

СИНТЕЗ ФИЛЬТРА НИЖНИХ ЧАСТОТ ПО ТЕЙЛОРУ И ЧЕБЫШЕВУ

А. П. Курулёв

Кафедра теоретических основ электротехники, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Минск, Республика Беларусь

E-mail: alexparakuru@yahoo.com

Приводится сравнительный анализ синтеза фильтра нижних частот (ФНЧ) с аппроксимацией его амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) по Тейлору и Чебышеву.

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании электрических фильтров целесообразно использовать методы расчёта их рабочих параметров с применением теории синтеза, которая позволяет реализовать заданную характеристику при минимальном числе элементов. Чаще всего заданной характеристикой фильтра является его амплитудно-частотная характеристика. Идеальная нормированная амплитудно-частотная характеристика фильтра нижних частот в полосе пропускания равна единице, но такую характеристику невозможно реализовать. Поэтому её аппроксимируют реализуемыми рациональными функциями

полиномиального типа, у которых нули и полюсы затухания находятся на бесконечно большой частоте. Ниже рассмотрены аппроксимации по Тейлору и по Чебышеву.

1. СИНТЕЗ ФНЧ ПО ТЕЙЛОРУ

При включении ФНЧ с граничной частотой полосы пропускания $\omega_{\text{гп}} = 10^6 \text{ с}^{-1}$ между идеальным источником электродвижущей силы и активным сопротивлением нагрузки $R_H = 500 \text{ Ом}$, и значением его АЧХ $|K(j\omega)|$ на частоте $\omega = 2\omega_{\text{гп}}$ – не более 10% от номинального, а на границе полосы пропускания $|K(j\omega)| = 0,707$ (рис. 2), передаточная функция фильтра по Тейлору (при $\Omega = \omega/\omega_{\text{гп}}$) – плоская и гладкая:

$$|K(j\omega)|^2 = 1 / (1 + a_n \Omega^{2n}).$$

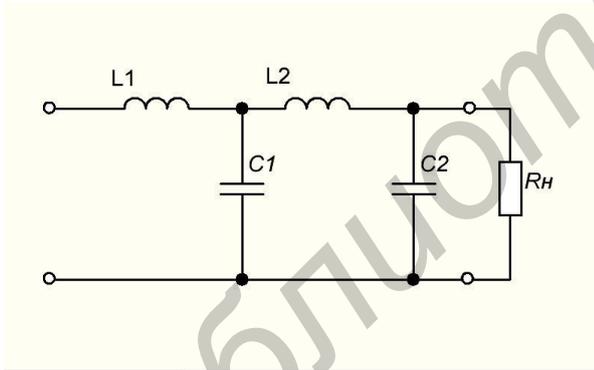


Рис. 1 – Схема ФНЧ по Тейлору

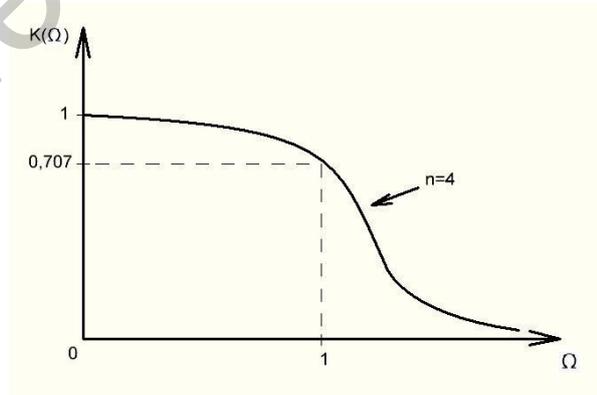


Рис. 2 – АЧХ ФНЧ по Тейлору

При замене $j\Omega = p$ в знаменателе передаточной функции – полиномом Баттерворда четвертой степени, и с условием синтеза

$$K(p) = 1 / (p^4 + 2,6p^3 + 3,4p^2 + 2,6p + 1).$$

$$Y_{\text{ФНЧ}} = \frac{2,4p^2 + 1}{4p^3 + 3,6p} = \frac{1}{1,67 + \frac{1}{1,2p + \frac{1}{1,93p}}}.$$

Этой дроби соответствует схема ФНЧ на рисунке 1. Нормированные значения – элементам схемы: $C_{2H} = 0,38; L_{2H} = 1,1; C_{1H} = 1,6; L_{1H} = 1,5; R_H = 1$. Реальные значения рассчитыва-

ются по формулам: $R = R_H \cdot R_0, L = L_H \cdot R_0 / \omega_{\text{гп}}, C = C_H / R_0 \omega_{\text{гп}}, R_0 = 500 \text{ Ом}, \omega_{\text{гп}} = 10^6 \text{ с}^{-1}$.

