ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД В ПРОГНОЗИРОВАНИИ ЭПИДЕМИЙ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Богданов Н. В., Пилипчик А. О.

Майсеня Л. И. – канд. физ.-мат. наук, зав кафедрой ФМД, доцент

В наше время высокие требования предъявляются в медицине, не только к квалификации врачей, но и к используемым методикам. Общее количество информации о болезнях увеличивается с каждым годом и один человек не в состоянии в точности оценить важность имеющегося материала для врачебной практики, и тогда приходит на помощь математика, которая помогает структурировать материал.

Данная методология основана на методе научной аналогии в отображении эпидемического процесса (процесс «переноса» возбудителя инфекции от больных к здоровым) с процессом «переноса» материи (энергии, импульса и др.) в уравнениях математической физики. Действительно, в ходе развития эпидемии среди населения территории, пораженной инфекционным заболеванием, формируется сложный самоподдерживающийся процесс «переноса» популяции возбудителя на сообщество восприимчивых людей. Эпидемиологическое содержание данного процесса связано с адекватным его отображением, как в календарном времени **«*t*»,** так и во «внутреннем времени « τ », которое фиксирует развитие инфекционного заболевания у множества лиц, пораженных инфекцией. Система уравнений, описываюших развитие эпидемического процесса, представляет собой систему нелинейных уравнений в частных производных с соответствующими начальными и граничными условиями, весьма «схожими» с уравнениями гидродинамики .

Для примера рассмотрим математическую модель эпидемии гриппа «Барояна-Рвачева». Она представляет собой систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с соответствующими граничными и начальными условиями:

1) эпидемический процесс:

a) $dX(t)/dt = -\left[\lambda / P(t)\right] \cdot X(t) \cdot \int Y(\tau,t)dt$

b) $\partial U(\tau,t)/\partial\tau + \partial U(\tau,t)/\partial t = -\gamma(\tau)\cdot U(\tau,t)$

c) $\partial Y(\tau,t)/\partial\tau + \partial Y(\tau,t)/\partial t = \gamma(\tau)\cdot U(\tau,t) - \delta(\tau)\cdot Y(\tau,t)$

d) $dZ(t)/dt = \int \delta(\tau)\cdot Y(\tau,t)dt$

2**)** граничные условия:

a) $U(0,t) = \left[\lambda / P(t)\right] \cdot X(t) \cdot \int Y(\tau,t)dt$

b) $Y(0,t) = 0$

3) начальные условия:

a) $X(t_0) = \alpha\cdot P(t_0)$; $Z(t_0) = (1-\alpha)\cdot P(t_0)$;

b) $U(\tau,0) = U(\tau)$ при $0 < \tau < \tau u$;

c) $Y(\tau,0) = Y(\tau)$ при $0 < \tau < \tau u y$;

где $t > 0$ **–** календарное время развития эпидемии (дни); $\tau > 0$ **– «**внутреннее» время развития инфекционного процесса**;** **λ** – средняя частота передачи возбудителя от инфекционных больных $Y(t)$ к восприимчивым $X(t)$; $Y(\tau)$ – функция развития периода инкубации; $\delta(\tau)$ – функция развития инфекционного периода; P – население территории, пораженной гриппом (тыс. чел.); $\alpha > 0$ – доля восприимчивых среди населения.

Новая модель эпидемий на территории СНГ имеет адекватное медико-биологическое содержание, т.к. отражает особенности развития как индивидуальных, так и «коллективных» процессов инфекции среди восприимчивого населения множества городов, пораженных патогенами. Эффективность моделирования эпидемий была продемонстрирована в 90-е годы при прогнозировании более 150 эпидемий на территории более 100 городов России.

Для демонстрации методологии была выбрана недавняя вспышка гриппа типа A(H5N1, H9N2, H7N7) известного так же, как птичий грипп.

Таким образом, была исследована и представлена методология развития эпидемий, в частности математический метод прогнозирования. Данный метод был рассмотрен на примере птичьего гриппа, который мутирует и представляет опасность для больших масс населения.

Список использованных источников:

1. Бейли, Н. Математика в биологии и медицине / Н. Бейли.– М.: Мир, 1970.– 326 с.

2. Воробьев, А.А. Оценка вероятности использования биоагентов в качестве биологического оружия // А.А. Воробьев //

3.Эпидемиология и инфекционные болезни. – 2001. – №6. – С. 54-56.
4. Супотницкий, М.В. Микроорганизмы, токсины и эпидемии / М.В. Супотницкий. – М.: Вузовская книга, 2000. – 376 с.
5. Известия [Электронный ресурс]. – Электронные данные. – Режим доступа: http://news.izvestia.ru/world/news93477. – Дата доступа: 12.04.13

ДИСПЕРСИОННЫЙ ПРИНЦИП ВЫБОРА ПРИЗНАКОВ ОБЪЕКТОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Грицкевич В. В.

