О ЧАСТИЧНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЗАДАЧИ ДВУХУРОВНЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Д. Е. Бережнов, С. И. Сиротко
(БГУИР, Минск)

Задачи двухуровневого программирования (bilevel programming) [1] являются инструментом моделирования сложных иерархических систем в промышленности, технике и экономике.

Пусть $x \in R^n$, $y \in R^m$, функции $F(x,y)$, $f(x,y)$, $h_i(x,y)$ непрерывно дифференцируемы. Рассмотрим двухуровневую задачу (BLP):

$$F(x,y) \to \min, \ x \in X,$$

где в качестве дополнительных ограничений выступают также ограничения, определяемые множеством решений задачи нижнего уровня:

$$f(x,y) \to \min_y, \ \ y \in K(x) = \{y \in R^m \mid h_i(x,y) \le 0 \ \ i \in I = \{1,\ldots,s\}\}.$$

Пусть $\varphi(x) = \min\{f(x,y) \mid y \in K(x)\}$ и (x^0, y^0) – оптимальное решение в задаче (BPP). Задача (BLP) называется частично устойчивой (partial calm) в точке (x^0, y^0), если существует число $\mu > 0$ такое, что (x^0, y^0) является локальным решением задачи

$$F(x,y) + \mu(f(x,y) - \varphi(x)) \to \min, \ x \in X, \ y \in K(x). \qquad (1)$$

Сведение задачи (BLP) к задаче математического программирования (1) является одним из основных методов ее решения. Известно [2], что задача (BLP) является частично устойчивой, если функции f и h_i линейны по обеим переменным x и y. Следующая теорема обобщает данный результат.

Теорема. Пусть $f(x,y) = \langle \xi^0, y \rangle + \alpha_0(x)$, $h_i(x,y) = \langle \xi^i, y \rangle + \alpha_i(x)$ $i = 1,\ldots,s$. Тогда задача (BLP) частично устойчива в любой точке (x^0, y^0), дающей оптимальное решение. Если дополнительно функция $F(x,y)$ липшицева на открытом множестве, содержащем $gr\, K \cap (X \times R^m)$, то (x^0, y^0) будет решением задачи (1).

ЛИТЕРАТУРА
1. Dempe, S. Foudations of Bilevel programming. / S. Dempe. – Kluwer Acad. Publ., 2002.
2. Ye, J.J., Zhu, D. // SIAM J. Optimization. – Vol. 20, 2010, pp. 1885–1905.