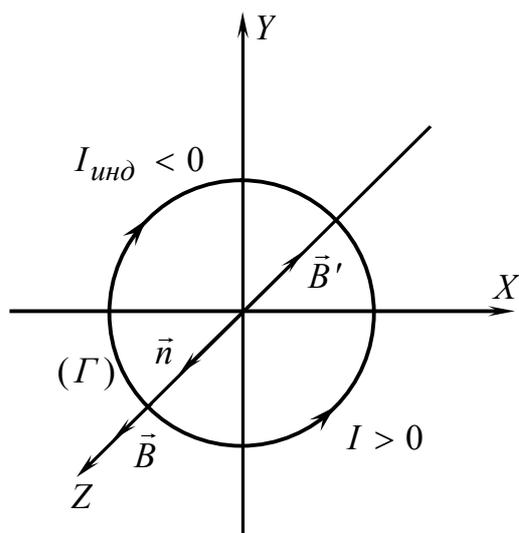


Рис.23

что  $I_i < 0$ , т.е. индукционный ток направлен по часовой стрелке. Это означает, что созданное им поле  $\vec{B}'$  направлено противоположно вектору  $\vec{n}$  и, следовательно,  $\vec{B}$  препятствует в соответствии с правилом Ленца росту его потока.

Если замкнутый контур состоит из  $N$  витков, то  $\varepsilon_i$ , индуцируемая в контуре, будет равна сумме ЭДС, индуцируемых в каждом из витков. Если магнитный поток, охватываемый каждым витком, один и тот же и равен  $\Phi_1$ , то суммарный поток

$$\psi = N\Phi_1. \quad (53)$$

Этот полный магнитный поток называется потокосцеплением.

В этом случае

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\psi}{dt}. \quad (54)$$

Согласно максвелловской электродинамике, изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое, циркуляция которого вдоль любого замкнутого контура равна ЭДС индукции, возникающей в совпадающем с ним линейном проводнике. Таким образом, замкнутый проводник является индикатором вихревого электрического поля, порождаемого нестационарным магнитным полем.

### Явление самоиндукции

Рассмотрим контур, по которому течет ток. Силовые линии магнитного поля, созданного током в витке, пронизывают виток, т.е. создают магнитный поток, пронизывающий контур. Изменение тока в витке приводит к изменению этого магнитного потока, что ведет к возникновению ЭДС индукции в том же контуре. Данное явление получило название самоиндукции.

Магнитный поток, созданный током  $I$  в контуре индуктивностью  $L$ , равен

$$\Phi = LI. \quad (55)$$

Следовательно,

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt} - I\frac{dL}{dt}. \quad (56)$$

Если  $L = const$ , то

$$\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt}. \quad (57)$$

### Явление взаимной индукции

Рассмотрим два (и более) контура (рис.24), между которыми имеется магнитная связь.

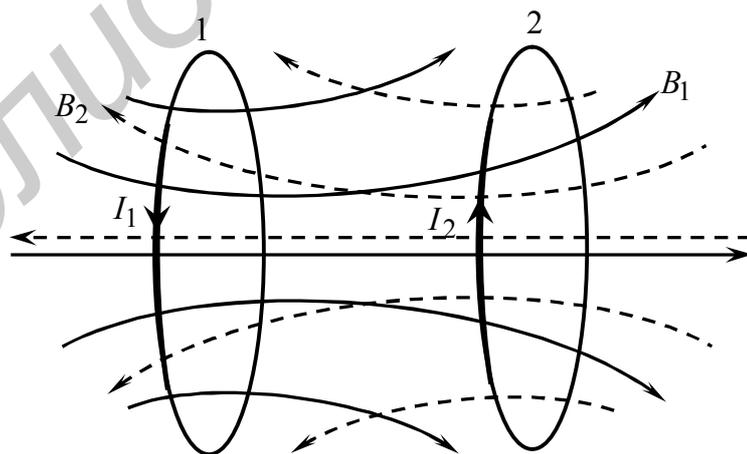


Рис.24

Магнитная связь проявляется в том, что при всяком изменении тока в одном контуре в другом возникает ЭДС индукции. Это явление получило название взаимной индукции:

$$\varepsilon_{1 \text{ в. инд}} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt} ; \quad (58)$$

$$\varepsilon_{2 \text{ в. инд}} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} , \quad (59)$$

где  $L_{12} = L_{21}$  – коэффициенты, называемые взаимной индуктивностью контуров.

### Лабораторная работа. *Изучение магнитных полей*

**Цель работы:** проверить справедливость принципа суперпозиции магнитных полей.

#### Методическое обоснование работы

В работе исследуются магнитные поля двух соосных катушек  $L_1$  и  $L_2$ , расположенных на некотором расстоянии  $\ell$  друг от друга, по виткам которых идут токи одного направления (рис.25, 26).



Рис. 25

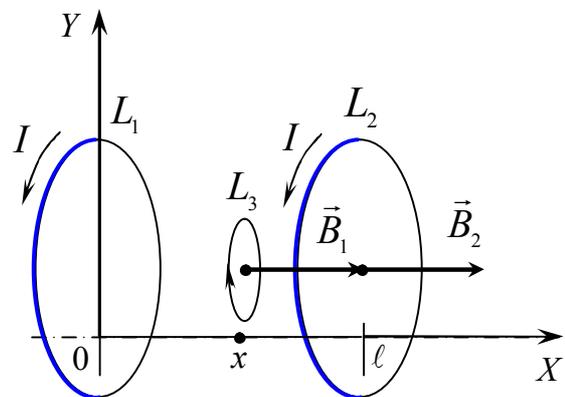


Рис. 26

Индукция магнитного поля, создаваемого кольцевым проводником  $L_1$  с током  $I$  в произвольной точке, лежащей на оси на расстоянии  $x$  от его плоскости, равна

$$B_1(x) = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (60)$$

Зависимость  $B_1(x)$  изображена на рис. 25.

Согласно принципу суперпозиции, индукция магнитного поля, созданного двумя катушками, равна

$$\vec{B}(x) = \vec{B}_1(x) + \vec{B}_2(x), \quad (61)$$

где  $\vec{B}_1(x)$  – индукция магнитного поля, созданного первой катушкой в некоторой точке с координатой  $x$  (см. рис.26);

$\vec{B}_2(x)$  – индукция магнитного поля, созданного второй катушкой в этой же точке.

Метод измерения величины магнитной индукции, используемый в работе, основан на явлении электромагнитной индукции – возникновении ЭДС индукции в измерительной катушке  $L_3$  при изменении магнитного потока  $\Phi$  через поверхность, ограниченную ее витками.

При установлении или исчезновении тока в катушках  $L_1, L_2$  в пространстве возникает переменное магнитное поле, которое наводит в катушке  $L_3$  индукционный ток (см. рис. 26):

$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (62)$$

где  $R$  – полное сопротивление цепи.

При выключении тока в исследуемых катушках за время его исчезновения  $t$  через измерительную катушку  $L_3$ , которая соединена с баллистическим гальванометром, пройдет заряд

$$q = \int_0^t i dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi}^0 d\Phi = \frac{\Phi}{R}. \quad (63)$$

В результате чего «зайчик» гальванометра сместится на  $K$  делений:

$$K = \frac{q}{C_r}, \quad (64)$$

где  $C_r$  – цена деления баллистического гальванометра.

Так как полный магнитный поток через катушку равен

$$\Phi = NBS, \quad (65)$$

где  $S$  – площадь витка, в пределах которого поле можно считать однородным,

$N$  – число витков катушки,

то, согласно формуле (63), по цепи пройдет заряд

$$q = \frac{NBS}{R}. \quad (66)$$

Измеряя максимальное отклонение «зайчика» гальванометра и зная постоянную прибора  $C_r$ , можно вычислить индукцию магнитного поля катушек  $L_1$  и  $L_2$ , включаемых по отдельности и вместе:

$$B = \frac{C_r R}{NS} K. \quad (67)$$

#### **Задание:**

1. Исследовать зависимость  $B_1(x)$  магнитного поля катушки  $L_1$ . Построить график.
2. Исследовать зависимость  $B_2(x)$  магнитного поля катушки  $L_2$ . Построить график.
3. Исследовать зависимость  $B(x)$  магнитного поля катушек  $L_1$  и  $L_2$ , включенных одновременно. Построить график. Все три графика выполнить на одном листе.
4. Просуммировать значения  $B_1(x)$  и  $B_2(x)$ , найденные в пп. 1 и 2. Убедиться, что полученный график в пределах погрешности совпадает с графиком, полученным в п. 3.

#### **Лабораторная работа.**

##### **Изучение законов магнитного поля**

#### **Цель работы:**

– проверить теорему Гаусса для поля вектора  $\vec{B}$ ;

– изучить теорему о циркуляции вектора  $\vec{B}$ .

### Методическое обоснование работы

В работе экспериментально изучаются теорема Гаусса для магнитного поля и закон полного тока.

Для измерения величины вектора магнитной индукции в работе применяется метод, основанный на явлении электромагнитной индукции.

Установка состоит из кольцевого проволочного проводника  $L_1$ , укрепленного на подставке (рис.29) и небольшой проволочной катушки  $L_2$ , помещенной в зонд и соединенной с измерительной системой (рис.27).

Кольцевой проводник  $L_1$  питается от сети через понижающий трансформатор. Индукция магнитного поля, созданного этим проводником, меняется со временем по закону

$$B = B_0 \cos \omega t. \quad (68)$$

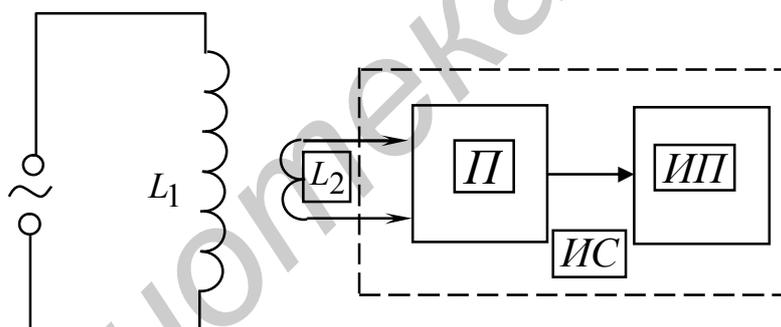


Рис.27

В зонде при этом наводится ЭДС и возникает индукционный ток, который идет в измерительную систему. Величина выходного напряжения  $U$  пропорциональна значению величины  $B$  и определяется по отсчетному устройству измерительного прибора:

$$U = kB, \quad (69)$$

где  $k$  – калибровочный коэффициент, учитывающий геометрию датчика, частоту тока и характеристики измерительного преобразователя.

Для проверки теорем выбираются контуры произвольной длины и формы,

лежащие в плоскости, перпендикулярной плоскости кольцевого проводника и проходящей через его диаметр (рис.29).

Выбранный контур делится точками на одинаковые участки  $\Delta\ell$  (рис.28). Измерения величины магнитной индукции производятся в середине каждого участка. При изучении теоремы Гаусса зонд ориентируется таким образом, чтобы направление стрелки на нем совпало с направлением внешней нормали к участку контура, а при изучении теоремы о циркуляции вектора  $\vec{B}$  – с направлением касательной к контуру в направлении его обхода, которое выбирается произвольно.

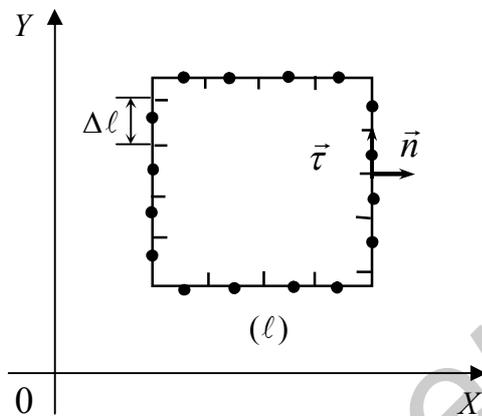


Рис.28

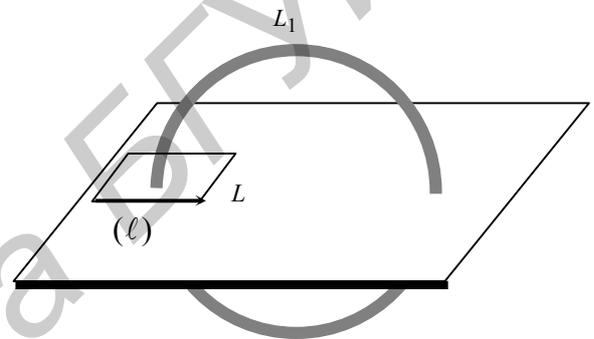


Рис.29

**Задание:**

1. Проверить теорему Гаусса для произвольных контуров, охватывающих токи и не охватывающих токи (не менее двух контуров). Для этого в каждом

случае вычислить сумму  $\sum_{i=1}^k B_{ni} \Delta\ell_i$  и проанализировать полученные результаты.

2. Проверить теорему о циркуляции для тех же контуров. Для этого в

каждом случае подсчитать сумму  $\sum_{i=1}^k B_{ni} \Delta\ell_i$  и проанализировать полученные результаты.

## Лабораторная работа

### Изучение явления электромагнитной индукции

**Цель работы:** экспериментально изучить частные случаи электромагнитной индукции.

#### Методическое обоснование работы

В работе предлагается проверить на опыте некоторые частные случаи явления электромагнитной индукции. Схема установки приведена на рис.30. Изменяющееся магнитное поле в длинном соленоиде  $L_0$  возбуждает вихревое электрическое поле, под действием которого в катушках  $L_1 - L_5$  возникает ЭДС индукции. Амплитудное значение ЭДС измеряется электронным осциллографом.

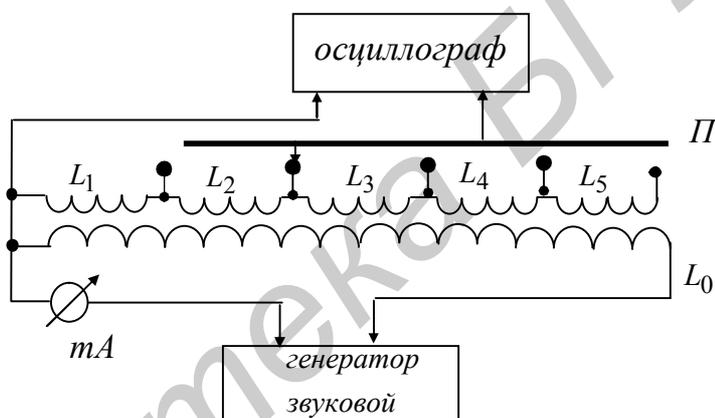


Рис. 30

Кнопочный переключатель  $\Pi$  дает возможность подключить к осциллографу каждую из катушек  $L_1 - L_5$  поочередно.

Согласно закону электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}, \quad (70)$$

где  $\varepsilon_2$  – ЭДС индукции, возникшая во вторичной катушке;

$\Phi_{12}$  – магнитный поток через вторичную катушку, создаваемый током  $I_1$ , текущим в первичной катушке.

Так как в катушке  $L_0$  течет переменный ток  $I_1$ , изменяющийся по закону

$$I_1 = I_{10} \sin \omega t, \quad (71)$$

то

$$\varepsilon_2 = - L_{12} I_{10} \omega \cos \omega t = - \varepsilon_o \cos \omega t. \quad (72)$$

Амплитудное значение тока во вторичной цепи:

$$I_{20} = \frac{\varepsilon_o}{R} = \frac{L_{12} I_{10} \omega}{R}, \quad (73)$$

где  $R$  – сопротивление вторичной цепи.

Следовательно,

$$L_{12} = \frac{\varepsilon_o}{\omega I_{10}} = \frac{\varepsilon_o}{2\pi\nu I_{10}}, \quad (74)$$

где  $\varepsilon_o$  – ЭДС, снимаемая с осциллографа.

Наличие переключателя  $\Pi$  дает возможность катушкам поменяться ролями (рис.31). Сначала генератор подключается к одной из катушек  $L_1 - L_5$ , а осциллограф – к соленоиду  $L_o$ , затем наоборот.

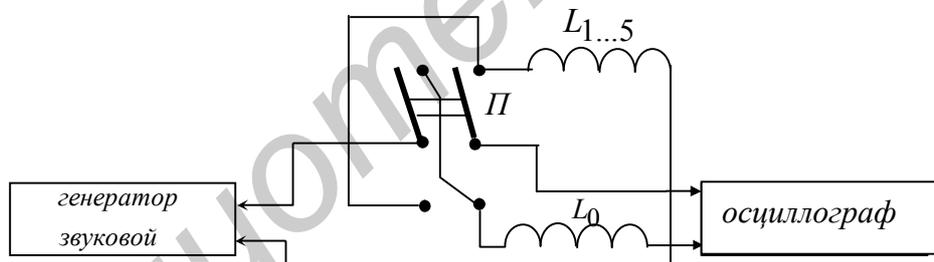


Рис. 31

Рассчитав коэффициенты взаимной индукции, легко убедиться в справедливости формулы

$$\frac{L_{12}}{L_{21}} = 1. \quad (75)$$

### Задание:

1. Изучить зависимость ЭДС индукции от числа витков во вторичной цепи. Построить график  $\varepsilon = \varepsilon(n)$ .

