БЕЗВОЗРАСТНЫЕ ОБЪЕКТЫ КАК ПАРАДОКС ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Седун А. Н.

Мацкевич И. Ю. – ст. преподаватель

Безвозрастные объекты рассматриваются как логический парадокс теории вероятностей. Под такими объектами понимают объекты, вероятность существования которых в течение определенного интервала времени не зависит от времени, которое объекты уже просуществовали.

Важную роль в развитии современной математики сыграли логические парадоксы, под которыми понимают не суждения, расходящиеся с общепринятыми, а разного рода отклонения от истины, т.е. противоречия.

Определенный интерес представляют так называемые *парадоксы теории вероятностей*, настолько противоречащими здравому смыслу, что поверить в них трудно даже после доказательства их правильности. Для примера подробнее остановимся на *парадоксе смертности*, суть которого в следующем. Согласно таблице смертности Э. Галлея, положившей начало математической теории страхования жизни, средняя продолжительность жизни человека равна 26 годам, и вместе с тем с равными шансами можно умереть до 8 лет и прожить больше 8 лет. Объяснение этого парадокса является довольно простым, так как если человек дожил до 8 лет, то он может прожить еще несколько десятилетий, значит, средняя продолжительность жизни намного больше 8 лет. Если же среди тысячи человек найдется некто, доживший до глубокой старости, это увеличит среднюю продолжительность жизни, но вероятная продолжительность жизни этих людей, т.е. возраст, до которого они доживают с вероятностью 50%, существенно не изменится.

Пусть $F(x)$ – функция распределения продолжительности жизни, определяемая как вероятность того, что продолжительность жизни случайно взятого человека меньше, чем x единиц времени, имеет плотность $f(x)$. Тогда средняя продолжительность жизни (математическое ожидание) вычисляется по формуле $M=\int\limits_0^{+\infty} x f(x)dx$.

Но вероятная продолжительность жизни m (медиана) определяется из уравнения $F(m)=\frac{1}{2}$, что означает вымирание половины населения за m лет. Очевидно, что M и m принимают разные значения. Отметим одно из парадоксальных явлений – существование в природе и обществе так называемых *безвозрастных объектов*. Будем считать объект безвозрастным, если вероятность существования объекта в течение определенного временного интервала не зависит от времени, которое объект уже существовал. Например, безвозрастны радиоактивные атомы. В таком случае математическая теория смертности может быть расширена, если рассматривать как смерть, например, распад атомов, амортизацию промышленных изделий и др.

Пусть средняя продолжительность существования безвозрастного объекта равна T. Тогда вероятность того, что она не прекратит своего существования за следующий период времени $x>0$, равна $e^{-\frac{x}{T}}$. Свойство безвозрастности радиоактивных частиц вытекает из того факта, что их скорость распада пропорциональна числу нераспавшихся частиц. Коэффициент пропорциональности λ называется постоянной распада. Если в момент времени $t=0$ было N_0 нераспавшихся частиц и с учетом того, что скорость распада атомов постоянная, то в момент времени x число нераспавшихся частиц составляет $N(x)=N_0e^{-\lambda x}$. Это означает, что вероятность выживания до момента x равна $e^{-\lambda x}$ при $x>0$ и равна 0 при $x\le 0$. Следовательно, радиоактивные частицы действительно безвозрастны, и их средняя продолжительность существования равна $T=\frac{1}{\lambda}$, т.е. продолжительность существования радиоактивных частиц описывается показательным распределением с параметром λ, плотность вероятности $\lambda e^{-\lambda x}$. Период полураспада безвозрастных объектов есть корень уравнения $e^{-\lambda x}=\frac{1}{2}$, т.е. $x=\frac{\ln 2}{\lambda}$. Вероятность распада ровно k частиц за время t равна $\frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$. Это означает, что число распавшихся частиц есть случайная величина, распределенная по закону Пуассона, и математическое ожидание этого распределения равно λ.

В заключении отметим тот факт, что помимо безвозрастных объектов существуют также объекты, которые со временем становятся «моложе»

Список использованных источников:

1. Беляев, Ю.К. Математические методы в теории надежности / Ю.К. Беляев, Б.В. Гнеденко, А.Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
2. Секей, Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике / Г. Секей. – М.: Мир, 1990. – 240 с.