

УДК 621.391.14

МАЖОРИТАРНОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОДОВ ПРИ МЯГКОМ ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЯ НА ВЫХОДЕ ДИСКРЕТНОГО КАНАЛА СВЯЗИ

Е.Г. МАКЕЙЧИК, А.И. КОРОЛЁВ, В.К. КОНОПЕЛЬКО

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 22 октября 2016

Предложен метод мажоритарного декодирования циклических кодов, корректирующих независимые (случайные) ошибки при квантовании на восемь уровней выходных сигналов демодулятора ФМ-2. Обоснованы количество уровней и равномерный шаг квантования выходных сигналов дискретного канала связи. Выполнено моделирование корректирующей способности алгоритма мягкого (квантованного) мажоритарного декодера циклического кода в канале связи с вероятностью канальной ошибки $P = 10^{-2} - 10^{-4}$. