ствовать подготовку к занятиям, а студентам повысить доступность изучаемого материала, увидеть взаимосвязь изучаемых дисциплин.

УДК 517

МЕТОДЫ АКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ MAPLE

М. А. КАЛУГИНА

Учреждение образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

В докладе представлены результаты применения Maple при изучении теории рядов в курсе математического анализа. На примере исследования их сходимости показана эффективность такой работы для формирования у студентов важных универсальных компетенций.

Ключевые слова: Maple, числовые и функциональные ряды, ряды Фурье, ортогональные многочлены, равномерная сходимость рядов.

В основе инновационных методов обучения студентов лежат современные образовательные технологии, которые помогают сформировать у них творческий подход к будущей профессиональной деятельности, развить самостоятельность мышления и научиться принимать оптимальные решения. СКА Maple, предоставляя возможность аналитического решения в сочетании с его численным моделированием очень высокой точности при мощной графической поддержке, позволяет приблизиться к решению этой проблемы.

В традиционном курсе математического анализа технического университета раздел, посвященный рядам, условно можно представить тремя главными темами: числовые ряды, функциональные ряды с акцентом на степенных и ряды Фурье. Из-за трудоемкости вычислений, которые требуют значительных временных затрат, изучение рядов Фурье зачастую бывает ограничено тригонометрической системой. Действительно, тригонометрические ряды находят широкое применение в математической физике и во многих разделах техники при моделировании периодических процессов. Но еще более бывают востребованы на практике так называемые «обобщенные», или «общие», ряды Фурье. Они рассматриваются как бесконечномерные линейные формы по системам ортогональных полиномов, теория которых тесно переплетается с теорией тригонометрических рядов. Именно аналогичность тригонометрической системе, с одной стороны, и сложность вычислений коэффициентов, с другой, − не позволяют в должной мере уделить внимание этому важному математическому объекту. Maple, автоматизировав аналитические и технические расчеты, помогает решить не только временной дефицит. С помощью этой системы студенты могут почувствовать многие математические тонкости. При этом особую ценность имеет графическая часть, позволяющая поэкспериментировать с результатами исследования и сделать научный вывод в рамках поставленной проблемы. Системная поддержка, англоязычная среда, вариативность решения, работа индивидуально или в группе, − все это пробуждает интерес к образовательной деятельности и создает атмосферу мотивированного и творческого обучения, одновременно решая и целый комплекс учебных, развивающих и воспитательных задач.

Рассмотрим для примера три достаточно интересные проблемы, возникающие при изучении объявленных тем. Эти и ряд других задач студенты должны исследовать самостоятельно в рамках лабораторных и домашних занятий в среде СКА Maple 18.

Первый пример представляет одно из заданий, связанных с изучением равномерной сходимости лейбницевского ряда на заданном промежутке. Студенты должны:

– доказать, что ряд удовлетворяет теореме Лейбница;

– на ее основе получить верхнюю оценку n-го остатка ряда;

– аппроксимировать с заданной погрешностью сумму ряда его частичной суммой с минимальным числом членов;

– убедиться в правильности полученного решения, используя графические средства Maple.

На рис. 1 и рис. 2 приведена графическая иллюстрация полученного решения для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-x)^n}{3n-5}$. На обоих рисунках построена полоса относительно графика суммы ряда шириной, равной удвоенной погрешности приближения. На рис 1 видно, что на заданном промежутке [0, 1] график частичной суммы с четырьмя слагаемыми полностью содержится в заданном «коридоре». Взяв 3 члена ряда (рис.2), мы получим частичную сумму, график которой выходит за пределы полосы при $x > 0{,}8$.