2. Изучить зависимость ЭДС индукции от частоты переменного тока на одной из катушек вторичной обмотки соленоида  $L_1 - L_5$  (наилучшее наблюдение на катушке  $L_4$ ). Построить график  $\varepsilon = \varepsilon(\nu)$ .

3. Проверить независимость коэффициента взаимной индукции от частоты и напряжения генератора  $\frac{L_{12}}{L_{21}} = 1$ .

## Лабораторная работа

### Эффект Холла

**Цель работы:** определение ЭДС Холла, удельной проводимости, концентрации и подвижности носителей тока в полупроводниках при комнатной температуре.

#### Методическое обоснование работы

Физические явления, возникающие в веществе, находящемся в магнитном поле, при прохождении тока называются гальваномагнитными эффектами.

На заряженные частицы в электрическом и магнитном полях действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_\Lambda = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}] = \vec{F}_\Lambda^e + \vec{F}_\Lambda^m. \quad (76)$$

Рассмотрим качественное действие магнитного поля на полупроводник  $n$ -типа, по которому течет электрический ток. Пусть образец имеет вид параллелепипеда размерами  $a$ ,  $b$ ,  $d$  (рис.32) и находится во внешнем магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , направленном против оси  $OZ$ .

При включении электрического поля напряженностью  $\vec{E}$  в образце возникает электрический ток с плотностью  $\vec{j} = \sigma\vec{E}$  (где  $\sigma$  – удельная электропроводность).

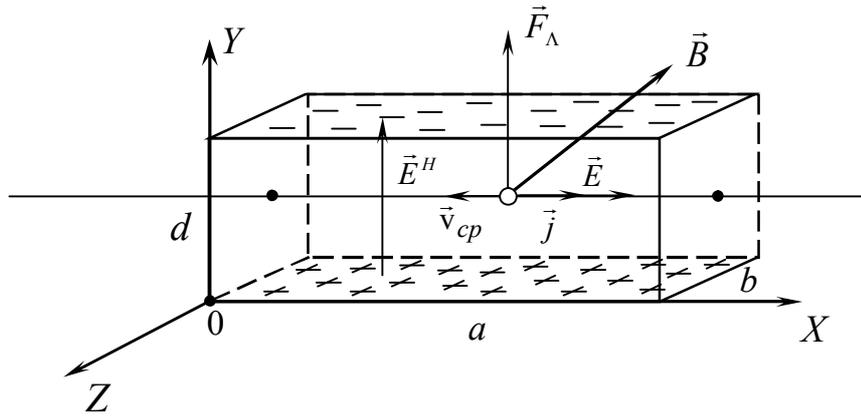


Рис.32

Носители заряда (в данном случае электроны) под действием силы  $\vec{F}^e = e\vec{E}$  приобретают дрейфовую скорость  $\vec{v}_{cp}$ , направленную против напряженности электрического поля ( $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл). При включении магнитного поля на электроны начинает действовать магнитная компонента силы Лоренца, перпендикулярная  $\vec{v}_{cp}$  и  $\vec{B}$ :

$$\vec{F}_{\Lambda}^m = e[\vec{v}_{cp} \vec{B}]. \quad (77)$$

Так как в полупроводнике существует статистический разброс электронов по скоростям, то  $\vec{v}_{cp}$  является средней скоростью движения в поле  $\vec{E}$ :

$$\vec{v} = \vec{a}t = \frac{\vec{F}}{m^*}t = \frac{e\vec{E}}{m^*}t, \quad (78)$$

где  $m^*$  – эффективная масса электрона, учитывающая взаимодействие его с внутрикристаллическим полем,

$t$  – время свободного пробега (время между двумя последовательными столкновениями электрона с ионами кристаллической решетки).

Время  $t$  принимает разные значения и распределено по определенному статистическому закону с плотностью вероятности  $\omega(t)$ :

$$\omega(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (79)$$

где  $\tau$  – среднее время свободного пробега.

Средняя скорость движения электрона  $\vec{v}_{cp}$  в таком случае определяется соотношением

$$\vec{v}_{cp} = \int_0^{\infty} \vec{v}(t) \omega(t) dt. \quad (80)$$

Подставляя (78) и (79) в (80), получим

$$\vec{v}_{cp} = \frac{e\tau}{m^*} \vec{E} = u\vec{E}, \quad (81)$$

где  $u = \frac{e\tau}{m^*}$  – подвижность носителей заряда, в данном случае электронов.

С учетом (81) сила Лоренца (будем в дальнейшем так называть ее магнитную часть  $\vec{F}_\Lambda^m$ ) переписется следующим образом:

$$\vec{F}_\Lambda = \frac{e^2\tau}{m^*} [\vec{E}, \vec{B}]. \quad (82)$$

Из (82) следует, что направление силы Лоренца не зависит от знака носителей заряда, а определяется только направлением электрического и магнитного полей  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ . Носители заряда – электроны или дырки (для полупроводника  $p$ -типа) отклоняются в одну и ту же сторону.

Для металлического образца (или полупроводника  $n$ -типа) конечных размеров в результате этого происходит накопление отрицательного заряда на верхней (рис.32) стороне образца. На противоположной стороне формируется положительный заряд. Для полупроводника  $p$ -типа (носителями заряда являются положительно заряженные дырки) знаки заряда на этих плоскостях противоположны: на верхней плоскости положительный, а на нижней – отрицательный.

В результате этого в направлении оси  $Y$  возникает поперечное электрическое поле  $\vec{E}^H$ . Это поле носит название поля Холла, а явление возникновения поля  $\vec{E}^H$  в образце с током под действием магнитного поля называется эффектом Холла. Направление поля  $\vec{E}^H$  зависит от знака носителей заряда.

Величина  $\vec{E}^H$  будет расти до тех пор, пока электрическая сила, действующая на заряд со стороны этого поля, не компенсирует силу Лоренца. После этого носители тока будут двигаться как бы под действием поля  $\vec{E}$  вдоль оси  $X$ , т.е. вектор плотности тока  $\vec{j}$  будет направлен (как и при отсутствии поля  $\vec{B}$ ) вдоль  $\vec{E}$ . Однако суммарное электрическое поле  $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{E}^H$  будет повернуто относительно оси  $X$  на угол  $\varphi$  (угол Холла) (рис.33).

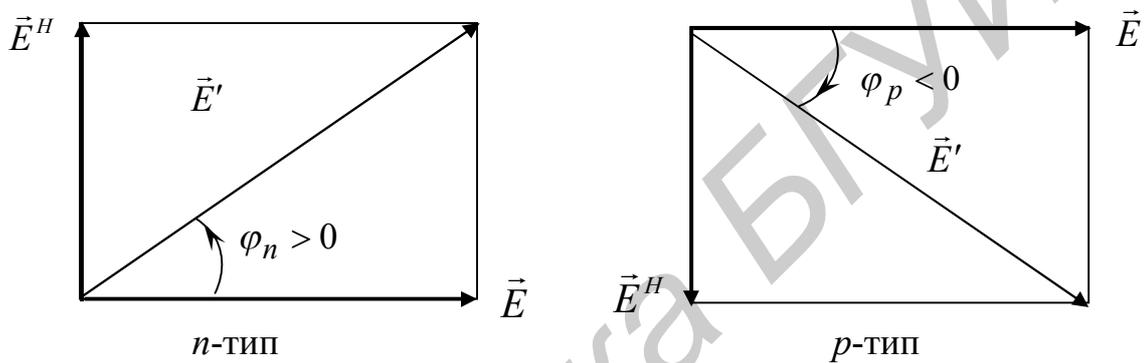


Рис. 33

Разность потенциалов между верхней и нижней плоскостями  $U^H$  носит название холловой разности потенциалов (ЭДС Холла).

Эмпирически Холл установил, что

$$\vec{E}^H = -R[\vec{j}\vec{B}], \quad (83)$$

где  $R$  – постоянная Холла.

Из условия, что действие холлова поля должно компенсировать силу Лоренца, можно найти величину  $R$ :

$$e\vec{E}^H + \vec{F}_\Lambda = \vec{0}, \quad (84)$$

$$\vec{E}^H = -[\vec{v}_{cp}\vec{B}] = -u[\vec{E}\vec{B}]. \quad (85)$$

Учитывая, что  $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ , из выражения (83) получим

$$\vec{E}^H = -R\sigma[\vec{E}\vec{B}]. \quad (86)$$

Сравнивая (85) и (86), для нашего конкретного случая можно записать

$$R = \frac{u}{\sigma} = \frac{1}{en}. \quad (87)$$

При выводе (87) было учтено, что  $\sigma = enu$  ( $j = |e|nv = enuE = \sigma E$ ). Для дырок знак заряда будет противоположным. Таким образом, знак  $R$  определяется знаком носителей заряда. Определив  $R$ , можно определить знак носителей заряда, а следовательно, и тип проводимости. Зная  $R$ , можно также оценить концентрацию носителей заряда и их подвижность. Поле Холла при заданных  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  определяется только подвижностью носителей заряда.

Угол Холла можно вычислить по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi = -RB\sigma = -uB. \quad (88)$$

В данной работе используется метод измерения ЭДС Холла в постоянном электрическом и магнитном полях.

Структурная схема лабораторной установки приведена на рис.34.

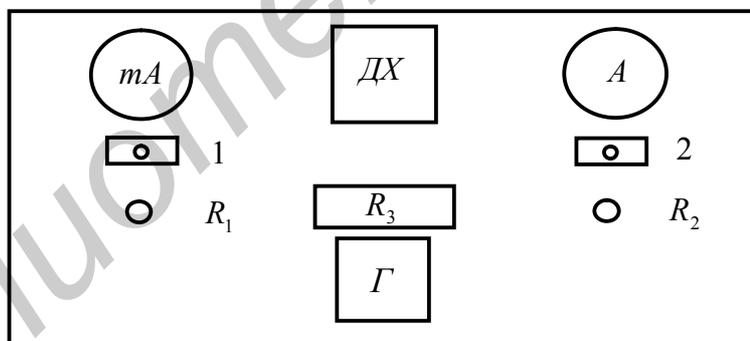


Рис.34

Схема работает следующим образом.

К полупроводниковому образцу, или датчику Холла (ДХ), подводится ток через электроды, которые являются зондами для измерений ЭДС Холла.

Держатель с полупроводниковым образцом устанавливается между полюсными наконечниками электромагнита, подключенного к источнику постоянного тока.

Величина тока, идущего через образец, регулируется потенциометром  $R_1$  и измеряется миллиамперметром ( $mA$ ).

Изменение величины индукции магнитного поля в воздушном зазоре между полюсными наконечниками электромагнита осуществляется реостатом  $R_2$ , а измерение значения тока  $I_{\text{эм}}$  производится амперметром ( $A$ ). Индукция магнитного поля определяется из выражения:

$$B = \mu\mu_0 H = k\mu\mu_0 I_{\text{эм}}, \quad (89)$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость сердечника электромагнита;

$k$  – коэффициент, учитывающий конструктивные особенности электромагнита.

Модуль ЭДС Холла  $\varepsilon_x = |U^H|$  вычисляется по формуле

$$\varepsilon_x = I_r R_r, \quad (90)$$

где  $I_r$  – ток, идущий через гальванометр;

$R_r$  – внутреннее сопротивление гальванометра.

Если бы холловские электроды на образце были расположены строго симметрично, то при прохождении тока через образец в отсутствие магнитного поля между электродами не обнаруживалось бы никакой разности потенциалов. Однако расположить их строго симметрично невозможно, и между холловскими электродами возникает разность потенциалов  $U_R$ . Потенциометром  $R_3$  выравниваются потенциалы на клеммах гальванометра  $\Gamma$ , который при выключенном магнитном поле должен показывать 0.

При определении величины ЭДС Холла для исключения напряжений, обусловленных побочными эффектами, измерения тока  $I_r$  необходимо проводить два раза при противоположных направлениях магнитного поля:

$$\langle I_r \rangle = \frac{I_{r1} + I_{r2}}{2}. \quad (91)$$

По найденным значениям  $I_r$ , величине тока через образец  $I$  и через электромагнит  $I_{эм}$  определяется модуль постоянной Холла:

$$|R| = A \frac{\varepsilon_x d}{IB} = c \frac{I_r}{I_{эм} I}, \quad (92)$$

где  $c = \frac{1,17 R_r d}{\mu \mu_0 k}$  – калибровочный коэффициент.

Значения  $A, \mu, k, d$  и допустимые значения величин  $I$  и  $I_{эм}$  указаны на рабочем месте.

Задание:

1. Исследовать зависимость ЭДС Холла от индукции магнитного поля при постоянном значении тока через образец.

2. Исследовать зависимость ЭДС Холла от силы тока, протекающего через образец при постоянном значении индукции магнитного поля.

### **РАЗДЕЛ 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ**

Электрические и магнитные свойства различных веществ, обнаруженные экспериментально, длительное время не поддавались научному объяснению. И только создание Максвеллом теории единого электромагнитного поля, открытия в области атомной физики и квантовой электродинамики позволили объяснить и описать такие загадочные с точки зрения классической физики явления, как сегнето- и пьезоэлектричество, ферро- и диамагнетизм и т.д.

Однако независимо от того, какое из явлений изучается и описывается теоретически, все теории основаны на представлении о том, что молекулы любого вещества вследствие внутримолекулярного движения электронов, а также наличия собственных магнитных моментов электронов и ядер обладают магнитным моментом. Именно электрические заряды атомов и молекул, из которых состоит вещество, определяют его диэлектрические свойства, и именно магнитные моменты атомных ядер и электронных оболочек определяют магнитные свойства веществ.

Вещества, внутри которых возможно создание и существование электрических полей, относятся к классу диэлектриков, среди которых встречаются химические соединения с весьма необычными свойствами, например сегнетоэлектрики.

Что касается магнитного поля, то в любом веществе его можно создать, поместив кусок вещества во внешнее магнитное поле. И если все без исключения диэлектрики ведут себя во внешнем электрическом поле таким образом, что возникшее внутри данного диэлектрика электрическое поле слабее, чем электрическое поле в вакууме, то в магнетиках магнитное поле может быть как слабее, так и сильнее, чем в вакууме.

### **Диэлектрики во внешнем электрическом поле**

Возникновение электростатического поля возможно в тех веществах, структуру которых составляют связанные электрические заряды, например вещества, состоящие из нейтральных молекул или атомов, положительных и отрицательных ионов, составляющих кристаллическую решётку, и т.д.

Внешнее электрическое поле оказывает силовое действие на каждый заряд внутри диэлектрика, в результате чего происходит смещение электрических зарядов, причём положительные и отрицательные заряды смещаются в противоположные стороны. Результатом такого смещения являются, во-первых, поляризация диэлектрика, а следовательно, и возникновение электрического поля внутри него, а во-вторых – деформация. Деформация любого диэлектрика под действием внешнего электрического поля называется электрострикцией.

Поскольку структуру диэлектриков составляют связанные заряды, то их поведение во внешнем электрическом поле удобно описывать физической величиной, называемой вектором поляризации  $\vec{P}$ . Для любой электрически нейтральной системы однозначно определено понятие дипольного момента системы:

$$\vec{P}_e = \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i, \quad (93)$$

где  $\vec{r}_i$  – радиус-вектор  $i$ -го заряда системы (легко показать, что для электрически

нейтральной системы, то есть в случае  $\sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i = 0$ , значение суммы (93) не зави-

сит от выбора начала координат). Молекулы, для которых  $\vec{P}_e = 0$ , называются неполярными. В противном случае – полярными. Полярная молекула может быть представлена в виде эквивалентного диполя, т.е. системы из двух одинаковых по величине и противоположных по знаку точечных зарядов, находящихся на расстоянии друг от друга (рис.35).

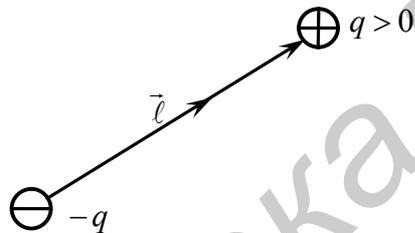


Рис.35

В этом случае

$$\vec{P}_e = q \vec{l},$$

где  $q$  – суммарный положительный заряд молекулы,

$\vec{l}$  – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному,

$l$  – расстояние между ними.

Во внешнем электрическом поле на диполь действует механический момент пары сил (рис.36), поворачивающий диполь вдоль силовых линий:

$$\vec{M} = [\vec{p}_e, \vec{E}].$$

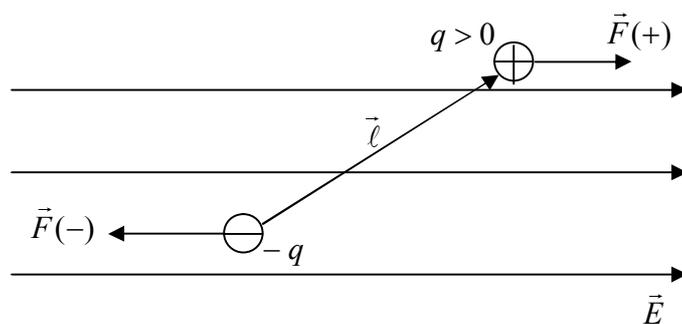


Рис.36

Поляризованность  $\vec{P}$  – количественная мера поляризации диэлектрика. Возникновение поляризационных зарядов на поверхности диэлектрика является макроскопическим проявлением тех молекулярных процессов, которые обусловлены действием электрического поля на связанные заряды нейтральных микрочастиц (атомов, молекул) или ионов, образующих диэлектрическую среду (в кристаллических диэлектриках). Микрочастицы, обладающие электрическим дипольным моментом  $\vec{p}_e$ , ориентируются в направлении внешнего поля  $\vec{E}$  (рис.37, а). В результате на противоположных гранях диэлектрика возникают поляризационные «связанные» заряды.