II. СИНТЕЗ ФНЧ ПО ЧЕБЫШЕВУ

При аппроксимации АЧХ ФНЧ по Чебышеву $|K(j\omega)|^2 = 1/[1 + \epsilon^2 P_n^2(\Omega)]$, где ϵ – коэффициент, определяющий неравномерность АЧХ в полосе пропускания (рис. 4 при $n = 4$); P_n – полином Чебышева степени n от нормированной частоты $\Omega = \omega/\omega_{гр}$.

$$K(p) = 1/[4(p+0,3)(p^2+0,3p+0,8)] = 1/(4p^3+2,4p^2+3,6p+1).$$

Деление четной части знаменателя полинома на его нечетную часть дает параметр $Y_{ФНЧ}$ синтезируемого фильтра:

$$Y_{ФНЧ} = \frac{2,4p^2+1}{4p^3+3,6p} = \frac{1}{1,67 + \frac{1}{1,2p + \frac{1}{1,93p}}},$$

а схема ФНЧ согласно этой дроби приведена на рисунке 4.

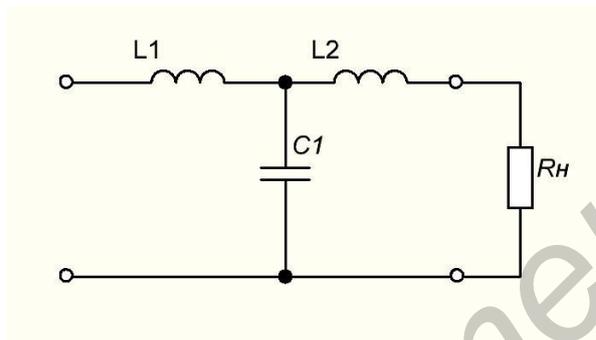


Рис. 3 – Схема ФНЧ по Чебышеву

Нормированные значения элементов ФНЧ на рисунке 4: $L_1 = 1,93$; $C_1 = 1,2$; $L_2 = 1,67$; $R_H = 1$.

Выводы

1. Схемная реализация одинаковых АЧХ ФНЧ при аппроксимации по Чебышеву содержит меньшее число элементов (рис. 3), чем фильтр при аппроксимации по Тейлору (рис. 1).

При замене $j\Omega = p$ передаточная функция ФНЧ

$$K(p) = 1/[\epsilon \cdot 2^{n-1} (p-p_1)(p-p_2) \times \dots \times (p-p_n)].$$

Согласно условия синтеза полюсы $K(p)$: $p_1 = -0,3$; $p_{2,3} = -0,15 \pm j0,87$. Тогда

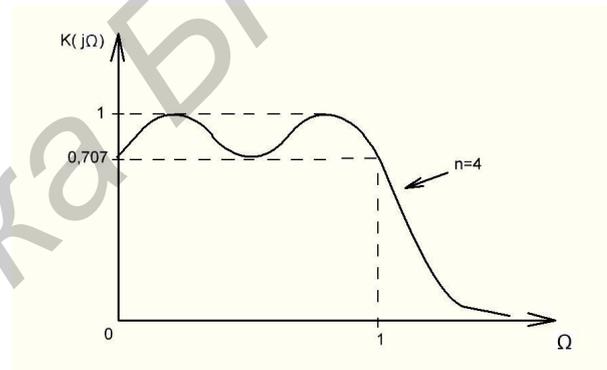


Рис. 4 – АЧХ ФНЧ по Чебышеву

2. АЧХ ФНЧ в полосе пропускания с аппроксимацией по Чебышеву менее линейна (рис. 4), чем с аппроксимацией по Тейлору (рис. 2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матханов П. Н. Основы синтеза линейных электрических цепей. – М., 1976 г.
2. Теоретические основы электротехники. В 3 т. Т. 2 / К. С. Демирчян и др. – СПб., 2006.