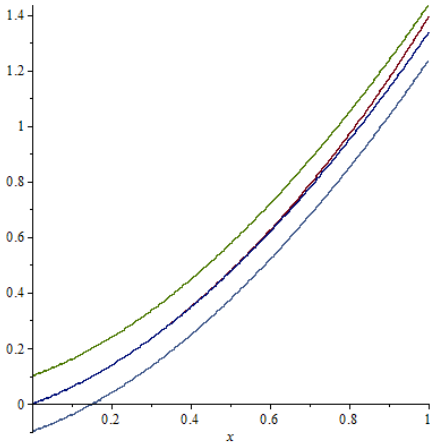

Рис. 1

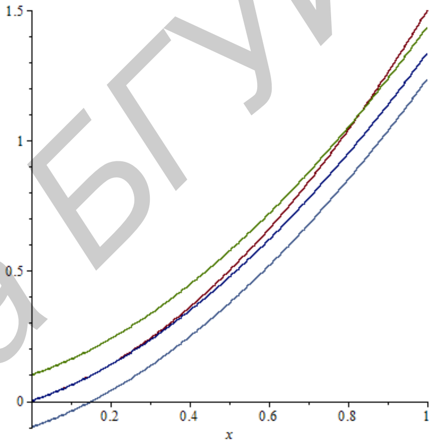

Рис. 2

Второй важной проблемой является нахождение области сходимости функционального ряда. После аналитического решения задачи студенты должны проверить графически найденное решение и убедиться в его правильности. Приведем в качестве примера классические маклореновские разложения двух функций. Для одной из них ряд абсолютно сходится на всей действительной оси, а для другой – на интервале. Особенно эти примеры хороши для понимания локального свойства ряда Тейлора.

На рис. 3 изображены графики функции $y = e^{-2x} + \sin x$ и ее многочленов Тейлора 3-й, 5-й и 9-й степени. Четко прослеживается тенденция «приближения» частичных сумм ряда с увеличением их порядка к порождающей функции.

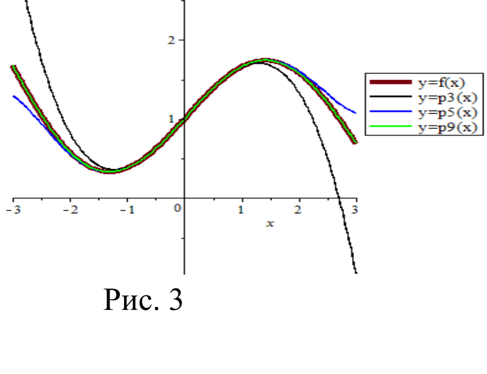

Рис. 3

Поведение частичных сумм тех же порядков степенного ряда для функции $y = \dfrac{1}{1+x^2}$ показано на рис.4. Определенно виден интервал $(-1,1)$, который становится еще более четким при увеличении порядка частичной суммы до 99 (рис.5).

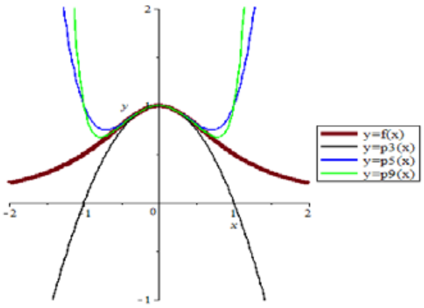

Рис. 4

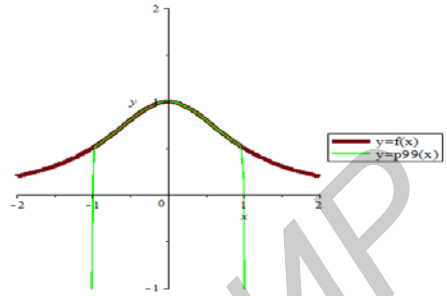

Рис. 5

Наконец, сравнительный анализ разложений функции по разным ортогональным системам позволит студентам убедиться, что полиномы Чебышёва и Лежандра, например, приближают на отрезке «более» равномерно, чем многочлены Тейлора.

В Maple есть несколько специализированных пакетов для работы с ортогональными многочленами, рядами и специальными математическими функциями. Для решения поставленной проблемы достаточно воспользоваться библиотекой *orthopoly*, располагающей 6-ю системами ортогональных многочленов. Итак, используя полиномы Лежандра и Чебышёва I рода с весом $\rho(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, студенты должны разложить функцию, например, $y = arccos(x)$, в ряд Фурье на отрезке $(-1,1)$ и сравнить качество приближения частичными суммами этого ряда с приближением многочленами Тейлора. На рис. 6-8 изображена полоса шириной 0,2, содержащая графики функции и аппроксимирующих ее многочленов 5-й степени. На рис. 6 и 7 приведены частичные суммы ряда Фурье по системе многочленов Лежандра и Чебышёва соответственно, на рис. 8 – ряда Тейлора. Чертеж с целью укрупнения показан на промежутке $[-1;-0.8]$, именно в той области, где многочлен Тейлора «плохо» приближает.

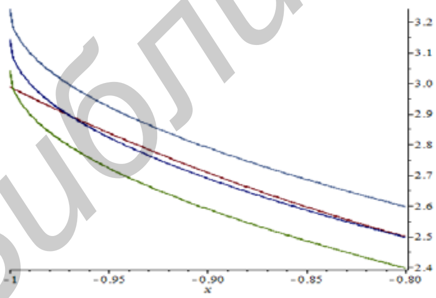

Рис.6

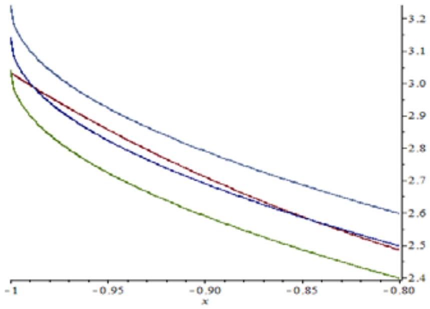

Рис.7

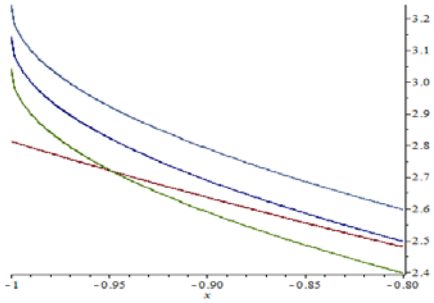

Рис.8

Приведенные примеры со множеством сходных по тематике задач, как уже выше говорилось, лежат в основе лабораторного практикума по математическому анализу. Решая поставленные проблемы, студенты приобретают навык самостоятельного применения полученных теоретических знаний на практике. Подобранные задания помогают убедиться в важности теорем и необходимости обосновывать свое решение, а не искать ответ «по образцу». Получение с помощью Maple противоречащего «ручным» выкладкам результата стимулирует их на творческий поиск правильного решения, чтение дополнительной литературы, научные дискуссии. СКА влияет на формирование у студентов технических университетов таких важных универсальных компетенций как способность применять знания на практике, способность к абстрактному мышлению, анализу и синтезу, способность проводить научные мини-исследования и углублять свои знания предметной области.

Став органической частью учебного процесса, система компьютерной алгебры Maple поможет воплотить в жизнь три главных образовательных элемента: знать-уметь-владеть.

УДК 519:85

РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

А. В. КАПУСТО, А. А. КУЗНЕЦОВА

Белорусский национальный технический университет

Приведены требования современного рынка труда к выпускнику строительных специальностей и сформулированы цели математического образования. Обоснована роль компетентностного подхода в обеспечении качественной подготовки специалиста. Обозначены основные цели организации учебного процесса обучения дисциплине «Математика» при подготовке инженера-строителя с позиции компетентностного подхода. Исследован вопрос по прикладной направленности материала, как необходимого средства для достижения поставленных целей. Выделены новые направления по совершенствованию учебного процесса в обучении математике с целью формирования академических и профессиональных компетенций выпускника.

Ключевые слова: подготовка специалиста, компетентностный подход, организация учебного процесса, прикладная направленность.

Введение. Современный рынок труда требует от выпускника строительного профиля не формальное наличие соответствующего диплома с перечнем освоенных дисциплин, а владение определенным объемом знаний по изученным дисциплинам и умений по использованию усвоенного материала в применении на практике. В частности, владение современным программным обеспечением и знание соответствующих специализированных пакетов программ уже не обсуждается при приеме на работу как некое дополнительное достоинство кандидата, а рассматривается как элемент обяза-