Если нейтральная микрочастица при отсутствии поля не имеет дипольного момента (атомы и неполярные молекулы), то под действием поля её связанные заряды разных знаков сместятся в противоположных направлениях (положительные ядра – по полю, а электронные оболочки – против поля) (рис. 37, б). Микрочастицы приобретут дипольный момент  $\vec{p}_e$ , который будет сонаправлен с вектором напряжённости  $\vec{E}$ . Такие диполи, возникающие при деформации атомов и молекул в поле, называются квазиупругими диполями.

В случае ионных кристаллических диэлектриков положительные ионы сместятся по полю, а отрицательные – против поля (рис.37, в), т.е. кристаллические подрешётки как бы сдвинутся относительно друг друга на некоторую величину  $\Delta\vec{\ell}$ . В результате весь образец приобретёт результирующий дипольный момент  $\vec{P} = q\Delta\vec{\ell}$ , где  $q$  – общий положительный заряд образца, а на противоположных его гранях возникнут нескомпенсированные заряды.

Возникающий во всех трёх случаях дипольный момент всего образца зависит от числа микрочастиц, находящихся в его объёме. Для характеристики степени поляризации диэлектрика используется поляризованность  $\vec{P}$ , которая равна дипольному моменту единицы объёма:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_{ei} . \quad (94)$$

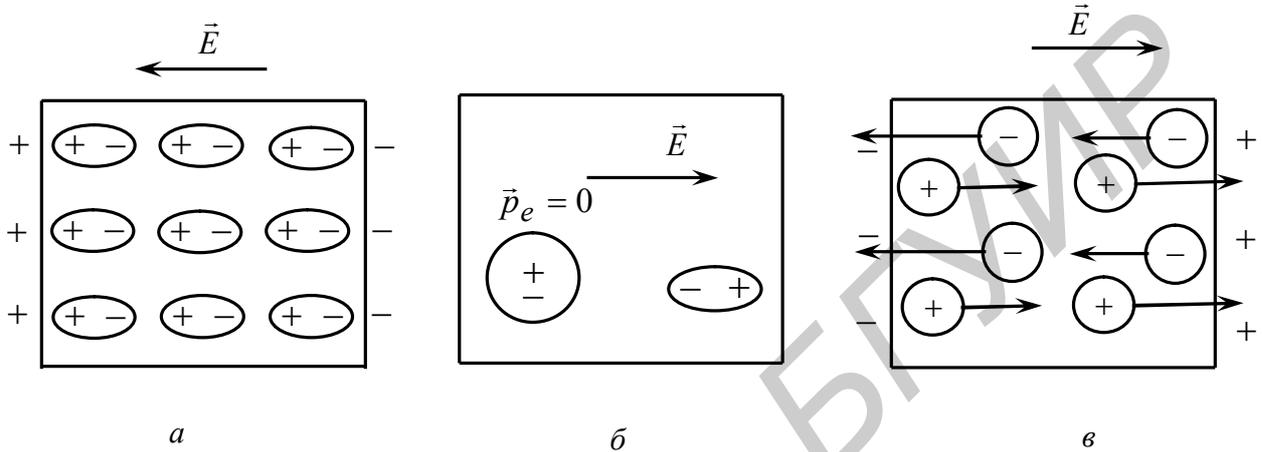


Рис.37

Все перечисленные диэлектрики являются изотропными, т.е. их свойства одинаковы во всех направлениях. При отсутствии внешнего электрического поля тепловое движение ориентирует дипольные моменты произвольным образом, так что совокупный дипольный момент любого макроскопического объёма равен 0. Поляризованность в однородном диэлектрике связана с напряжённостью внешнего электрического поля  $\vec{E}$  следующим соотношением:

$$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E} , \quad (95)$$

где  $\varkappa$  – диэлектрическая восприимчивость, определяемая только химическим составом и структурой диэлектрика.

Вектор

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \quad (96)$$

называется вектором электрического смещения. Величину  $\varepsilon = 1 + \varkappa$  называют диэлектрической проницаемостью диэлектрика.

В природе существуют кристаллические вещества со сложной внутренней структурой, свойства которых отличаются от свойств обычных изотропных диэлектриков. Тем не менее их физические свойства описываются теми же параметрами: вектором поляризованности  $\vec{P}$ , диэлектрической восприимчивостью  $\epsilon$ , вектором электрического смещения  $\vec{D}$  и т.д.

### Сегнетоэлектрики

Одними из наиболее интересных по своим физическим свойствам диэлектриков являются сегнетоэлектрики. От обычных диэлектриков сегнетоэлектрики отличаются, во-первых, наличием спонтанной (т.е. самопроизвольной) поляризации при отсутствии внешнего электрического поля, во-вторых, сохранением поляризации после снятия поля (остаточной поляризацией), в-третьих, нелинейной зависимостью поляризованности от напряжённости внешнего поля  $\vec{E}$  и, наконец, присущим всем сегнетоэлектрикам явлением гистерезиса. Нелинейные свойства сегнетоэлектрика связаны с тем, что благодаря особой кристаллической структуре внутри сегнетоэлектрика спонтанно образуются микроскопические области – домены, в каждом из которых дипольные моменты всех молекул данной области направлены строго определённым образом. Эта спонтанная поляризация соответствует минимальной энергии домена. При отсутствии внешнего поля дипольные моменты доменов ориентированы хаотически и весь образец не поляризован.

При внесении сегнетоэлектрика во внешнее электрическое поле наиболее энергетически выгодные домены начинают расти, изменяя свои границы за счёт соседних доменов. Минимальную энергию имеют те домены, вектор поляризации которых составляет наименьший угол с направлением вектора напряжённости внешнего электрического поля. Затем происходит поворот дипольных моментов доменов в направлении внешнего поля.

В достаточно сильных полях наступает явление насыщения, т.е. весь образец представляет собой один сплошной домен.

На рис.38 и 39 процесс поляризации сегнетоэлектриков представлен участком 1.

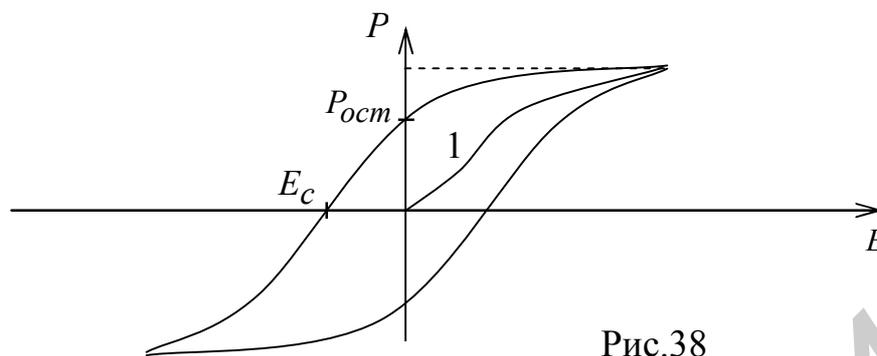


Рис.38

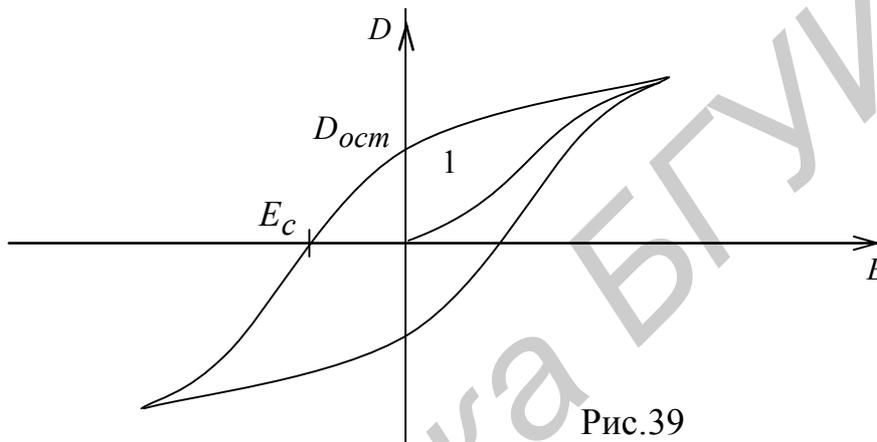


Рис.39

Если внешнее поле убрать, то сегнетоэлектрик не возвратится в исходное состояние, поскольку процесс изменения границ доменов необратим, и сегнетоэлектрик останется поляризованным. Величина вектора поляризации  $\vec{P}$  после снятия внешнего поля называется остаточной поляризацией (см. рис.38).

Для того чтобы остаточное поле убрать, сегнетоэлектрик нужно поместить во внешнее электрическое поле, направленное в сторону, противоположную вектору остаточной поляризации. Напряжённость электрического поля, в которое необходимо внести сегнетоэлектрик для устранения остаточной поляризации, называется коэрцитивной силой  $E_c$ . Если обратное поле увеличивать и дальше, сегнетоэлектрик опять поляризуется до насыщения, причём вектор поляризации вновь будет совпадать по направлению с напряжённостью внешнего поля. Таким образом, значение вектора поляризации в данном образце зависит не только от того, в какое внешнее поле внесён сегнетоэлектрик, но и от того, в каком состоянии он находился перед этим (был ли поляризован и каким обра-

зом). Явление неоднозначной зависимости  $P$  от  $E$  носит название гистерезиса (отставание, запаздывание, предыстория), а кривая, изображённая на рис.39, – петли гистерезиса. Площадь внутри петли гистерезиса характеризует энергию, необходимую для полной переполяризации сегнетоэлектрика. Характерной особенностью сегнетоэлектриков является и то обстоятельство, что необычные свойства этих веществ проявляются только в определённом интервале температур. Для каждого конкретного сегнетоэлектрика существует строго определённая температура, называемая температурой или точкой Кюри ( $T_c$ ), ниже которой вещество проявляет свои сегнетоэлектрические свойства, а выше которой превращается в обычный диэлектрик. Существование точки Кюри связано с тем, что выше этой температуры доменная структура разрушается.

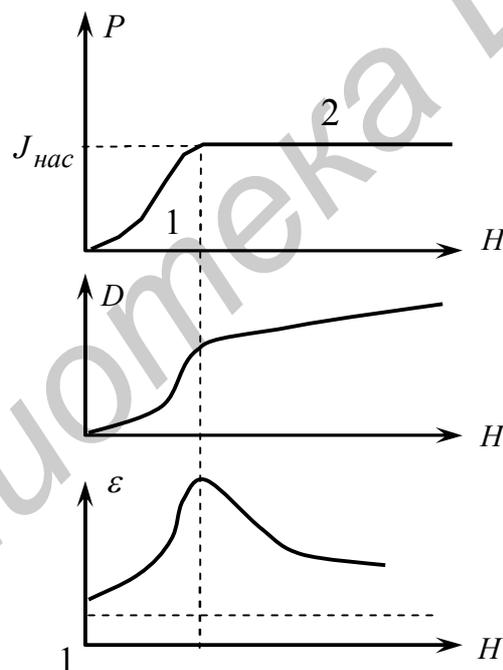


Рис.40

Нелинейной зависимостью от  $E$  характеризуется и диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков  $\epsilon$  (рис.40).

## Лабораторная работа

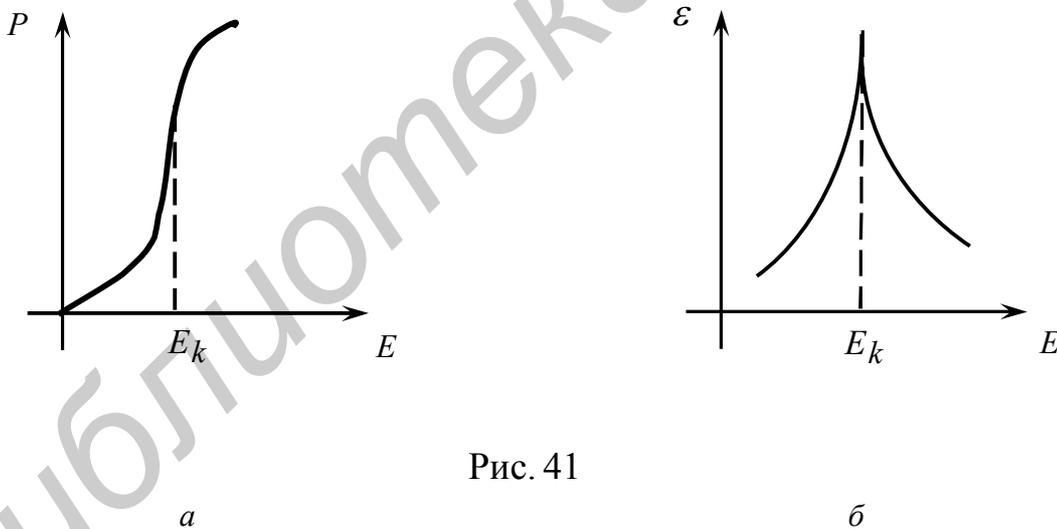
### Изучение диэлектрического гистерезиса сегнетоэлектриков

**Цель работы:** изучить нелинейные свойства сегнетоэлектриков.

Методическое обоснование работы

Нелинейная связь между поляризацией и напряженностью электрического поля есть одна из основных и определяющих характеристик сегнетоэлектрика (рис.41, *a*). Ответственной за эту нелинейность, как указывалось выше, является доменная структура. Диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика может быть определена из зависимости  $P = P(E)$  на основании следующего выражения:

$$\varepsilon_{\text{эф}} = 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{dP}{dE}. \quad (97)$$



Так как для большинства сегнетоэлектриков значения  $\varepsilon \gg 1$ , получим

$$\varepsilon_{\text{эф}} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{P}{E}. \quad (98)$$

Учитывая справедливость (98), можем утверждать, что вид зависимости  $P = P(E)$  (см. рис.41, *a*) определяет характер поведения диэлектрической прони-

цаемости  $\varepsilon = \varepsilon(E)$ .

При этом значение  $E_k$  соответствует точке перегиба на кривой, где диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  достигает своего максимального значения (рис.41, б).

Схема лабораторной установки приведена на рис.42.

На вход  $X$  осциллографа подается напряжение с сопротивления  $R_2$ , а на вход  $Y$  – с эталонного конденсатора  $C_{ЭТ}$ . Для удобства измерений в схему введен переключатель  $S_2$ , позволяющий проектировать петлю гистерезиса на оси  $X$  и  $Y$ .

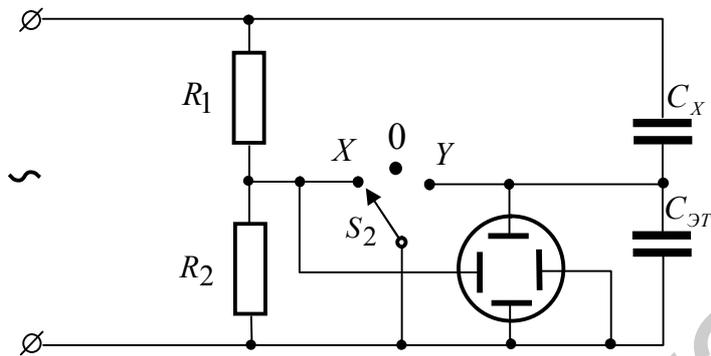


Рис.42

При замыкании  $S_2$  на  $X$  закорачивается вход  $X$  осциллографа и петля на экране осциллографа вырождается в вертикальную прямую, а при замыкании на  $Y$  – в горизонтальную.

На горизонтальные пластины осциллографа подается напряжение  $U_X$ , пропорциональное входному напряжению  $U$ :

$$U_X = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U.$$

Два последовательно соединенных конденсатора  $C_X$  и  $C_{ЭТ}$  включены параллельно делителю напряжения  $R_1 R_2$ . Так как заряды на конденсаторах  $C_X$  и  $C_{ЭТ}$  одинаковы, то

$$\frac{C_X}{C_{ЭТ}} = \frac{U_Y}{U_C}, \quad (99)$$

где  $U_Y$  – напряжение на эталонном конденсаторе  $C_{ЭТ}$ ;

$U_C$  – напряжение на образце.

Поскольку  $C_{ЭТ} \gg C_X$ , то  $U_C \gg U_Y$  и  $U_C \approx U$ .

Учитывая равенство зарядов на конденсаторах, получим

$$U_Y = \frac{q_X}{C_{ЭГ}} = \frac{\sigma S_X}{C_{ЭГ}}, \quad (100)$$

где  $S_X$  – площадь пластины конденсатора  $C_X$ .

Так как  $P = \sigma' = \sigma \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \approx \sigma$ , где  $\sigma'$  и  $\sigma$  – поверхностные плотности связанных и сторонних зарядов, соответственно

получим

$$P = \frac{C_{ЭГ}}{S_X} U_Y. \quad (101)$$

Используя формулу связи напряженности  $E$  с разностью потенциалов  $U$ , получим

$$E = \frac{U}{d} = \frac{U_X}{d} \frac{R_1 + R_2}{R_2}, \quad (102)$$

где  $d$  – расстояние между пластинами конденсатора  $C_X$ ;

$U_X$  – напряжение, подаваемое на вход  $X$  осциллографа.

