

ОСОБЕННОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ФИЛЬТРОВ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ

О.П. СОЛОВЕЙ¹, Н.Н. ИВАНОВ²

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
ул. П. Бровки, 6, г. Минск, 220013, Республика Беларусь
¹oleg@solovey.me; ²nnivanov@gmail.com*

В приложениях нелинейные фильтры представляют более высокую точность оценки по сравнению с фильтром Калмана и его производными. В сообщении сравниваются частичные фильтры и фильтры Калмана. Основная проблема практического применения нелинейных фильтров заключается в их вычислительной сложности, которую по аналогии с динамическим программированием часто называется «проклятием измерений», однако сеществуют модификации нелинейных фильтров, которые избегают эту проблему.

Ключевые слова: нелинейные фильтры, фильтр Калмана, частичные фильтры.

Фильтр Калмана чрезвычайно полезен в разнообразных прикладных приложениях, включая робототехнику, коммуникационные системы, GPS, инерциальную навигацию, предсказания погоды, трекинг авиатранспорта, спутников, кораблей, ракет, людей, а также в приложениях предсказания состояния фондовых рынков. Более того, фильтры Калмана относительно легко спроектировать и реализовать, что довольно часто дает довольно точную оценку. С другой стороны, точность фильтров Калмана может быть неожиданно плохой в некоторых определенных приложениях по нескольким причинам, таким как: 1) нелинейность в уравнениях, описывающих физическую систему; 2) плохо обусловленная ковариационная матрица; 3) неточность или незавершенность моделей основной физической проблемы.

Ключевая практическая проблема нелинейных фильтров заключается в вычислительной сложности для достижения необходимой точности оценки в реальном времени. Однако со времени опубликования известной статьи Калмана в 1960 г. [1] скорость вычислений и доступная память выросли в разы. В результате в настоящее время представляется возможным использовать нелинейные фильтры в приложениях реального времени на отдельно взятом персональном компьютере для множества практических приложений. Вычислительная сложность таких фильтров зависит от множества факторов: 1) размерность вектора состояний; 2) разреженность ковариационной матрицы; 3) скорость самих измерений; 4) требуемая точность вектора состояния; 5) степень нелинейности; 6) вид распределения вероятности (унимодальное, мультимодальное).

Частичные фильтры (Particle Filters) — относительно новый класс нелинейных фильтров, анонсированных в основополагающей статье около десяти лет тому назад. С того времени появилась масса статей и приложений в области Частичных фильтров [2]. Не существует единственного Частичного фильтра, а существует огромное множество классов Частичных фильтров. Любой исследователь может создать достаточно хороший Частичный Фильтр из 40–100 операторов MatLab. Также совсем не обязательно владеть тонкостями стохастического исчисления, уравнениями Фоккера-Планка или другими современными численными методами для решения дифференциальных уравнений в частных производных. Частичные Фильтры аппроксимируют полностью негауссову плотность вероятности вектора состояния, обусловленную измерениями.

Ключевая проблема любого нелинейного фильтра – «проклятие размерности». Это понятие, придуманная Ричардом Беллманом около сорока лет назад, описывает экспоненциальный рост вычислительной сложности как функция измерения вектора состояния. Вычислительная сложность фильтра Калмана прямопропорциональна кубу размерности вектора, однако при решении общих нелинейных проблем с использованием фильтров, которые дают оптимальную точность, вычислительная сложность растет экспоненциально с измерением вектора состояния. Эта проблема не является математической, но она исключительно важна для инженеров, решающих конкретные прикладные задачи. Очевидно, что постоянный рост возможностей вычислительной техники не сможет преодолеть экспоненциальную сложность задачи.

Ранее предполагалось, что Частичные фильтры полностью решат проблему «проклятия измерений», однако этого неслучилось. Детальный анализ проблем вычислительной сложности Частичных фильтров представлен в [3, 4]. Для задач с малой размерностью вектора состояний Частичные фильтры достигают оптимальной точности оценки сравнимой с вычислительной сложностью фильтра Калмана. Однако для решения задач с большой размерности вычислительная сложность лучших современных Частичных фильтров огромна. Хотя с точки зрения математики Частичный фильтр успешно решает прикладные задачи, его программная реализация зачастую не гарантирует получения решения за приемлемое время. На сегодняшний день существует множество публикаций, посвященных сокращению вычислительной сложности для решения задач с заданной оценкой точности.

Список литературы

1. *Kalman R.E.* // Journal of Basic Engineering Transactions ASME. 1960. №82 (Series D). P. 35–45.
2. *Ristic B., Arulampalam S., Gordon N.* Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications. 2004.
3. *Daum, F., Raytheon C., Huang, J.* // In proceedings of IEEE Conference on Aerospace (Volume 4), Big Sky, MT, March 8-15 2003. P.1979–1993.
4. *Daum, F., Raytheon C., Huang, J.* // In proceedings of Signal and Data Processing of Small Targets Conference (Volume 5204), San Diego, CA, 2003. August 3 2003. P. 458–479.