КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.385

КОРРЕКЦИЯ УРАВНЕНИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОЛЫХ ВОЛНОВОДОВ

А.А. КУРАЕВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 12 октября 2013

Традиционные уравнения возбуждения основаны на представлении возбуждаемого сторонними источниками поля в виде суммы собственных волн *TE* и *TM* полого волновода, поперечные составляющие которых образуют полную систему в классе поперечных векторов сечения указанного волновода. Однако в области источников (продольный штырь, электронный поток) волновод оказывается не полым и в этой области существует потенциальное поперечное электрическое поле. Поперечное электрическое поле дополняет базис *TE* и *TM* волн, что не учитывается в традиционных уравнениях возбуждения. В статье проведена необходимая коррекция уравнений возбуждения в области источников.

Ключевые слова: уравнения возбуждения, область источников, поперечное электрическое поле, коррекция уравнений.

Введение

Широко используемые в задачах электроники СВЧ традиционные уравнения возбуждения регулярных волноводов [1–4] в области источников нуждаются в определенной коррекции. Указанные уравнения основаны на представлении возбуждаемого поля в виде сумм *TE* и *TM* волн полого волновода, поперечные составляющие которых образуют полную систему в классе поперечных векторов сечения полого волновода. Однако в области источников (продольный штырь, электронный поток) волновод имеет не односвязную область поперечного сечения, а двусвязную или многосвязную, что предполагает существование потенциального поперечного *T*-поля. Таким образом, базис *TE* и *TM* полей оказывается неполным, необходим учет *T*-волны. Поскольку ее постоянная распространения $\Gamma_T = k = \omega/c$ не равна любой Γ_ν^E или Γ_ν^H *TM* и *TE* волн ($\Gamma_\nu^{E,H} = \sqrt{k^2 - \left(\varkappa_\nu^{E,H}\right)^2}$), она ортогональна всем *TE* и *TM* полям полого волновода [1–4]. Иначе говоря, она не может быть представлена в базисе *TM* и *TE* волн полого волновода и требует отдельного расчета. Причем, при выделении квазистатического поля $(\omega = 0)$ она определяет главную часть электрического поля источников – двумерное поперечное поле ($\Gamma_T = \omega/c = 0$). Последнее особенно важно в теории СВЧ-приборов О- и М- типов, гирорезонансных приборов и других устройств.

В настоящей статье проведена необходимая коррекция уравнений возбуждения полых волноводов, в которых учтено поперечное электрическое поле источников в области их действия в волноводе.

Регулярный волновод

Поставим задачу возбуждения регулярного волновода сторонними электрическими источниками следующим образом. Необходимо решить систему уравнений Максвелла

$$
\left.
\begin{aligned}
&\operatorname{rot}\vec{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\delta}_{ñò}, \\
&\operatorname{rot}\vec{E} = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\
&\operatorname{div}\varepsilon_a \vec{E} = \rho_{ñò}, \operatorname{div}\mu_a \vec{H} = 0
\end{aligned}
\right\} \qquad (1)
$$

при граничном условии на стенке волновода

$$
\left[\vec{n}\vec{E}\right]\Big|_S = 0. \qquad (2)
$$

Здесь $\vec{E}, \vec{H}$ – соответственно электрическая и магнитная напряженности электромагнитного поля в волноводе; ε_a, μ_a – диэлектрическая и магнитная проницаемость заполнения волновода; $\vec{\delta}_{ст}$ и $\rho_{ст}$ – соответственно вектор плотности тока и объемный заряд электрических сторонних источников в волноводе; $\vec{n}$ – нормаль к стенке волновода.

Условие (2) соответствует идеально проводящим стенкам; обобщение на случай потерь не представляет трудностей [4]. Для решения поставленной задачи (1), (2) представим искомое поле $\vec{E}$ в виде двух составляющих:

$$
\vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}'', \qquad (3)
$$

причем, $\operatorname{rot}\vec{E}'' = 0$. Тогда задача (1) разделяется на две:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\operatorname{rot}\vec{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} + \vec{\delta}'_{ст}, \\
&\operatorname{rot}\vec{E}' = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},
\end{aligned}
\right\} \qquad (4)
$$

$$
\operatorname{div}\varepsilon_a \vec{E}'' = \rho_{ст} / \varepsilon_a - \operatorname{div}\vec{E}', \text{ или } \nabla^2\Phi = -\rho' / \varepsilon_a, \quad \vec{E}'' = -\operatorname{grad}\Phi, \qquad (5)
$$

здесь $\vec{\delta}'_{ст} = \vec{\delta}_{ст} + \varepsilon_a \dfrac{\partial \vec{E}''}{\partial t} = \vec{\delta}_{ст} - \varepsilon_a \dfrac{\partial}{\partial t}\operatorname{grad}\Phi$, $\rho' / \varepsilon_a = \rho / \varepsilon_a - \operatorname{div}\vec{E}'$.