Расчет  $E$ ,  $P$  и  $\varepsilon$  производится по рабочим формулам:

$$E = \frac{\delta_X}{d} \frac{R_1 + R_2}{R_2} x; \quad (103)$$

$$P = \frac{C_{ЭГ} \delta_Y}{S_x} Y; \quad (104)$$

$$\varepsilon = \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \quad (105)$$

где  $d$  и  $S_X$  – толщина и площадь исследуемого образца;

$\delta_X$  и  $\delta_Y$  – чувствительность осциллографа соответственно по осям  $X$  и  $Y$ ;

$x$  и  $y$  – координаты вершины петли гистерезиса.

Задание: исследовать зависимости  $P = P(E)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(E)$  и построить графики.

## Лабораторная работа

### Изучение температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков вблизи температуры фазового перехода

#### Цель работы:

- изучить поведение диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков вблизи фазового перехода;
- определить постоянную Кюри-Вейсса.

#### Методическое обоснование работы

Сегнетоэлектрики – кристаллические вещества, у которых спонтанная поляризация может изменять свое направление под действием внешнего электрического поля. Характерной особенностью сегнетоэлектрических кристаллов является возникновение спонтанной поляризации  $P_S$  при некоторой температуре  $T_c$ . Эта температура называется точкой Кюри. В точке Кюри спонтанная поляризация  $P$  еще равна 0, однако сколь угодно малое понижение температуры приводит к переходу кристалла в новую – сегнетоэлектрическую фазу с другим порядком расположения атомов в узлах кристаллической решетки и возникновением доменной структуры. Точка Кюри – это температура фазового перехода.

Значения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрических кристаллов велики, особенно при приближении кристалла к температуре фазового перехода. Большие значения традиционно связывают с подвижностью доменной структуры их во внешнем электрическом поле. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости выше точки Кюри  $T_c$  описывается законом Кюри-Вейсса:

$$\varepsilon = \frac{C}{|T - T_c|}, \quad (106)$$

где  $C$  – постоянная Кюри;

$T$  – температура, при которой происходит фазовый переход, связанный с возникновением или исчезновением спонтанной поляризации.

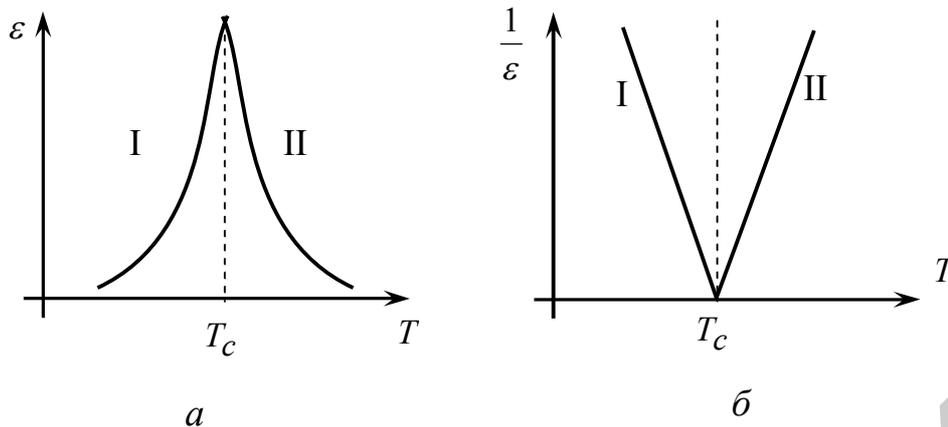
Название этой температуры температурой Кюри дано по аналогии с ферромагнетиками. Фазовое состояние при  $T < T_c$  называется сегнетоэлектрической фазой, а при  $T > T_c$  – параэлектрической. В параэлектрической фазе кристалл ведет себя как обычный линейный диэлектрик, а значения диэлектрической проницаемости выше точки Кюри становятся малыми ( $\varepsilon = 5...30$ ). Из выражения (106) видно, что при  $T \rightarrow T_c$   $\varepsilon \rightarrow \infty$ . Экспериментальные значения  $\varepsilon$  при  $T = T_c$ , полученные в сла-бых электрических полях, являются конечными (для триглицинсульфата такие значения  $\varepsilon \sim 6 \cdot 10^4$ ). Одним из важнейших параметров сегнетоэлектрика является постоянная Кюри-Вейсса  $C$ , характеризующая как тип, так и особенности фазового перехода. Если эта величина  $C \sim 10^3 K$ , то фазовый переход в таком кристалле происходит с упорядочением некоторых структурных элементов: ионов, протонов и даже групп атомов. Такой фазовый переход называют переходом типа порядок-беспорядок. Если же постоянная  $C \sim 10^5 K$ , то фазовый переход является переходом типа смещения, который происходит в результате смещения одного или нескольких атомов относительно первоначально-го положения равновесия (положения равновесия в параэлектрической фазе).

Для определения постоянной Кюри-Вейсса удобно пользоваться графиком зависимости (рис.43, б):

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{|T - T_c|}{C}. \quad (107)$$

В пределах  $\Delta T = T - T_c \sim 15^\circ$  ( $T$  – температура параэлектрической фазы) зависимость (107) носит линейный характер.

В настоящей работе диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  определяется для образца кристалла триглицинсульфата (ТГС) косвенно, на основании измерения емкости конденсатора, между обкладками которого находится исследуемый образец. Образцы для измерения изготавливались в форме прямоугольных параллелепипедов, толщина которых  $d$  была намного меньше их длины.



I – сегнетоэлектрическая фаза ( $T < T_c$ ); II – параэлектрическая фаза ( $T > T_c$ )

Рис.43

Измеряя емкость такого плоского конденсатора, можно определить значения диэлектрической проницаемости из выражения

$$\varepsilon = \frac{d(C_{изм} - C_M)}{\varepsilon_0 S}, \quad (108)$$

где  $C_{изм}$  – измеряемая емкость;

$C_M$  – емкость монтажа;

$S$  – площадь образца;

$d$  – его толщина.

Изменяя температуру образца и измеряя значения емкости, можно получить температурную зависимость  $\varepsilon$  в любом температурном интервале, включая  $T_c$  (рис.43, а).

Задание: исследовать зависимости  $\varepsilon = \varepsilon(T)$ ;  $1/\varepsilon = 1/\varepsilon(T)$ . Построить графики этих зависимостей. По зависимости  $1/\varepsilon = 1/\varepsilon(T)$  определить значение постоянной Кюри-Вейсса.

### Магнетики во внешнем магнитном поле

Как уже указывалось, магнитные свойства вещества связаны с магнитными свойствами микрочастиц, входящих в состав атомов, молекул или ионов вещества. Электроны в атомах, движущиеся по круговым орбитам, можно предста-

вить как микроскопический круговой ток  $I = \bar{e}v$ , где  $\bar{e}$  – заряд электрона, а  $v$  – число оборотов в единицу времени.

Магнитным моментом замкнутого проводника с током называют физическую величину

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (109)$$

где  $I$  – ток в витке,

$S$  – его площадь,

$\vec{n}$  – нормаль к витку.

Таким образом, движение электронов в атоме по Боровским орбитам можно свести к существованию системы круговых токов в атоме, создающих соответствующие магнитные моменты электронов (так называемые орбитальные магнитные моменты).

Безусловно, с точки зрения современной квантовой механики магнитные моменты элементарных частиц (электронов, протонов и нейтронов), входящих в состав атома, определяются более сложным образом, однако всегда можно представить полный магнитный момент всего образца как векторную сумму магнитных моментов отдельных атомов, каждый из которых, в свою очередь, является суммой магнитных моментов ядра атома и электронов оболочки. При внесении того или иного магнетика во внешнее магнитное поле магнитные моменты отдельных атомов изменяют свою ориентацию и образец намагничивается. Количественной мерой намагничивания является намагниченность  $\vec{J}$  – суммарный магнитный момент единицы объема вещества:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{P}_{mi}. \quad (110)$$

Количественной характеристикой, определяющей изменение поля в веществе, является безразмерная величина, называемая магнитной проницаемостью  $\mu$ :

$$\vec{B} = \mu\vec{B}_0, \quad (111)$$

где  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции внутри магнетика;

$\vec{B}_0$  – вектор магнитной индукции внешнего поля, в которое помещен магнетик.

### **Магнетики. Ферромагнетики**

Все вещества в природе по своим магнитным свойствам можно отнести к трем типам: парамагнетики, диамагнетики и ферромагнетики. Магнитное поле в парамагнетике всегда сильнее, чем в вакууме ( $\mu > 1$ ), хотя магнитная проницаемость и отличается от 1 очень незначительно. Парамагнетики втягиваются во внешнее магнитное поле, а намагниченность парамагнетика практически никогда не достигает насыщения.

Диамагнетики, напротив, выталкиваются из внешнего магнитного поля, магнитная проницаемость  $\mu < 1$ , но также имеет порядок 1.

К ферромагнетикам относятся вещества с целым рядом особых свойств, наиболее интересным из которых является способность сохранять намагниченность и в отсутствие внешнего поля. К ферромагнетикам относятся железо, кобальт, никель, гадолиний и их сплавы, а также некоторые сплавы ферромагнитных материалов.

Отличие ферромагнетиков от других магнетиков заключается в следующем:

1. Магнитная проницаемость ферромагнетиков достигает огромных значений:  $10^4$ – $10^5$ .

2. Магнитная проницаемость  $\mu$  зависит сложным образом от напряженности магнитного поля, в которое помещен ферромагнетик.

3. Намагниченность образца  $\vec{J}$  и вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  поля внутри ферромагнетика зависят от напряженности магнитного поля нелинейно, причем намагниченность  $\vec{J}$  при увеличении внешнего поля достаточно быстро достигает насыщения и далее остается неизменной при любом увеличении напряженности внешнего магнитного поля.

4. После вынесения образца из внешнего поля он остается намагниченным до тех пор, пока каким-либо внешним воздействием остаточную намагниченность не устранить.

5. Намагниченность ферромагнетика во внешнем поле зависит не только от напряженности внешнего поля, но и от того, в каком состоянии находится образец перед тем, как его в это поле поместили. Такое явление (аналогичное тому, что наблюдается для сегнетоэлектриков в электрическом поле) называется гистерезисом.

6. Для каждого ферромагнетика существует определенная температура, называемая температурой (или точкой) Кюри, при нагревании выше которой ферромагнетики теряют свои свойства и превращаются в обычные парамагнетики.

Графические зависимости модулей вектора намагниченности  $\vec{J}$  и индукции магнитного поля внутри ферромагнетика  $\vec{B}$ , магнитной проницаемости  $\mu$  от напряженности внешнего поля  $H$  имеют следующий вид (рис.44):

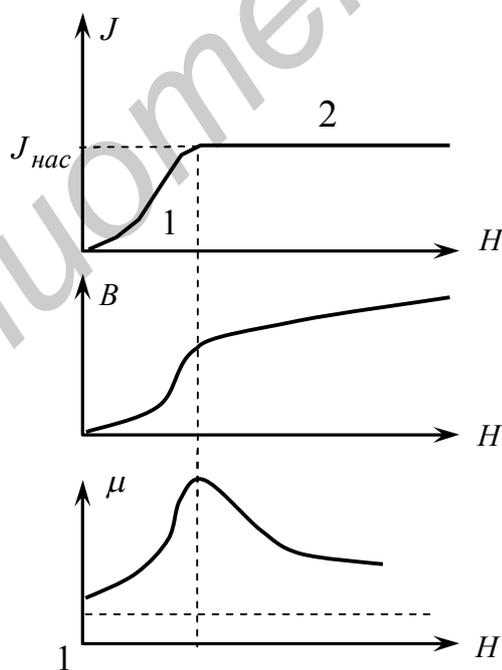


Рис.44

Из графиков видно, что при увеличении напряженности внешнего поля намагниченность вначале возрастает достаточно круто (участок 1), а затем постепенно доходит до насыщения (участок 2). На участке 2 модуль вектора магнитной индукции поля внутри образца растет по линейному закону с ростом  $H$  поля.

Петля гистерезиса для ферромагнетика имеет вид, аналогичный такой же петле для сегнетоэлектриков. Площадь петли гистерезиса пропорциональна энергии, которую необходимо затратить для полного перемагничивания образца.

Из (рис.45) видно, что, намагнитив образец до насыщения и убрав внешнее поле (участок 1), невозможно полностью размагнитить ферромагнетик (участок 2). Для того чтобы убрать остаточную намагниченность  $J_{ост}$ , к образцу следует приложить внешнее поле противоположного направления, напряженность

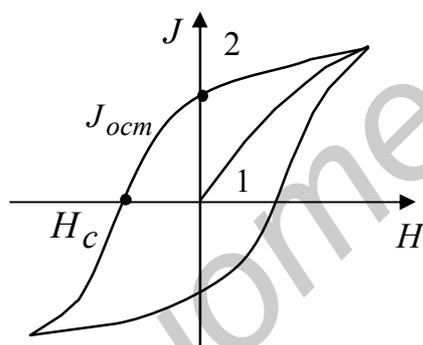


Рис.45

которого называется коэрцитивной силой  $\vec{H}_c$ . Таким образом, ферромагнетик при любом значении напряженности поля может иметь три различных значения намагниченности, зависящие от того, в каком предыдущем состоянии образец находился до того, как его поместили во внешнее магнитное поле.

Значение коэрцитивной силы для различных материалов может быть существенно разным, поэтому ферромагнитные материалы разделяют на «мягкие» с малым значением  $H_c$  (рис.46, а) и «жесткие» с большим значением  $H_c$  (рис.45, б).

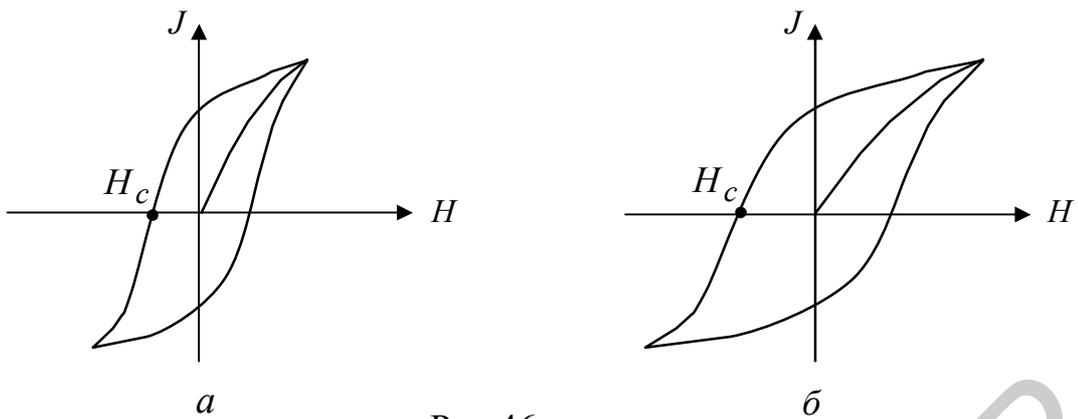


Рис.46

Теория, объясняющая необычные свойства ферромагнетиков, базируется на квантовых представлениях (разработана Я.И. Френкелем и В. Гейзенбергом).

Ферромагнитные свойства объясняются существованием внутри ферромагнетика особых микроскопических областей самопроизвольного намагничивания, называемых доменами.

Домены имеют такие размеры, что их можно различить под микроскопом. Внутри каждого домена вектор намагниченности имеет строго определенное направление, но в отсутствие внешнего поля домены ориентированы хаотично и намагниченность всего образца в целом оказывается равной 0.

Под действием приложенного к образцу внешнего поля те домены, вектор намагниченности которых составляет наименьший угол с направлением вектора индукции внешнего магнитного поля  $\vec{B}$  (и которые энергетически более выгодны), начинают изменять свои границы, захватывая соседние домены (рис.47, а). Процесс изменения границ доменов продолжается до тех пор, пока наиболее энергетически выгодные домены не поглотят все остальные, т.е. пока не образуется монодоменный образец (рис.47, б).

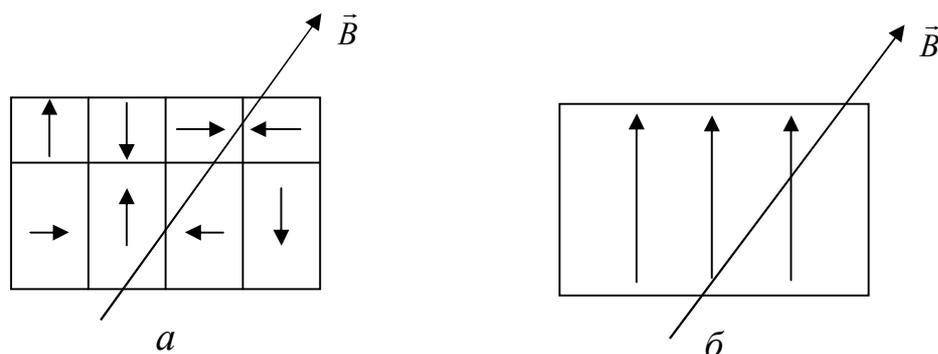


Рис.47

Процесс изменения границ доменов является необратимым, поэтому после снятия внешнего поля образец не может вернуться в исходное состояние.

