

# КРИТЕРИЙ СЕРИЙ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ И СГЛАЖИВАНИИ

Д. А. Гринюк, И. Г. Сухорукова, И. О. Орбей

Кафедра автоматизации производственных процессов и электротехники, Белорусский государственный технологический университет  
Минск, Республика Беларусь  
E-mail: hryniuk@tut.by

*Произведена оценка возможностей использования критерия серий для адаптивной фильтрации. Выполнено моделирование работы измерительных каналов в широком диапазоне частот и в условиях помех с различными распределениями случайной величины: нормальным, равномерным, экспоненциальным и т.д. Проводилась оценка влияния условий на основные показатели критерия: количество серий, математическое ожидание, дисперсия, полный и упрощенный коэффициенты стационарности. На основании полученных результатов сделаны выводы о возможности использования основных параметров критерия серий для адаптивной фильтрации*

## ВВЕДЕНИЕ

Динамика временных рядов в цифровой фильтрации может быть обнаружена критерием серий или критерием Вальда – Вольфовица (ВВ) [1]. Данный критерий относится к непараметрическим и широко используется в биологических, физических, социальных и экономических исследованиях. В работе [2] были проведены исследования использования ВВ с целью оптимизации его работы, а в [3] выполнена апробация на промышленном логическом контроллере.

### I. УСЛОВИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В метрологической практике при анализе работы измерительных приборов используют ограниченный ряд стандартных аппроксимирующих функций распределения [4]: нормальную, равномерную, треугольную, арксинусоидальную, экспоненциальную и Рэлея. Математическое моделирование производилось в MatLAB. При постановке математического эксперимента случайные данные выбранных распределений генерировались таким образом, чтобы их мощности на фиксированном периоде времени отличались не более чем на 1%. Помехи смешивались с гармоническим сигналом (ГС) с частотами от 0 до 0,03 Гц и пропусались через фильтры. Соотношение между амплитудой полезного сигнала и величиной дисперсии помехи не ниже 10 по нормальному распределению. В качестве фильтров анализировался фильтр бегущего среднего и медианной выборкой [1] с длиной от 3 до 7 и цифровые фильтры 1–3 порядков, фильтр Баттерворта. Производилась оценка влияния эффекта квантования сигнала по уровню на параметры критерия серий. Количество серий  $N$  варьировалось от 8 до 64. Для всех вариантов определялась величина количества серий  $r$ , математическое ожидание  $\mu$ , дисперсия  $\sigma$  и оценки стационарности  $\gamma_1, \gamma_2$ :

$$\mu = 1 + \frac{N^+ N^-}{2}; \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{2N^+ N^- (2N^+ N^- - N)}{N^2 (N - 1)}; \quad (2)$$

$$\gamma_1 = \exp\left(-\frac{(r - \mu)^2}{K\sigma}\right); \quad (3)$$

$$\gamma_2 = \frac{r}{\mu}, \quad (4)$$

где  $N^+, N^-$  – количество положительных и отрицательных разниц до и после фильтра;  $K$  – коэффициент сжатия-растяжения вероятности статистической независимости.

### II. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для медианного (МФ), бегущего среднего (БС), фильтров первого (ФНЧ1) и третьего (ФНЧ3) порядков в отсутствие ГС и на малых частотах, при минимальных параметрах фильтров (MinTune) имеются отклонения от нормального распределения больше, чем при максимальных (MaxTune). Графики построены функцией распределения плотности вероятностей (РПВ) строились методом непараметрического сглаживания `ksdensity`. В целом, чем больше сдвиг фаз фильтра, тем больше форма распределения случайных данных соответствует идеальному колоколу Гаусса. Наличие у помехи (как, например, при экспоненциальном распределении) ненулевого математического ожидания влияет и на  $\mu$  серий. Кривая для МФ, работа которого основана на случайном механизме, наиболее приближена к кривой нормального распределения и  $\mu$  к половине длины серии. Такой эффект происходит и при увеличении параметров фильтров.

При повышении частоты математическое ожидание серий уменьшается. На некоторой частоте, значение которой зависит от соотношения между дисперсией помехи и амплитудой полезного сигнала,  $\mu$  приближается к нулю и колокол Гаусса «разрушается». Первоначально уход от гауссовского распределения происходит у цифровых фильтров по причине проявления фазовых

сдвигов. При этом равномерное распределение, трапецидальное и арктангенсуальное, которые имеют большую плотность в области больших отклонений, дольше сохраняют нормальное распределение.

При снижении  $r$  до 48, графики РПВ деформируются подобно кривым для ФНЧЗ. При длине  $r$  в провалы опускаются до нуля. Это хорошо согласуется с положением, что при моделировании случайных процессов рекомендуется выбирать длину выборки не менее 100. Поэтому алгоритм использования критерия серий, работа которого исходит из нормального распределения серий, должен иметь длину наблюдения 64 и выше.