Митюхин А. И. – доцент

Представлены оценки эффективности понижения размерности признаков распознаваемых объектов на основе использования дисперсионного критерия. Иллюстрируется дисперсионный принцип выбора признаков с помощью дискретного преобразования Хартли (ДПХ).

Система распознавания образов включает в себя выбор признаков и создание классификаторов образов. Эффективное решение задачи выбора признаков и упрощение процесса классификации образов требует сокращения размерности обрабатываемых данных признаков. В матричной форме 2-D ДПХ образа размером $N \times N$ записывается в виде:

$$G(k_1,k_2) = \frac{1}{N} \nu(k,n) \quad g(n_1,n_2) \quad \nu(k,n)^T, \forall n,k \in \mathbb{Z}^+, 0 \le n,k \le N-1$$

где $g(n_1,n_2)$ - матрица отсчетов образа размером $N \times N$; $G(k_1,k_2)$ - матрица признаков (спектральных коэффициентов ДПХ размером $N \times N$); $\nu(k,n)$ - матрица дискретного множества ортогональных функций ДПХ размером $N \times N$, которая определяется как

$$[\nu(k,n)] = \left[cas\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) = \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) + \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \right].$$

Для осуществления понижения размерности поля образа на основе дисперсионного критерия рассчитывается функция распределения 2-D дисперсии признаков образов вида

$$diag\ K = diag\ K_C \otimes diag\ K_R\ ,$$

где $\otimes$ - знак прямого произведения матриц; $diag\left[\tilde{K}_c\right]$ и $diag\left[\tilde{K}_R\right]$ - элементы главных диагоналей ковариационных матриц соответственно столбцов и строк матрицы коэффициентов преобразования Хартли размером $N \times N$, которые являются дисперсиями коэффициентов ДПХ. Для линейных систем ковариационные матрицы в области изображений рассчитываются с помощью преобразования подобия оригиналов, т.е.

$$\left[\tilde{K}_C\right] = \nu(k,n) \quad K_C \quad \nu(k,n)^T \text{ и } \left[\tilde{K}_R\right] = \nu(k,n) \quad K_R \quad \nu(k,n)^T ,$$

где K_c и K_R - ковариационные матрицы столбцов и строк изображений образов.

Пример. В качестве исходных данных моделирования были выбраны бинарные изображения размером 8×8 двух десятичных символов (цифры **2** и **7**). Совместная функция распределения 2-D дисперсии образов вычисляется по формуле

$$diag\left[\tilde{K}\right]^* = diag\left[\tilde{K}\right]_2 + diag\left[\tilde{K}\right]_7 .$$

После лексикографического преобразования диагональных элементов матрицы $diag\left[\tilde{K}\right]^*$ размером 64×64 по столбцам, получим матрицу распределения 2-D дисперсий $\mathbf{D}^*$.

$$D^* = \begin{bmatrix}
42.26 & 31.22 & 2.18 & 2.34 & 2.18 & 0.74 & 6.49 & 2.34 \\
1.62 & 0.81 & 0.07 & 0.08 & 0.07 & 0.02 & 0.16 & 0.08 \\
2.17 & 1.64 & 0.11 & 0.12 & 0.11 & 0.04 & 0.34 & 0.12 \\
2.90 & 2.31 & 0.16 & 0.17 & 0.16 & 0.05 & 0.48 & 0.17 \\
2.17 & 1.64 & 0.11 & 0.12 & 0.11 & 0.04 & 0.34 & 0.12 \\
1.62 & 0.81 & 0.07 & 0.08 & 0.07 & 0.02 & 0.16 & 0.08 \\
2.78 & 1.07 & 0.11 & 0.12 & 0.11 & 0.03 & 0.20 & 0.12 \\
3.76 & 1.49 & 0.15 & 0.17 & 0.15 & 0.04 & 0.28 & 0.17
\end{bmatrix}.$$

Из структуры матрицы видно, что практически вся энергия коэффициентов ДПХ распределяется в области низких пространственных частот. В качестве признаков образов можно выбрать только 16 первых коэффициентов с наибольшими дисперсиями. Очевидно, что пространство признаков вещественного ДПХ обладает существенным преимуществом по сравнению с комплексным ДПФ.

Список использованных источников

1. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Гонсалес Р. Вудс Р. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.