Если же внешнее поле продолжает увеличиваться, то вектор намагниченности внутри образца начинает изменять свою ориентацию (рис.48, *а*) до тех пор, пока его направление не совпадет с направлением внешнего поля (рис.48, *б*). Следует отметить, что поворот всех магнитных моментов атомов ферромагнетика происходит одновременно и скачкообразно, причем эти магнитные моменты остаются параллельными друг другу.

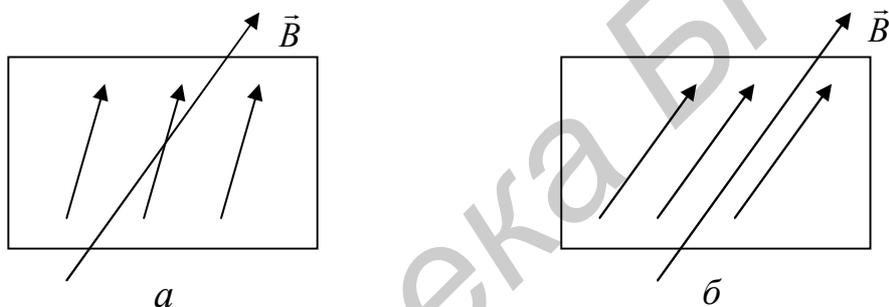


Рис.48

После того как вектор намагниченности окажется ориентирован по внешнему полю, наступает состояние насыщения и никакое увеличение внешнего поля намагниченность ферромагнетика увеличить не в состоянии.

Некоторые внешние воздействия способны нарушить доменную структуру ферромагнетика. Так, например, сотрясение образца способствует размагничиванию. Еще более сильное воздействие оказывает нагревание выше точки Кюри, что приводит к потере у образца всех ферромагнитных свойств.

При намагничивании ферромагнетики изменяют свои размеры и форму. Это явление носит название магнитострикции. Наблюдается также и влияние внешних механических воздействий на вид петли гистерезиса для данного образца.

Ферромагнетики играют огромную роль в самых разных областях современной техники: магнитомягкие материалы используются в электротехнике (трансформаторы, электромоторы, генераторы и т.д.), в слаботочной технике связи и радиотехнике; магнитожесткие материалы применяются для изготовления постоянных магнитов. На использовании магнитных свойств веществ основаны целые разделы техники, такие, как магнитная запись звука и изображения, магнитная дефектоскопия, магнитная разведка полезных ископаемых.

## Лабораторная работа

### Изучение магнитных свойств ферромагнетиков

**Цель работы:** ознакомиться с основными магнитными свойствами ферромагнетиков.

Методическое обоснование работы

Важнейшим характерным для ферромагнетиков свойством является магнитный гистерезис, то есть запаздывание изменений магнитных состояний в зависимости от изменений напряженности внешнего магнитного поля. Магнитный гистерезис наблюдается до достижения ферромагнетиком состояния магнитного насыщения и проявляется в неоднозначной зависимости намагниченности и магнитной индукции от напряженности магнитного поля (рис.49).

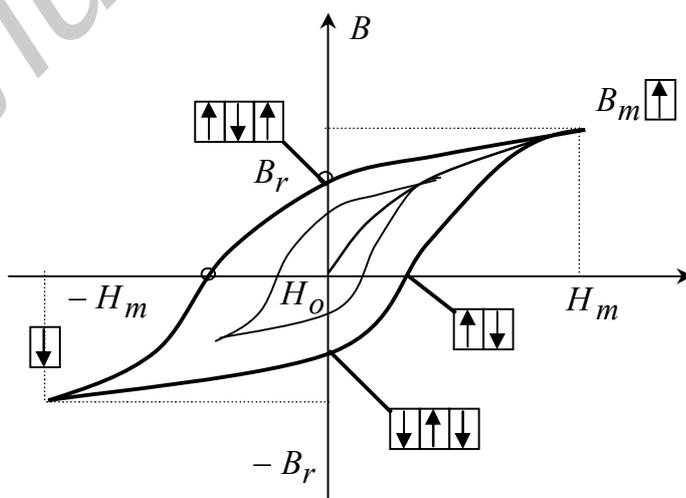


Рис.49

Если после достижения значения намагниченности  $J_{нас}$  (рис.44) при  $H = H_m$  начать уменьшать значения напряженности внешнего магнитного поля  $H$ , в которое внесен образец, то кривая обратного хода пойдет выше основной преимущественно за счет возникновения и роста доменов с магнитным моментом, направленным против поля. При уменьшении  $H$  до 0 у образца сохраняется остаточная индукция  $B_r$ . Образец полностью размагничивается лишь в достаточно сильном поле противоположного направления, называемом коэрцитивным полем (коэрцитивной силой)  $H_c$ . При дальнейшем увеличении магнитного поля обратного направления образец вновь намагничивается вдоль поля до насыщения  $-B_m$ . Последующему изменению напряженности от  $-H$  до  $H$  соответствует изменение магнитной индукции по кривой, проходящей ниже основной. Полученную кривую называют предельной петлей гистерезиса. По ней определяют остаточную индукцию  $B_r$  и коэрцитивную силу  $H_c$  исследуемого ферромагнетика. Если  $H$  не доводить до значения  $H_m$ , то будут получаться петли гистерезиса меньших размеров (частные петли), вершины которых будут лежать на основной кривой намагничивания.

По полученной для исследуемого ферромагнетика основной кривой намагничивания можно определить значение его дифференциальной магнитной проницаемости  $\mu = dB/(\mu_0 dH)$  и построить график зависимости  $\mu = \mu(H)$ . Так как магнитная восприимчивость  $\chi = \mu - 1$  и  $J = \frac{B}{\mu_0} - H$ , то можно также построить графики  $\chi = \chi(H)$  и  $J = J(H)$ .

В настоящей работе магнитные характеристики ферромагнитных материалов определяются посредством рассмотрения петель гистерезиса в намагничивающем поле частотой 50 Гц с помощью электронно-лучевого осциллографа. Образец из исследуемого ферромагнетика в форме тороида  $T$  со средним радиусом  $r_{cp}$  снабжен намагничивающей и измерительной обмотками, число витков которых соответственно  $n_1$  и  $n_2$  (рис.50).

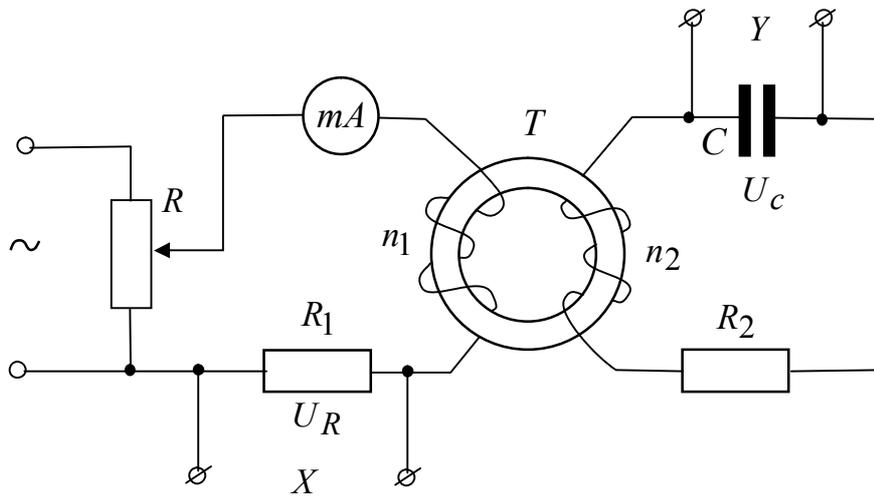


Рис.50

Напряжение, подаваемое с  $R_1$  на вход  $X$  осциллографа, пропорционально силе тока  $I_1$  в намагничивающей обмотке, а следовательно, напряженности намагничивающего поля:

$$U_R = I_1 R_1 = \frac{2\pi r_{cp}}{n_1} RH. \quad (112)$$

В измерительной обмотке возникает ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi n_2}{dt} = -n_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (113)$$

где  $\Phi$  – поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через поверхность, охватываемую витком вторичной обмотки;

$S$  – площадь сечения тороида.

Если мгновенное значение силы тока в цепи измерительной обмотки обозначить через  $I_2$ , то в соответствии с законом Ома

$$I_2 R_2 = \varepsilon_i + \varepsilon_s + U_c, \quad (114)$$

где  $\varepsilon_s$  – ЭДС самоиндукции.

Следовательно, если подобрать сопротивление  $R_2$  и емкость  $C$  такими, чтобы напряжение на конденсаторе  $U_c$  было значительно меньше напря-

жения  $U_R$  на резисторе  $R_2$ , и пренебречь величиной  $\varepsilon_s$ , то  $I_2 R_2 = \varepsilon_i$ . Используя (113), получим, что сила тока во вторичной обмотке

$$I_2 = -\frac{n_2 S}{R_2} \frac{dB}{dt}. \quad (115)$$

Тогда напряжение  $U_c$ , которое подается с конденсатора на вход  $Y$  осциллографа, равно

$$U_c = \frac{\int I_2 dt}{C} = -\frac{n_2 S}{CR_2} \int dB = -\frac{n_2 SB}{CR_2}. \quad (116)$$

Итак, отклонение луча осциллографа по оси  $X$  пропорционально напряженности магнитного поля  $H$ , а по оси  $Y$  – магнитной индукции в тороидальном образце. За один период синусоидального изменения тока электронный луч на экране осциллографа опишет полную петлю гистерезиса, а за каждый последующий период в точности ее повторит. В результате на экране будет видна стабильная петля гистерезиса.

Вычисление значения величин  $H, j, B, \mu$  производится по формулам:

$$H = hx; \quad (117)$$

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H; \quad (118)$$

$$B = by; \quad (119)$$

$$\mu = \frac{\Delta B}{\mu_0 \Delta H}. \quad (120)$$

Координаты  $x$  и  $y$  петель гистерезиса снимаются с осциллограмм. Зная чувствительность осциллографа  $x(\delta_x)$  и  $y(\delta_y)$  по осям  $X$  и  $Y$ , калибровочные постоянные  $h$  и  $b$  определяются в соответствии с формулами (112) и (116) следующим образом:

$$h = \frac{n_1}{2\pi r_{cp} R_0} \delta_x; \quad (121)$$

$$b = \frac{CR_2}{n_2 S} \delta_y. \quad (122)$$

Значение величин  $n_1$ ,  $r_{cp}$ ,  $R$ ,  $C$ ,  $R_2$ ,  $n_2$  и  $S$  указаны на рабочем месте.

Задание:

1. По полученной петле гистерезиса определить коэрцитивную силу и остаточную индукцию исследуемого ферромагнитного материала.

2. Построить графики зависимости магнитной индукции, магнитной проницаемости и намагниченности ферромагнетика от напряженности магнитного поля:  $B=B(H)$ ,  $\mu = \mu(H)$ ,  $J=J(H)$ .

### Лабораторная работа

#### Определение точки Кюри ферромагнетика с помощью электронного осциллографа

**Цель работы:** определение температуры Кюри ферромагнитного тороида с помощью электронного осциллографа.

Методическое обоснование работы

Метод определения точки Кюри ферромагнетиков основан на резком падении намагниченности исследуемого образца при температуре Кюри. Используя электронный осциллограф (ЭО), можно наблюдать магнитный гистерезис при перемагничивании ферромагнитного образца (рис.51).

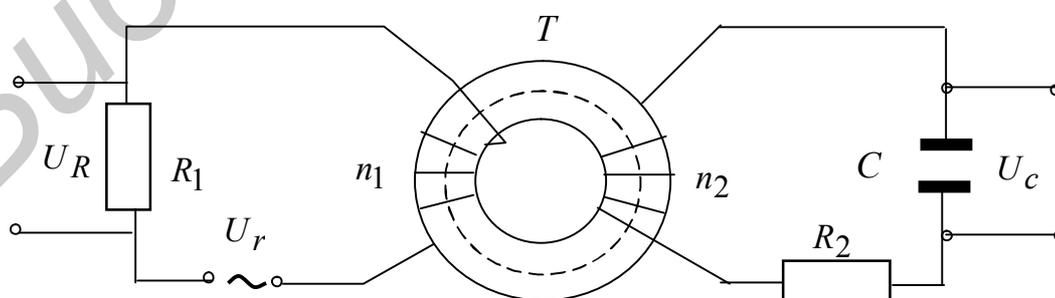


Рис.51

В качестве исследуемого образца используется ферритовый тороид  $T$ , первичная обмотка которого содержит  $n_1$ , а вторичная –  $n_2$  витков. На первичную обмотку тороида подается напряжение со звукового генератора. В цепь вторичной обмотки последовательно включаются сопротивление  $R_2$  и емкость  $C$ . Электрические напряжения  $U_R$  и  $U_C$ , снимаемые с сопротивления  $R_1$  и конденсатора  $C$ , подаются соответственно на горизонтальный ( $X$ -вход) и вертикальный ( $Y$ -вход) усилители электронного осциллографа. На экране осциллографа наблюдается петля гистерезиса, так как напряжение  $U_R$  пропорционально напряженности  $H$  магнитного поля в образце, а напряжение  $U_C$  пропорционально магнитной индукции  $B$ .

Пусть ток в первичной цепи тороида создает магнитное поле напряженностью  $H$ . Линии индукции этого поля являются окружностями, центр которых совпадает с центром тороида. Согласно теореме о циркуляции вектора  $\vec{H}$

$$\oint_{(\ell)} \vec{H} d\vec{\ell} = n_1 I_1, \quad (123)$$

где  $d\vec{\ell}$  – элемент контура  $(\ell)$ , указанного в тороиде штриховой линией,

$n_1 I_1$  – сумма токов, охватываемых контуром  $(\ell)$ .

Величина напряженности  $H$  в соответствии с (123)

$$H = \frac{n_1 I_1}{2\pi r_{cp}}. \quad (124)$$

Тогда напряжение

$$U_R = I_1 R_1 = \frac{2\pi r_{cp}}{n_1} H R_1, \quad (125)$$

т.е. оно пропорционально  $H$ .

Во вторичной обмотке, согласно явлению электромагнитной индукции, наводится ЭДС:

$$\varepsilon_i = -n_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (126)$$

где  $S$  – поперечное сечение тороида. В соответствии с законом Ома

$$I_2 R_2 = \varepsilon_i + \varepsilon_s + q/C, \quad (127)$$

где  $q/C$  – напряжение на конденсаторе;  $\varepsilon_s = -L \frac{dI_2}{dt}$  – ЭДС самоиндукции. Если активное сопротивление  $R_2$  и емкость  $C$  достаточно велики, то величинами  $\varepsilon_s$  и  $U_c$  можно пренебречь. В силу этого индукционный ток во второй обмотке  $I_2 = \frac{\varepsilon_i}{R}$ . Следовательно, напряжение на конденсаторе

$$U_c = \frac{\int I_2 dt}{C} = -\frac{n_2 S}{CR_2} \int dB = -\frac{n_2 SB}{CR_2}, \quad (128)$$

т.е. оно пропорционально  $B$ .

Значение величины  $B$  определяется из соотношения

$$B = \frac{CR_2}{n_2 S} \delta_y y, \quad (129)$$

где  $\delta_y$  – чувствительность осциллографа по оси  $Y$ ;

$y$  – ордината точки петли.

Электронный луч будет вычерчивать кривую зависимости  $B = B(H)$ . За один период синусоидального изменения тока пятно на экране от электронного луча опишет полную петлю гистерезиса, а за каждый последующий период полностью повторит ее. Поэтому петля гистерезиса на экране осциллографа будет казаться неподвижной. При температуре Кюри тороид (ферритовое кольцо) теряет ферромагнитные свойства и на экране вместо петли гистерезиса будет видна прямая линия.

Ферритовый тороид помещается в устройстве, представляющем собой емкость, заполненную силиконовым маслом. В боковых стенках емкости установлены нагреватели. Емкость закрывается крышкой, на которую выведены клеммы первичной и вторичной обмоток тороида.

Температура ферритового тороида изменяется и поддерживается на необходимом уровне с помощью регулятора напряжения и измеряется термопарой, подключенной к милливольтметру, проградуированному в градусах Цельсия.

Задание:

1. Построить зависимость магнитной индукции  $B$  от температуры  $T$ ,  $B = B(T)$ .

2. Определить температуру Кюри по графику методом экстраполяции. Для этого провести через последнюю экспериментальную точку касательную к кривой до пересечения с осью температур. Считать, что точка пересечения соответствует температуре Кюри.

## РАЗДЕЛ 4. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Волновая оптика изучает широкий круг явлений, связанных с возникновением, прохождением через вещество и взаимодействием с самыми различными объектами электромагнитных волн оптического диапазона. Простейшие оптические явления, легко наблюдаемые в обыденной жизни, можно объяснить в рамках геометрической оптики. Для понимания более сложных явлений требуется выявить связь того или иного эффекта с физической природой света. Этим занимается волновая оптика. Волновая оптика позволяет вывести все законы геометрической оптики и установить границы их применимости. Поэтому геометрическая оптика является частным случаем оптики волновой.