Изменения параметров серий для различной динамики, типов фильтров и их настроек можно видеть на рис. 1. Кривая  $s$  на графике приведена без масштаба для визуального сравнения с остальными параметрами.

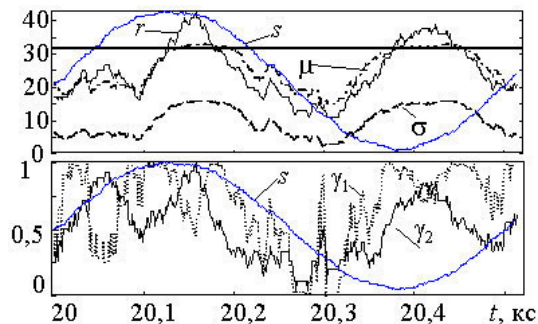


Рис. 1 – Изменение показателей критерия серий при слабой динамике  $s$  для БС

График показывают, что в той или иной степени  $r$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  могут выступать в качестве параметра оценки динамики тренда для адаптации. Установить же аналитическую зависимость между ними и динамикой сигнала проблематично. В то же время можно рекомендовать использование интервальной адаптации для ступенчатой перенастройки фильтров. Влияние коэффициента сжатия-растяжения вероятности статистической независимости на  $\gamma_1$  отражено на рис. 2. Выбор значения  $K$  зависит от структуры адаптации и той гипотезы (стационарный процесс или нестационарный), которая в данный момент интересует.

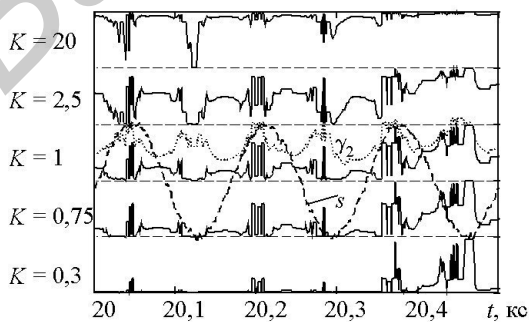


Рис. 2 – Влияние  $K$  на  $\gamma_1$

Увеличение  $K$  склоняет  $\gamma_1$  в сторону гипотезы стационарности, а уменьшение — нестационарности. Путем изменения  $K$  можно реализовать триггерную структуру с зоной нечувствительности для уменьшения влияния от шума  $\gamma_1$ .

Для трендов  $r$  на среднем значении частот для ФНЧ, где параметр колеблется в широком диапазоне, выполнено разложение в ряд Фурье. Основная гармоника больше по амплитуде остальных, однако вторая и последующие имеют сравнимое с ней значение, что говорит о нелинейности преобразования. В целом тренд  $r$  для ФНЧ при некоторых частотах напоминает модуль гармонического сигнала.

При прохождении через квантователь по уровню критерия стационарности  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  сдвигается в сторону 1 со снижением амплитуды вариации, его зависимость от динамики уменьшается. Тренд  $r$  смещается в сторону половины длины серий, снижает амплитуду и меньше реагирует на характеристику шума. Тренды  $\mu$  или  $\sigma$  также очищаются от шума, но увеличивают амплитуду, становятся более подобны на модуль гармонического сигнала. Случайные процессы с экспоненциальным распределением ввиду больших отклонений менее подвержены влиянию квантования.

### III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Критерий серий показал слабую зависимость от распространенных распределений шумов в радиоэлектронике. Ненулевое математическое ожидание шума оказывает воздействие на параметры распределения серий. Ввиду подверженности основных показателей серий влиянию шума адаптацию лучше строить на основании триггерных схем, которые были предложены выше. В условиях работы с малым количеством разрядов АЦП на диапазоне шума лучше использовать  $\mu$  или  $\sigma$  для адаптации фильтров.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян, С. А. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. - М.: Финансы и статистика, 1983. -471 с.
2. Гринюк, Д. А. Эффективность работы адаптации фильтра на критерии серий / Д. А. Гринюк, И. О. Оробей, И. Г. Сухорукова // Труды БГТУ. Физ.-мат. науки и информатика. - 2011. - № 6. - С. 107-111.
3. Гринюк, Д. А. Адаптация критерия серий к применению в управлении технологическими процессами / Д. А. Гринюк, И. О. Оробей, И. Г. Сухорукова // Труды БГТУ. Физ.-мат. науки и информ. - 2014. - № 6. - С. 92-95.
4. Басов, В. Г. Информационно-измерительные системы. Основы проектирования. В 3 ч. Ч. 2. -Минск: БГУИР, 2007. - 78 с.