Положим далее, что процесс возбуждения волновода – стационарный, т.е. источники поля являются периодическими во времени. Тогда искомые поля $\vec{E}, \vec{H}$ можно представить в виде ряда Фурье по гармоническим составляющим

$$
E' = \operatorname{Re}\sum_{n=0}^{\infty} \vec{E}^n e^{jn\omega t}, \vec{H} = \operatorname{Re}\sum_{n=0}^{\infty} \vec{H}^n e^{jn\omega t}. \qquad (6)
$$

Решения для $\vec{E}^n$ и $\vec{H}^n$ запишем, используя результаты [4], заменяя в решении, полученном в [4], $\vec{\delta}_{ст}$ на $\vec{\delta}'_{ст}$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\vec{E}^n = (\dot{C}_S^n \dot{\vec{E}}_S^n + \dot{C}_{-S}^n \dot{\vec{E}}_{-S}^n) - \frac{(\vec{\delta}'_z)^n}{jn\omega\varepsilon_a}, \\
&\vec{H}^n = (\dot{C}_S^n \dot{\vec{H}}_S^n + \dot{C}_{-S}^n \dot{\vec{H}}_{-S})
\end{aligned}
\right\} \qquad (7)
$$

Здесь $\dot{\vec{E}}_{\pm S}^n$, $\dot{\vec{H}}_{\pm S}^n$ – поля попутных (+*S*) и встречных (-*S*) собственных волн волновода (вне источников) на частоте $n\omega$, $(\vec{\delta}'_z)^n$ – гармоника *z*-составляющей плотности тока $\vec{\delta}_z$ на частоте $n\omega$:

$$
\frac{d\dot{C}_{\pm S}^n}{dz} = \frac{1}{\pi N_S^n} \int_0^{2\pi} \int_{S\perp} \vec{\delta}' \vec{E}_{\mp S}^n dS_\perp e^{-jn\omega t} d\omega t, \qquad (8)
$$

где $N_S^n = \int\limits_{S\perp} \left(\left[\vec{E}^n_{\mp S}, \vec{H}^n_{-S} \right] - \left[\vec{E}^n_{-S}, \vec{H}^n_{\mp S} \right] \right) dS_\perp$ – норма *S*-й волны на *n*ω; $(\vec{\delta}'_z)^n = \vec{\delta}^n_z - jn\omega\varepsilon_a \dfrac{\partial \Phi^n}{\partial z}$.

Теперь обратимся к решению (5). Представим соответственно (6) в виде:

$$\dot{\Phi} = \mathrm{Re} \sum \Phi^n e^{jn\omega t}. \qquad (9)$$

Тогда получаем для Φ^n; используя (7), (8):

$$\nabla^2 \Phi^n = -(\rho')^n / \varepsilon_a = -\rho^n / \varepsilon_a + \mathrm{div}\, \vec{E}^n = -\rho^n / \varepsilon_a + \sum_S \left(\frac{d\dot{C}^n_S}{dz} \dot{E}^n_{zS} + \frac{d\dot{C}^n_{-S}}{dz} \dot{E}^n_{z-S} \right) - \frac{\partial \delta^n_z}{\partial z} / jn\omega\varepsilon_a + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2},$$

или

$$\nabla^2_\perp \Phi^n = -\rho^n / \varepsilon_a + \sum_S \left(\frac{d\dot{C}^n_S}{dz} \dot{E}^n_{zS} + \frac{d\dot{C}^n_{-S}}{dz} \dot{E}^n_{z-S} \right) - \frac{\partial \delta^n_z}{\partial z} / jn\omega\varepsilon_a. \qquad (10)$$

Из (10) вытекает, что $(\vec{E}'')^n = -\mathrm{grad}\, \Phi^n$, т.е. – это составляющая электрического поля, которая отсутствует в уравнениях возбуждения [1–4].