### Корпускулярно-волновой дуализм

Изучение явлений, происходящих в результате взаимодействия света с веществом, постепенно привело к созданию теории корпускулярно-волнового дуализма, объясняющей разнообразные оптические явления двойственной природой света.

Волновые свойства света проявляются в таких явлениях, как интерференция, дифракция, дисперсия, поляризация. Другие явления, например фотоэффект, можно объяснить только квантовой природой света.

Дальнейшее развитие физики расширило представления о двойственной природе микроскопических объектов: корпускулярно-волновой дуализм является фундаментальным свойством всех элементарных частиц, т.е. любая элементарная частица проявляет как волновые, так и корпускулярные свойства.

Излучение света происходит при переходе электронов в атоме из возбужденных состояний в невозбужденные. Такой переход осуществляется в течение промежутка времени  $10^{-8}c$ . За это время атом излучает не бесконечную электромагнитную волну, а цуг волны ограниченной протяженности. Чем меньше время жизни атома в возбужденном состоянии, тем меньше длина цуга. Поток света представляет собой совокупность огромного числа цугов волн, излучаемых огромным числом атомов. Кроме того, один и тот же атом, вновь и вновь переходя из различных состояний в невозбужденное, будет излучать цуги волн с совершенно произвольными характеристиками.

Таким образом, поток света, излучаемого большинством реальных источников, представляет собой совокупность цугов волн, имеющих всевозможные начальные фазы и направления колебаний векторов напряженностей электрического и магнитного полей. Помимо этого в потоке света могут быть цуги волн с различными частотами колебаний. Такой свет в волновой оптике называют естественным.

Монохроматической волной называют синусоидальную волну с постоянной частотой, амплитудой и начальной фазой. Колебания, возбуждаемые в любой точке пространства такой волной, будут длиться бесконечно долго. Поэтому в действительности такие волны не могут быть реализованы. Учитывая вышеизложенное, можно утверждать, что явления, которые легко описываются теорией для монохроматических волн – интерференция, дифракция и поляризация, для

естественного света наблюдаются лишь при соблюдении целого ряда дополнительных условий. Рассмотрим эти явления.

### Интерференция света

Интерференция света – это явление перераспределения в пространстве световой энергии с образованием устойчивой картины чередующихся максимумов и минимумов интенсивности при наложении двух или нескольких световых волн. Для двух монохроматических волн условие интерференции легко получить, сложив амплитуды колебаний, вызванных каждой из волн, приходящих в произвольную точку пространства  $\vec{r}$ :

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \text{ и } \vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \quad (130)$$

где  $\varphi_1 = \varphi_1(\vec{r}_1 t)$  и  $\varphi_2 = \varphi_2(\vec{r}_1 t)$ .

Только в том случае, когда  $\omega_1 = \omega_2$  и  $\vec{E}_{01} // \vec{E}_{02}$ , т.е. колебания происходят в одном направлении, можно получить устойчивую картину результирующих колебаний. Тогда модуль амплитуды  $\vec{E}_0$  результирующего колебания  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  определяется формулой

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (131)$$

В общем случае разность фаз  $\Delta\varphi = \varphi_2(\vec{r}_1 t) - \varphi_1(\vec{r}_1 t)$  является функцией координат и времени.

Анализируя формулу (131), можно сделать вывод о том, что устойчивость картины определяется постоянством разности фаз (132):

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (132)$$

В случае постоянства разности фаз амплитуда волны  $\vec{E}_0$  не будет в данной точке  $\vec{r}$  меняться с течением времени. Таким образом, устойчивость интерференционной картины возможна при одновременном выполнении трех условий: равенство частот интерферирующих волн; одинаковые направления колебаний; постоянство во времени в данной точке наблюдения разности фаз коле-

баний, возбуждаемых при этом волнами. Совокупность этих условий обобщенно называют условиями когерентности, а волны, удовлетворяющие таким условиям, – когерентными.

При наложении когерентных волн в тех точках, в которых колебания, возбуждаемые этими волнами, происходят в противофазе  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi + 2\pi m$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $\cos \pi = -1$  и

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02} = (E_{01} - E_{02})^2. \quad (133)$$

В случае равенства амплитуд  $E_{01} = E_{02}$ ,  $E_0 = 0$  и в точке наблюдения колебаний не будет. В тех же точках, в которых колебания, возбуждаемые волнами, происходят в одинаковой фазе  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi m$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $\cos \pi = +1$ ,

$$E_0^2 = (E_{01} + E_{02})^2. \quad (134)$$

В том случае, когда волны распространяются в однородной среде и приходят в точку наблюдения от двух источников, удаленных на разные расстояния от нее (рис.52), разность  $r_1 - r_2$  должна равняться целому числу длин волн  $\lambda$ , чтобы прийти в точку наблюдения  $M$  в одинаковой фазе, и полужелому числу

длин волн, чтобы быть в противофазе. Разность расстояний от источников до точки наблюдения  $r_1 - r_2 = \Delta$  называют геометрической разностью хода двух волн. Поэтому условие максимума интенсивности можно записать в виде

$\Delta = \pm md$ , а минимума  $\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)d$ , где  $m$  принимает значения  $0, 1, 2, \dots$ .

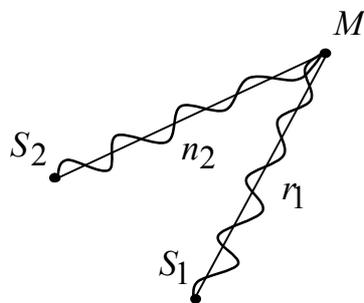


Рис.52

Если в качестве интерферирующих волн рассматривать световые волны естественного света, то можно сделать вывод о том, что интерференционные картины, возникающие при наложении световых волн, должны сменять друг друга с той же частотой, с какой один цуг волн сменяется в точке наблюдения другим цугом.

Как было сказано, длительность излучения атома составляет  $10^{-8}c$ , а значит, в любой точке наблюдения интерференционные картины будут сменять друг друга с частотой  $10^8$  Гц. Ни человеческий глаз, ни один оптический прибор такую быструю смену интерференционных картин не зафиксируют. Поэтому по всей области интерференции будет наблюдаться усредненная освещенность, постоянная во времени. Ни от каких двух источников естественного света невозможно получить интерференционную картину, доступную наблюдению.

Все способы получения интерференционных картин для световых волн основываются на одном общем принципе: поток света, идущий от одного источника, искусственно разделяется на две части так, чтобы каждая часть потока проходила различные оптические пути. Затем их сводят в область пространства, где должна наблюдаться интерференция. Это делается для того, чтобы две части, на которые был разделен световой поток, принадлежали одному и тому же цугу. В противном случае разность фаз в точке наблюдения будет меняться нерегулярным образом и интерференционная картина наблюдаться не будет.

Геометрическое расстояние, проходимое светом, и его оптический путь — это не одно и то же. Оптический путь определяется как  $nr$ , где  $n$  — показатель преломления среды,  $r$  — расстояние от источника до точки наблюдения. Именно он определяет разность хода при распространении волн в различных средах и входит в условия (135) и (136). При этом  $\lambda$  — длина волны в вакууме. Оптическая разность хода равна  $\Delta = n_1r_1 - n_2r_2$ .

Два источника, размер и взаимное расположение которых позволяют наблюдать интерференционную картину, называются пространственно когерентными. В противном случае — пространственно некогерентными.

## Интерференция в тонких пленках

Практически единственной возможностью заметить интерференцию света в обыденной жизни является наблюдение цветных пятен в тонких пленках масла, бензина и т.п., разлитых на поверхности воды, мыльных пузырей.

Бесформенность пятен объясняется различием и непостоянством толщины пленки, а разноцветность – наличием в белом свете волн различной частоты. В случае идеальной тонкой плоскопараллельной пластинки разделение луча света на два когерентных происходит так, как показано на рис.53.

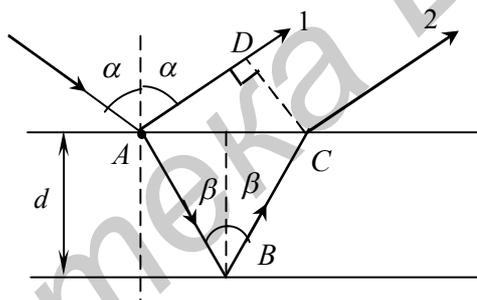


Рис.53

Падающий на пластинку луч частично отражается от верхней грани пластинки (луч 1), частично преломляется и отражается от нижней грани, выходит из пластинки параллельно первому лучу (луч 2). Если эти лучи направить на линзу, то в ее фокальной плоскости будет наблюдаться интерференция при условии, что разность хода лучей имеет порядок длины волны ( $\Delta \sim \lambda$ ), причем и  $AB$  и  $AD$  определяются углом падения, а разность хода равна

$$\Delta = 2ABn - AD + \lambda/2 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda_0}{2}, \quad (135)$$

где  $n$  – показатель преломления пластины,

$d$  – ее толщина.

При отражении света от оптически более плотной среды происходит изменение фазы волны  $\delta\varphi$  на  $\pi$ , что соответствует изменению разности хода на  $\frac{\lambda}{2}$

в соответствии с формулой  $\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$ .

Условие максимума  $\Delta = \pm k\lambda_0$  показывает, что при данной толщине пленки максимумы интенсивности для различных длин волн будут наблюдаться при различных углах падения. Именно поэтому пленка, изменяющая произвольным образом свою толщину и освещенная рассеянным светом, имеет радужную окраску, причем цветные пятна имеют произвольную форму. Это хорошо заметно при наблюдении за мыльным пузырем.

Интерференция в тонких пленках широко используется в современной технике для просветления оптических поверхностей и ликвидации «бликов» от поверхностей линз.

## Лабораторная работа

### Изучение явления интерференции света. Кольца Ньютона

#### Цель работы:

- изучить явление интерференции света в тонких пленках;
- проанализировать изменение характера интерференционной картины в зависимости от длины волны.

#### Методическое обоснование работы

Полосы, возникающие при интерференции света в тонких пленках, толщина которых неодинакова в разных местах, получили название полос *равной толщины*. Классическим примером полос равной толщины являются кольца Ньютона. Их можно наблюдать от тонкой клиновидной воздушной прослойки,

образованной параллельной пластинкой и соприкасающейся с ней выпуклой линзой с большим радиусом кривизны поверхности (рис. 54).

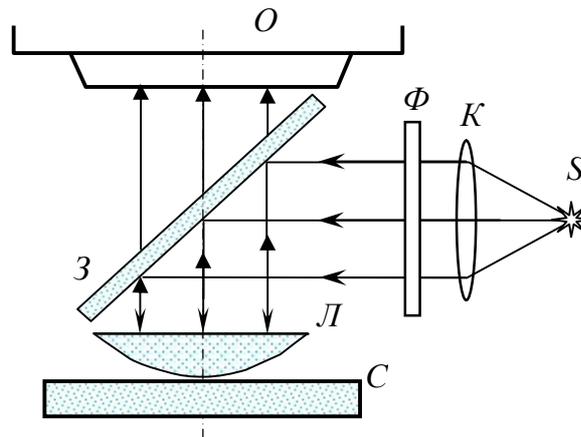


Рис.54

На рис. 54 обозначено:  $O$  – объектив микроскопа;  $З$  – полупрозрачное зеркало;  $Л$  – исследуемая линза;  $С$  – стеклянная пластинка;  $\Phi$  – цветной светофильтр;  $K$  – коллиматорная линза;  $S$  – источник света.

Геометрическое место точек одинаковой толщины воздушной прослойки представляет собой окружность.

При наклонном падении света полосы равной толщины имеют вид эллипсов, при нормальном падении света – концентрических окружностей с центром в точке соприкосновения линзы с пластинкой.

Радиусы колец  $r_m$  зависят от радиуса кривизны линзы: ширина и интенсивность колец убывает по мере удаления от центрального пятна. Полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности воздушного клина, а наблюдение ведется с помощью микроскопа, сфокусированного на эту поверхность.

Допустим, что линза освещается точечным источником  $S$  монохроматического света. Световые волны в точке  $A$  разделяются на два пучка, частично отражаясь от нижней поверхности линзы (луч 2) и частично преломляясь (луч 3) (рис. 55). Волны, отраженные в точке  $A$  и в точке  $B$ , интерферируют между собой, так как малый угол воздушного зазора обеспечивает условие когерентности.

Ввиду малости кривизны поверхности линзы точки  $A$  и  $C$  находятся на малом расстоянии друг от друга. Тогда оптическую разность хода интерферирующих лучей 2 и 3 можно считать равной удвоенной толщине  $2h_m$  воздушного зазора, сложенной с  $\frac{\lambda}{2}$ , учитывающей изменение фазы отраженной волны на  $\pi$  при отражении от оптически более плотной среды, в точке  $B$ :

$$\Delta = 2h_m + \frac{\lambda}{2}. \quad (136)$$

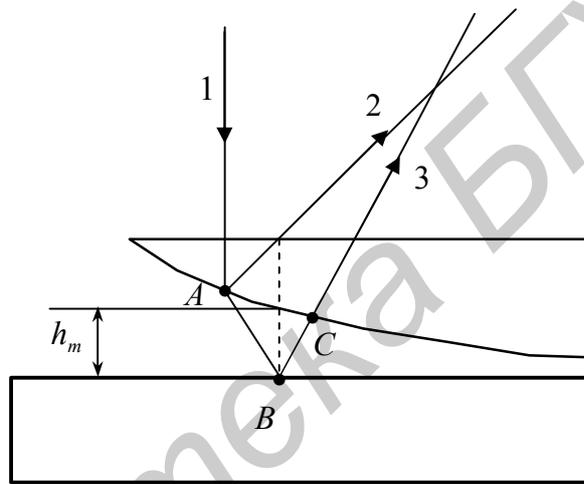


Рис. 55

Минимум интенсивности определяется из условия

$$2h_m + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (137)$$

т.е.

$$2h_m = m\lambda. \quad (138)$$

В соответствии с рис.56

$$(R - h_m)^2 = r_m^2 + R^2, \quad (139)$$

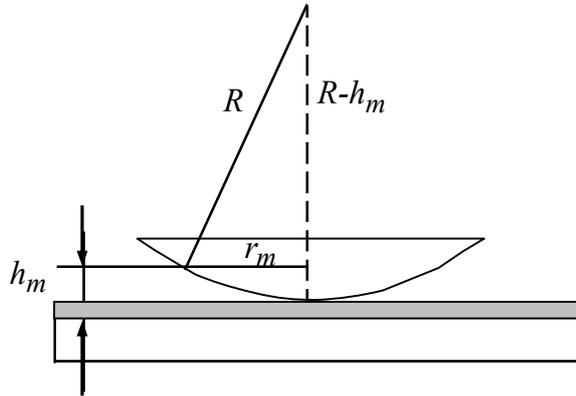


Рис.56

или

$$2h_m R = h_m^2 + r_m^2, \quad (140)$$

где  $R$  – радиус кривизны линзы (величина, постоянная для данной линзы).

Так как  $h_m \ll R$ , то

$$2h_m R = r_m^2. \quad (141)$$

Тогда с учетом (138) радиус темного кольца

$$r_m = \sqrt{2h_m R} = \sqrt{m\lambda_0 R}. \quad (142)$$

Максимумы интенсивности будут наблюдаться при условии

$$2h_m + \frac{\lambda}{2} = 2m' \frac{\lambda}{2}, \quad m' = 1, 2, \dots, \quad (143)$$

а радиус светлого кольца с учетом (143) и (141) –

$$r_m = \sqrt{R\lambda(m' - \frac{1}{2})}, \quad m' = 1, 2, \dots. \quad (144)$$

Чем больше  $m$ , тем меньше различие между радиусами соседних колец, тем уже кольца. Как следует из (138), значению  $m = 0$  соответствует  $h_m = 0$ , т.е. точка в месте касания пластинки и линзы. В этой точке наблюдается минимум интенсивности. Вследствие упругой деформации стекла невозможно добиться соприкосновения сферической поверхности линзы и пластинки строго в данной точке, поэтому центральное пятно имеет конечные размеры.

Как следует из (137) и (138), при переходе от одного темного пятна к другому разность хода изменяется на  $\lambda / 2$ . При переходе от  $n$ -го кольца к  $m$ -му оптическая толщина воздушного зазора возрастет на  $(m - n) \lambda / 2$ :

$$h_m - h_n = (m - n) \frac{\lambda}{2}. \quad (145)$$

Учитывая (141) и (145), получаем

$$\frac{r_m^2}{2R} - \frac{r_n^2}{2R} = (m - n) \frac{\lambda}{2}, \quad (146)$$

откуда радиус кривизны линзы

$$R = \frac{r_m^2 - r_n^2}{(m - n)\lambda}. \quad (147)$$

**Задание:** определить радиус кривизны линзы.

### Лабораторная работа

#### Изучение дифракции Френеля

**Цель работы:** изучить дифракцию света на круглом отверстии.

#### Методическое обоснование работы

Решение простейших дифракционных задач, например нахождение распределения интенсивности света в пространстве с резкими неоднородностями, значительно упрощается с применением *метода зон Френеля*.

Рассмотрим распространение монохроматической световой волны из точки  $A$  (источник) в какую-либо точку наблюдения  $P$  (рис.57).

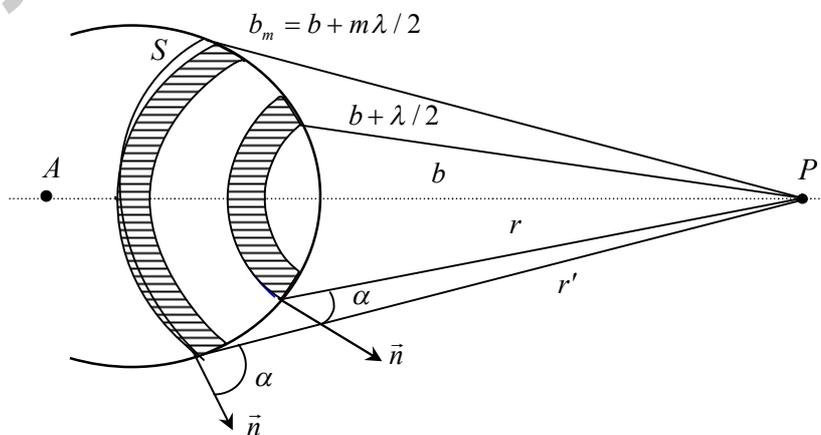


Рис.57

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, действие источника света можно заменить действием воображаемых источников, расположенных на произвольной волновой поверхности. Каждая точка волновой поверхности является источником вторичных сферических волн, интерференция которых определяет амплитуду колебаний в каждой точке перед этой волновой поверхностью. Волновая поверхность разбивается на зоны, равные по площади так, чтобы расстояние от краев соседних зон до точки наблюдения отличалось на  $\lambda/2$ . Тогда колебания, приходящие в точку наблюдения от соседних зон, будут иметь разность хода  $\Delta = \lambda/2$ , т.е. придут в точку наблюдения в противоположных фазах:

$$\delta = \pi \quad (\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta).$$

Амплитуда колебания, возбужденного зоной Френеля в точке наблюдения, зависит в общем случае от площади зоны, расстояния  $r$  от зоны до точки наблюдения и угла  $\alpha$  между нормалью к поверхности зоны и направлением к точке наблюдения (см. рис.57).

Площади зон Френеля приблизительно равны, а расстояние  $r$  и угол  $\lambda$  медленно увеличиваются с увеличением номера зоны. Все это приводит к тому, что амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > \dots$$

Так как фазы колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  соседними зонами, отличаются на  $\pi$ , то при наложении эти колебания взаимно ослабляют друг друга и амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m \pm \dots, \quad (148)$$

где знак «+» берется при нечетном  $m$ , а знак «-» – при четном  $m$ . Вследствие монотонного убывания амплитуды колебаний можно приближенно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}, \quad (149)$$

и переписать выражение (148) в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots \quad (150)$$

Так как выражения в скобках (150), согласно (149), равны 0, то амплитуда, создаваемая в некоторой точке  $P$  всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной:

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (151)$$

Задачу о распространении света от источника  $A$  к точке  $P$  можно решить также методом графического сложения амплитуд.

Применение метода Френеля позволило предвидеть и объяснить особенности в распространении световых волн, наблюдающиеся тогда, когда часть фронта идущей волны оказывается обрезанной краями экрана (препятствия).

В работе рассматривается случай, когда сферическая волна, идущая от точечного источника света, встречает на своем пути преграду с круглым отверстием (рис.58,  $a$ ).

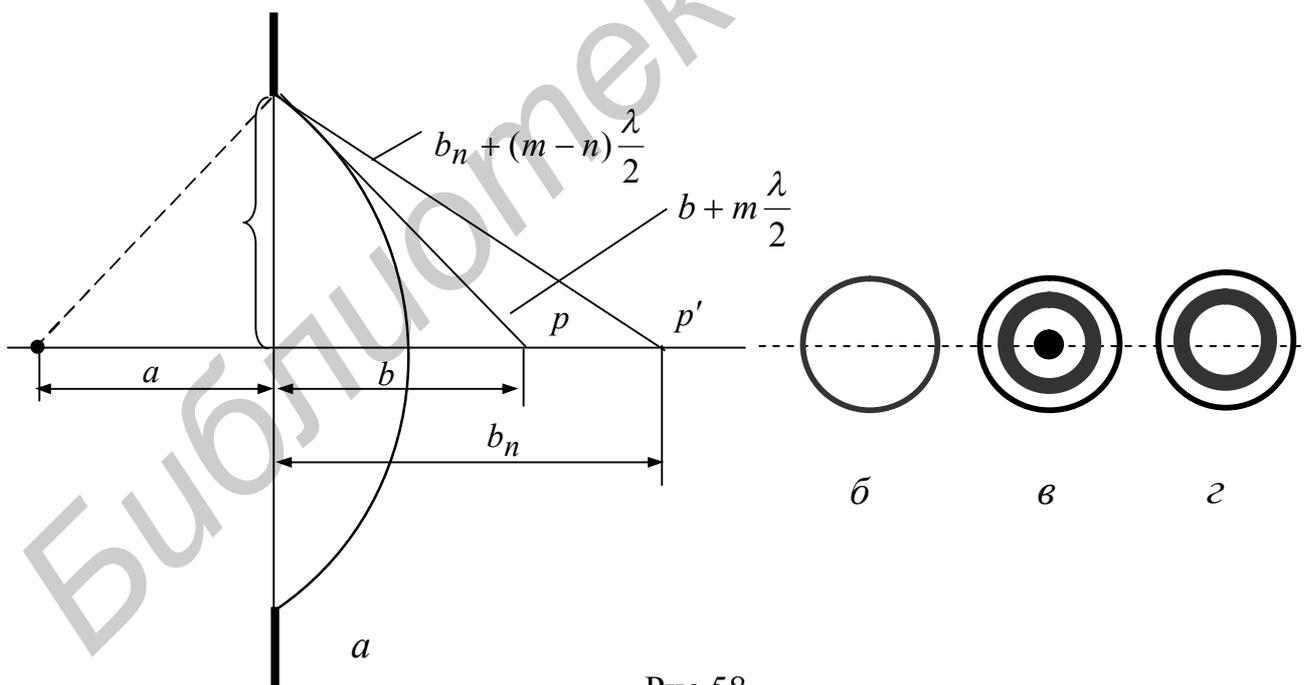


Рис.58

Характер картины, которая будет наблюдаться на экране, помещенном за преградой, определяется числом зон Френеля  $m$ , укладывающихся в отверстие для данной точки наблюдения:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (152)$$

Если в отверстии укладывается четное число волн Френеля, то в центре картины наблюдается минимум интенсивности (рис.58, в, темное пятно), при нечетном числе открытых зон – максимум интенсивности (рис.58, з, светлое пятно). Действительно, в соответствии с (149) и (150) результирующая амплитуда

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \quad (m - \text{нечетное}); \quad (153)$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \quad (m - \text{четное}).$$

Так как  $A_m \approx A_{m-1}$ , то

$$\frac{A_{m-1}}{2} - A_m \approx -\frac{A_m}{2}. \quad (154)$$

В результате получаем

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (155)$$

где знак «+» берется для нечетных  $m$ , знак «-» – для четных.

Проследим за видоизменениями картины при удалении экрана от отверстия. При небольших расстояниях  $b$  экрана от отверстия ( $m \gg 1$ )  $A_m/2$  – мал, и амплитуда суммарного колебания  $A = A_1/2$ . В этом случае наблюдается равномерно освещенное изображение отверстия (рис.58, б), т.е. изображение, соответствующее законам геометрической оптики. Увеличивая расстояние, мы придем сначала к френелевской дифракционной картине ( $m < 10$ ), которая затем перейдет в дифракцию Фраунгофера (дифракцию в параллельных лучах). Та же последовательность превращений наблюдается в том случае, если, не меняя расстояние  $b$ , уменьшать размеры преграды.

Если отверстие в экране ( $r_o$ ) сравнимо с параметром  $\sqrt{b\lambda}$ , то наблюдается дифракция в сходящихся лучах, т.е. дифракция Френеля. Если  $r_o \ll \sqrt{b\lambda}$ , то наблюдается дифракция в параллельных лучах, т.е. дифракция Фраунгофера.

Отверстие, пропускающее свет, открывает небольшое ( $m < 10$ ) число зон Френеля. При перемещении микроскопа вдоль его оптической оси дифракционные картины, изображенные на рис.58, будут сменять друг друга. Если зафиксировать два положения микроскопа и определить при этом число переходов от максимума к минимуму в центре дифракционной картины, то можно вычислить радиус отверстия, на котором происходит дифракция.

Действительно, пусть число уложившихся в отверстие зон Френеля для первого положения точки  $p$  (см. рис. 58,  $a$ ) равно  $m$ , а для второго положения  $p'$  равно  $m - n$ . Рассматривая соответствующие треугольники на рис.58,  $a$ , можно записать

$$b^2 + r_o^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2, \quad (156)$$

$$b_n^2 + r_o^2 = \left(b_n + (m - n) \frac{\lambda}{2}\right)^2. \quad (157)$$

Исключая из уравнений  $m$  и пренебрегая членами  $\lambda^2$ , находим

$$r_o = \sqrt{\frac{\lambda \cdot n \cdot b_n \cdot b}{b_n - b}}. \quad (158)$$

**Задание:** вычислить радиус отверстия, на котором дифрагирует свет.

## Лабораторная работа

### Изучение дифракции Фраунгофера

**Цель работы:** изучить дифракцию Фраунгофера излучения сложного спектрального состава на дифракционной решетке.

Методическое обоснование работы

*Дифракцией Фраунгофера* называют дифракцию в параллельных лучах, т.е. дифракционные явления, при которых источник света и точка наблюдения настолько удалены от препятствия, на котором происходит дифракция, что световые волны можно считать плоскими.

Практически дифракцию Фраунгофера наблюдают, поместив за источником света и перед точкой наблюдения линзы  $L_1$  и линзы  $L_2$  соответственно (рис.59).

Рассмотрим первоначально дифракцию Фраунгофера на узкой щели. Пусть на щель падает плоская монохроматическая световая волна (рис.59). За щелью поместим собирающую линзу, а в фокальной плоскости линзы – экран. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, каждая точка щели становится источником вторичных волн, распространяющихся за щелью во всех направлениях.

Вторичные волны, падающие на линзу под определенным углом  $\varphi$ , фокусируются в точке  $P$  на экране, где интерферируют и создают на экране дифракционную картину. В данном случае дифракционная картина будет иметь вид ряда темных и светлых полос, параллельных щели. Если свет падает перпендикулярно к плоскости щели, как показано на рис. 59, то полосы располагаются симметрично относительно центральной светлой полосы. Освещенность вдоль экрана меняется периодически с изменением угла  $\varphi$ , обращаясь в 0 при углах  $\varphi$ , для которых выполняется условие (159), и достигая максимального значения при углах, для которых выполняется условие (159 а).

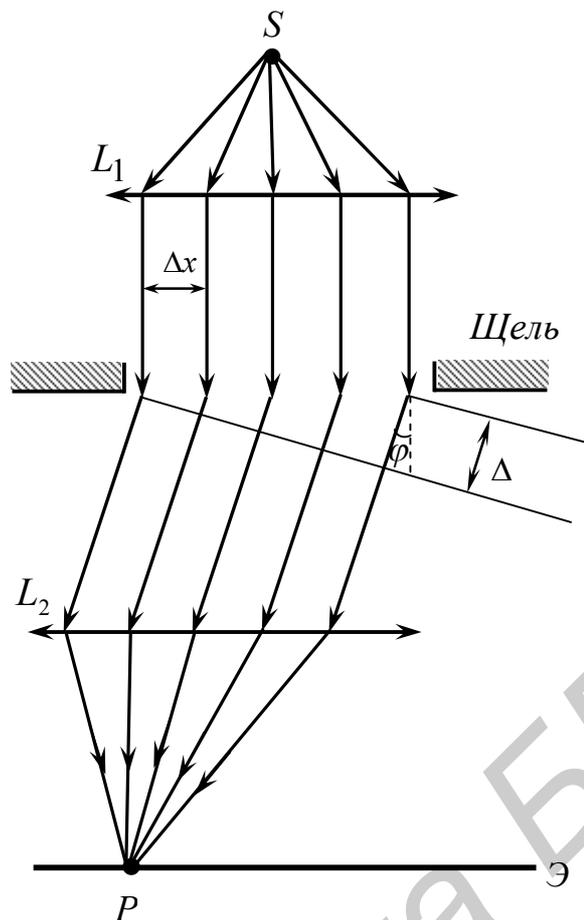


Рис.59

Если открытую часть волновой поверхности разбить на равные области (зоны) так, чтобы световые волны, приходящие в точку наблюдения от двух соседних зон, погашали друг друга (т.е. приходили в точку наблюдения в противофазе). В том случае, если число зон, укладывающихся на щели, четное, то волны от каждой пары соседних зон погашают друг друга и в точке  $P$  будет наблюдаться минимум интенсивности – темная полоса. Поскольку разность хода волн от первой и последней зоны  $\Delta = b \sin \varphi$ , то условие минимума определяется соотношением

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad (m=\pm 1, \pm 2 \dots), \quad (159)$$

где  $b$  – ширина щели,

$\lambda$  – длина волны.

Поэтому в точке  $P$  будет наблюдаться минимум интенсивности – темная полоса. Если же условие (159) нарушено, то число зон будет нечетным и дейст-

вие одной из них окажется нескомпенсированным. В точке  $P$  будет наблюдаться светлая полоса. Условие минимума определяется соотношением

$$b \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (159 a)$$

Отметим следующие особенности дифракционной картины от одной щели:

1. С уменьшением ширины щели  $b$  центральная светлая полоса ( $\varphi = 0$ ) расширяется, так как угловая ширина  $\delta\varphi$  центрального минимума равна  $\approx 2\lambda/b$ . Расширяется и вся дифракционная картина в целом. При увеличении ширины щели дифракционная картина сужается.

2. При данной ширине щели положение максимумов и минимумов зависит от длины волны, т.е. минимумы и максимумы, соответствующие большему  $\lambda$ , будут наблюдаться под большими углами  $\varphi$ . Поэтому в случае падения на щель белого света дифракционная картина представляет собой совокупность соответствующих картин для разных цветов (разных  $\lambda$ ); главный максимум будет общим для всех волн ( $\sin \varphi = 0$ ) в виде белой полосы. Справа и слева от главного максимума симметрично располагаются максимумы 1, 2 и т.д. порядков, представляющие собой цветные полосы с чередованием цветов от фиолетового к красному, разделенные темными промежутками (минимумами).

Дифракционной решеткой называют совокупность некоторого числа  $N$  одинаковых параллельных щелей, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние. Расстояние между серединами соседних щелей называется периодом дифракционной решетки  $d$ . Если  $a$  – ширина непрозрачного промежутка, а  $b$  – ширина прозрачного промежутка, то  $d = a + b$  (рис.60).

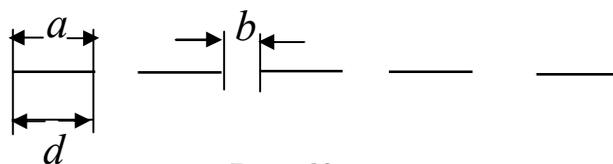


Рис.60

Зависимость интенсивности света в дифракционной картине от угла наблюдения показана на рис.61 (число щелей  $N=5$ ).

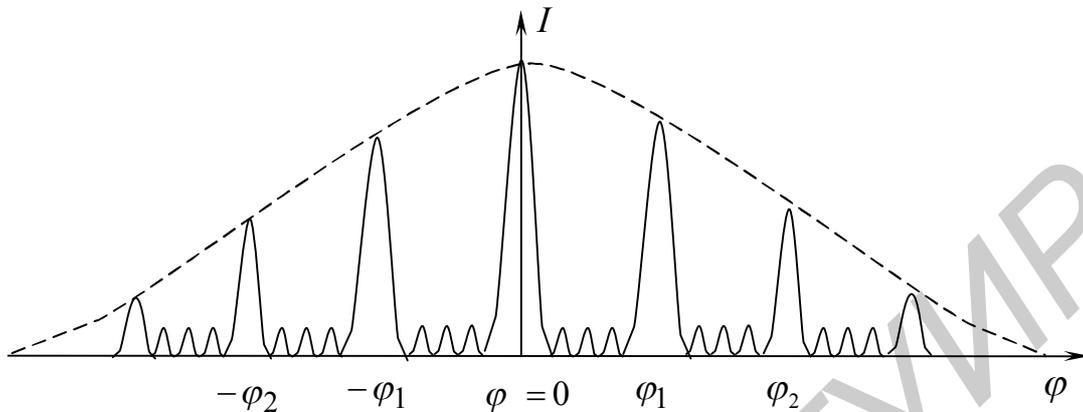


Рис.61

Дифракционная картина, создаваемая решеткой, состоит из совокупности узких ярких полос (максимумов интенсивности) и сравнительно широких темных полос (минимумов интенсивности). Углы дифракции, под которыми наблюдаются максимумы, определяются условиями

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (160)$$

Под углом  $\varphi = 0$  к первоначальному направлению распространения света при нормальном падении света на решетку наблюдается максимум нулевого порядка ( $k = 0$ ), или центральный максимум. Для всех длин волн максимум нулевого порядка возникает в одной и той же точке.

Схема получения дифракционной картины с помощью линзы на экране дает возможность показать, что в центре картины всегда будет располагаться максимум (рис.62). Ведь лучи, продолжающие после прохождения решетки распространяться в прежнем направлении, не имеют никакой разности хода относительно друг друга. Эти лучи будут собраны линзой в ее фокусе, независимо от длины волны падающего света. Таким образом получается центральный (глав

ный) максимум. В то же время лучи света, идущие от множества точечных источников вторичных волн в произвольных направлениях, приобретают неко-

торую разность хода, зависящую от длины волны света, а потому будут собраны линзой в ее фокальной плоскости на некотором расстоянии от главного максимума, причем углы, под которыми будут видны максимумы для различных длин волн, могут достаточно сильно отличаться друг от друга. Ближе всего к

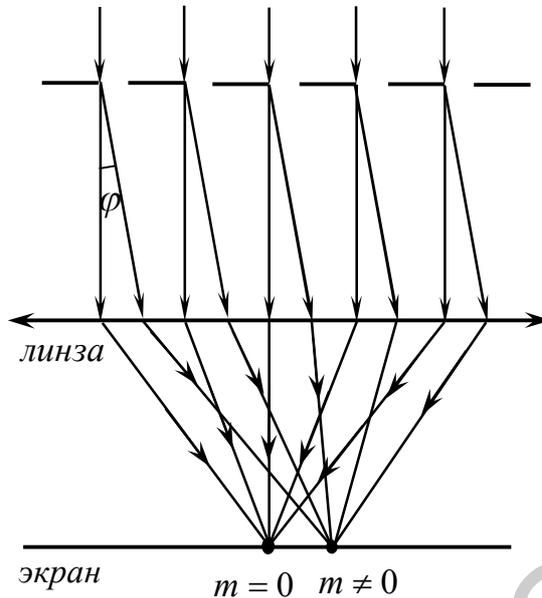


Рис.62

центральному максимуму располагаются максимумы для фиолетового цвета, дальше всего – красного.

Таким образом, при освещении решетки белым светом центральный максимум будет иметь вид белой полосы, а все остальные – вид радужных полос, называемых спектрами 1-, 2-го и т.д. порядков. Внутренний край каждой полосы фиолетовый для любых малых порядков или любого цвета – для высоких порядков, а наружный – красный.

Действительно, для одного и того же значения  $m$

$$\sin \varphi = m\lambda / d , \quad (161)$$

$\sin \varphi$  будет тем меньше, чем меньше длина волны  $\lambda$ , а наименьшее значение  $\lambda$  имеет фиолетовый цвет. Однако каждая длина волны в дифракционной картине встретится строго определенное число раз. Угол  $\varphi$  не может быть больше  $\pi/2$ ,

а  $|\sin \varphi| \leq 1$ . Поэтому для каждой длины волны  $|\sin \varphi_{\max}| \leq 1$  и  $m \leq d / \lambda$ , а это указывает на то, что для разных длин волн  $m_{\max}$  могут значительно отличаться.

Пусть, например,  $d = 2 \times 10^{-6}$  м. Тогда для фиолетового цвета с длиной волны  $\lambda_{\phi} = 4 \times 10^{-7}$  м  $m_{\max} \leq 5$ , а для красного цвета с длиной волны  $\lambda_{\phi} = 7,6 \times 10^{-7}$  м  $m_{\max} \leq 2$ . То есть полное число максимумов для фиолетового цвета будет 11 ( $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ), а для красного – всего 5. В спектре третьего порядка красного цвета не будет. Затем исчезнет оранжевый, желтый, зеленый и последний, 5-й, максимум будет состоять из полосы фиолетового цвета. Полное число максимумов в спектре для данной длины волны составляет  $2m_{\max} + 1$ .

Свойства дифракционной решетки используются для исследования спектрального состава света, т.е. для определения длин волн и их интенсивностей при изучении спектров с помощью спектральных приборов.

Положение главных максимумов в дифракционной картине от решетки определяется условием

$$d \sin \varphi = m \lambda, \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (162)$$

Число  $m$  дает порядок главного максимума и называется порядком спектра. Между главными максимумами в распределении интенсивности имеется  $N - 2$  побочных максимумов, разделенных дополнительными минимумами, число которых  $N - 1$  ( $N$  – число щелей). На рис.61 представлено распределение интенсивности в дифракционной картине от решетки с  $N = 5$ . Положение добавочных минимумов определяется условием

$$d \sin \varphi = \frac{m'}{N} \lambda, \quad \text{где } m' = \pm 1, \pm 2, \dots, N - 1, \dots, N + 1, \quad (163)$$

где  $m'$  принимает все целочисленные значения, кроме тех, при которых условие (163) переходит в условие (162).

Кроме того, положение максимумов определяется также условием

$$b \sin \varphi = m \lambda, \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots). \quad (164)$$

Применение дифракционной решетки позволяет получить ряд резких максимумов большой интенсивности, разделенных темными промежутками, так как интенсивность вторичных (побочных) максимумов при большом числе щелей практически равна 0.

Основное свойство дифракционной решетки – способность раскладывать падающий на нее свет по длинам волн. Поэтому она используется в качестве дисперсионного элемента в спектральных приборах.

Если на решетку падает излучение определенной длины волны (мономатический свет), то дифракционная картина в фокальной плоскости линзы имеет вид узких полос одного цвета, разделенных темными промежутками.

При освещении решетки белым светом в центре ( $\varphi=0$ ,  $m=0$ ) возникает белая полоса, так как при  $\varphi=0$  условие (162) удовлетворяется при любых  $\lambda$ . Справа и слева от центральной белой полосы возникают максимумы первого порядка для различных длин волн под углами, значения которых определяются равенством (162) при  $m=\pm 1$ . Эти максимумы, следуя друг за другом, образуют окрашенные полосы – так называемые спектры. В каждом из спектров максимумы для фиолетовых лучей будут расположены ближе к центральной полосе, максимумы для красных лучей – дальше всего от нее. Аналогично при  $m=\pm 2, \pm 3...$  возникнут спектры 2-, 3-го и т. д. порядков, расположенные симметрично относительно белой полосы. При освещении решетки светом, содержащим волны лишь определенных длин волн  $\lambda$  (ртутная лампа), получают линейчатые спектры разных порядков. Центральная полоса в этом случае возникает в результате наложения максимумов всех длин волн  $\lambda$ . На рис.63 схематично изображено положение центральной светлой полосы  $C$  и видимых спектров.

Следовательно, дифракционная решетка раскладывает излучение в спектры, количество которых ограничивается значением  $m_{\max}$ . Таким образом, используя условие (162), определяющее положение главных максимумов в дифракционной картине, можно определить длины волн.

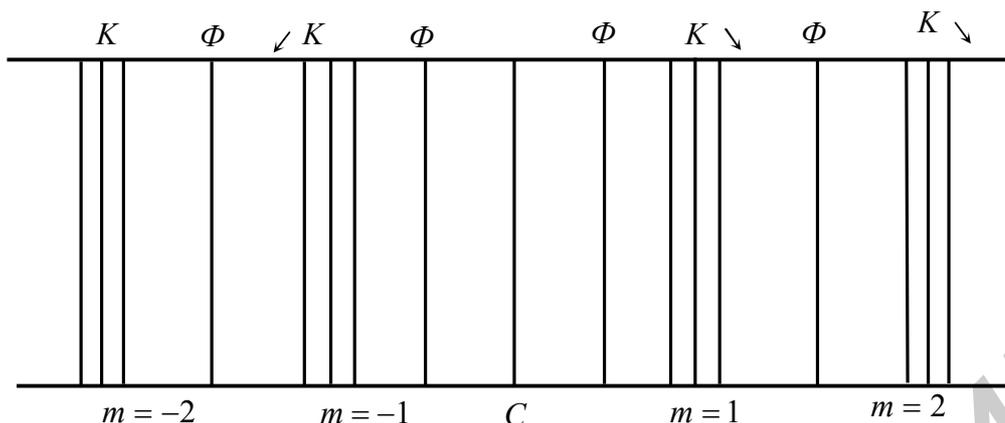


Рис.63

Основными характеристиками дифракционной решетки являются: угловая дисперсия и разрешающая сила (способность) решетки. Угловая дисперсия  $D$  определяется угловым расстоянием  $\delta\varphi$  между спектральными линиями, отличающимися длинами волн на  $\delta\lambda$ :

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} \quad (165)$$

Пользуясь формулой (162), можно выразить угловую дисперсию через период решетки  $d$  и порядок спектра  $m$ :

$$d \cos\varphi \cdot \delta\varphi = m\delta\lambda, \quad D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\varphi} \quad (166)$$

Чем меньше постоянная решетки и чем выше порядок спектра, тем больше ее угловая дисперсия (рис.64 а, б).

Разрешающей силой (способностью) решетки называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{\min}}, \quad (167)$$

где  $\delta\lambda_{\min}$  — минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются отдельно.

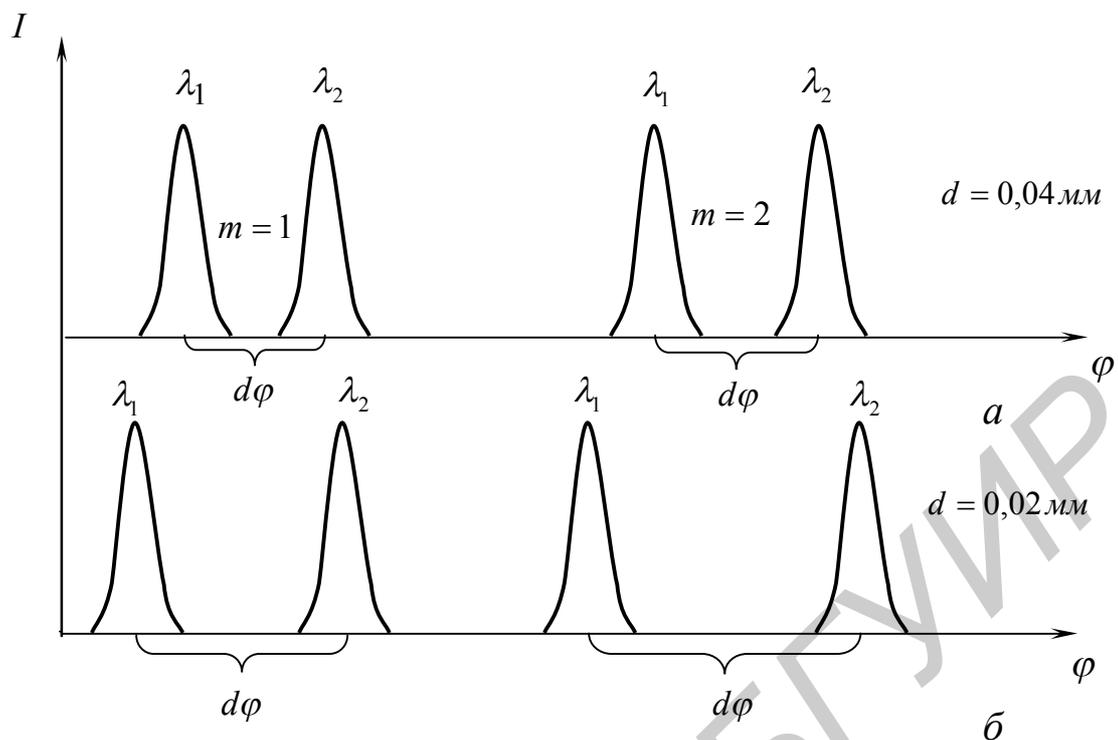


Рис.64

Линии воспринимаются отдельно, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80 % интенсивности максимума (рис.64). Согласно критерию Релея, такое соотношение интенсивностей имеет место, если середина одного максимума совпадает с краем другого. Воспользовавшись критерием Релея, для разрешающей способности можно получить выражение

$$R = mN, \quad (168)$$

где  $m$  – порядок спектра;

$N$  – число штрихов (щелей) решетки;

$$N = n\ell, \quad (169)$$

где  $n$  – число штрихов на 1 мм;

$\ell$  – длина решетки.

Спектральные линии, расположенные так, как показывают рис.65, а, б, не будут сливаться, а на рис. 65, в – сольются в одну линию.

Из формулы (169) видно, что разрешающая сила решетки не зависит от постоянной решетки, а определяется лишь общим числом щелей  $N$  и порядком спектра  $m$  (см. рис.65 а, б).

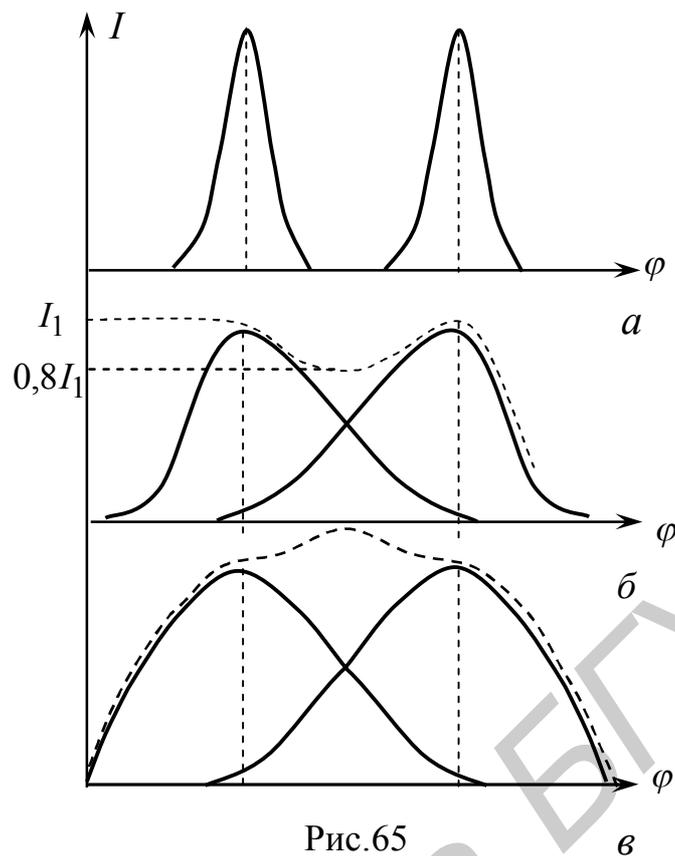


Рис.65

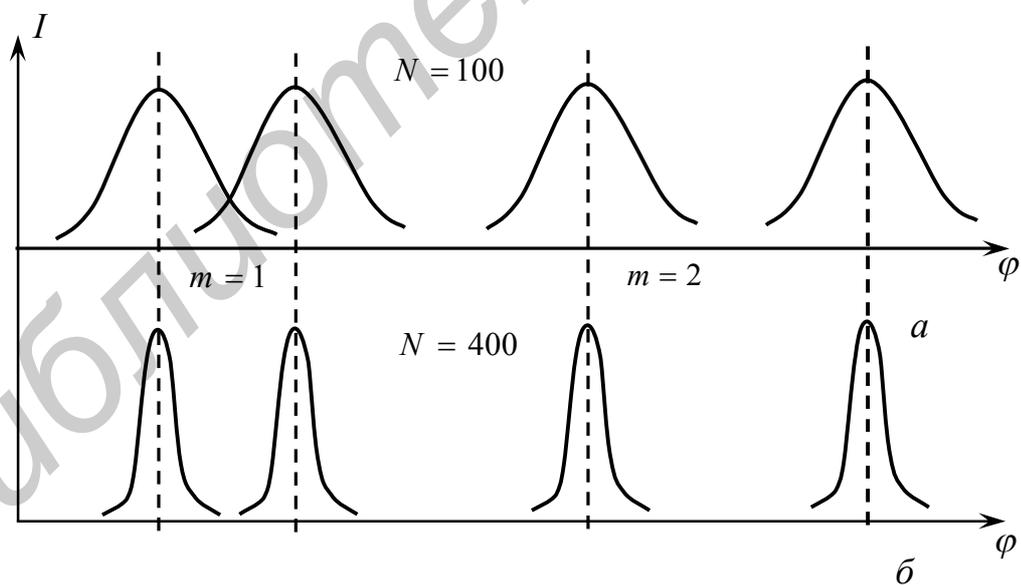


Рис.66

Разрешающая сила дифракционной решетки тем больше, чем больше число штрихов (щелей) и чем выше порядок максимума.

**Задание:** вычислить длины волн красного, зеленого и фиолетового света, используя формулу (162); рассчитать угловую дисперсию (166) и разрешающую силу решетки (168).

Библиотека БГУИР

Учебное издание

Сергеева-Некрасова Марина Сергеевна,  
Смирнова Галина Федоровна

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ЭЛЕКТРОМАГНИТИЗМУ И ВОЛНОВОЙ ОПТИКЕ.  
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ**

для студентов всех специальностей и форм обучения БГУИР

Редактор Т.П. Андрейченко  
Корректор Н.В. Гриневич

---

Подписано в печать 06.05.2005.	Формат 60x84 1/16.	Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс».	Печать ризографическая.	Усл. печ.
л. 5,58.		
Уч.-изд. л. 5,0.	Тираж 300 экз.	Заказ 14.

---

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
Лицензия на осуществление издательской деятельности №02330/0056964 от 01.04.  
04.

Лицензия на осуществление полиграфической деятельности №02330/0133108 от  
30.04.04

220013, Минск, П.Бровки, 6