Заметим также, что в соответствии с теорией главы 6 из [5] компоненты собственных полей регулярного волновода $\vec{E}^n_S$ и $\vec{E}^n_{-S}$, $\vec{H}^n_S$ и $\vec{H}^n_{-S}$ имеют вид: $\vec{E}^n_S = \vec{E}^n_{St}(\vec{r}_\perp) e^{-jh^n_S z}$, $\vec{H}^n_S = \vec{H}^n_{S0}(\vec{r}_\perp) e^{-jh^n_S z}$, $\vec{E}^n_{-S} = \vec{E}^n_{-S0}(\vec{r}_\perp) e^{jh^n_S z}$, $\vec{H}^n_{-S} = \vec{H}^n_{-S0}(\vec{r}_\perp) e^{jh^n_S z}$, где $h^n_S = \sqrt{\left(\dfrac{n\omega}{c}\right)^2 - \chi^2_S}$ – постоянная распространения *S*-го типа волн на частоте $n\omega$, $\vec{r}_\perp$ – поперечные к *z* координаты, *c* – скорость света в пустоте, χ_S – собственное значение для *S*-го типа волны. Причем, для *E*-типов волн имеет место соотношение:

$$\vec{E}^n_{-S0t}(\vec{r}_\perp) = -\vec{E}^n_{-S0t}(\vec{r}_\perp), \vec{E}^n_{-S0z}(\vec{r}_\perp) = \vec{E}^n_{S0z}(\vec{r}_\perp), \ \vec{H}^n_{-S0t}(\vec{r}_\perp) = \vec{H}^n_{S0t}(\vec{r}_\perp), \qquad (11)$$

а для *H*-типов волн выполняется:

$$\vec{H}^n_{-S0t}(\vec{r}_\perp) = -\vec{H}^n_{S0t}(\vec{r}_\perp), \ \vec{H}^n_{-S0z}(\vec{r}_\perp) = \vec{H}^n_{S0z}(\vec{r}_\perp), \ \vec{E}^n_{-S0t}(\vec{r}_\perp) = -E^n_{-S0t}(\vec{r}_\perp). \qquad (12)$$

Здесь индекс *t* означает поперечную составляющую вектора. С учетом (8), (11), (12) нетрудно установить, что

$$\frac{d\dot{C}^n_S}{dz} \dot{E}^n_{zS} + \frac{d\dot{C}^n_{-S}}{dz} \dot{E}^n_{-zS} = \frac{1}{N^n_S} \frac{2}{\pi} \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_{S\perp} \vec{\delta}' \vec{E}^n_{S0t} dS_\perp e^{-jn\omega t} d\omega t \cdot E_{S0z}(\vec{r}_\perp),$$

$$\mathrm{div}\left(\dot{C}^n_S \vec{H}^n_S + \dot{C}^n_{-S} \vec{H}^n_{-S} \right) = \frac{d\dot{C}^n_S}{dz} H^n_{zS} + \frac{d\dot{C}^n_{-S}}{dz} H^n_{-zS} = 0.$$

Нерегулярный волновод

Теория возбуждения нерегулярных волноводов электрическими сторонними источниками развита в корректной форме (в указанном выше смысле, т. е. с учетом дополнительной *T*-волны) в статье [6] и монографии [7]. Однако ρ' в уравнениях (6) из [6] и (5), (6) из [7] требует расшифровки. Под ρ', как это записано выше в пояснении к уравнению (5), следует понимать следующее: $\rho' = \rho - \varepsilon_a \,\mathrm{div}\, \vec{E}'_1$.

Заключение

Проведена необходимая коррекция традиционных уравнений возбуждения полых волноводов сторонним электрическим током: учтено потенциальное электрическое поле в области источников, возникающее за счет изменения структуры волновода в этой области. Соответствующая коррекция уравнений возбуждения по предложенной схеме может быть выполнена и в случае двойственной «магнитной задачи», когда возбуждение осуществляется сторонним магнитным током.

CORRECTION OF THE EXCITATION EQUATIONS FOR HOLLOW WAVEGUIDES

A.A. KURAYEV

Abstract

The traditional excitation equations are based at the representation of excitating by extraneous sources field in form the sum of own waves *TE* (*H*) and *TM* (*E*) of the hollow waveguide, which transverses components form the complete basis in class of transverses vectors of section this waveguide. However in the sources area (longitudinal sonde, electron beam) the waveguide is not hollow and in this area exist potential transverse electric field. The transverse electric field expand the bases of *E* and *H* waves. This is not taken into account in the traditional excitation equations. In this paper the necessary correction of the excitation equations in sources area is performed.

Список литературы

1. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.,1957.
2. *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.,1973.
3. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М., 1988.
4. *Кураев А.А.* Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками. Минск, 1971.
5. *Кураев А.А., Попкова Т.Л., Синицын А.К.* Электродинамика и распространение радиоволн. Минск, 2004.
6. *Кураев А.А.* // Изв. АН БССР, сер. ФТН. 1979. № 1. С. 121–127
7. *Кураев А.А.* Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. М., 1986.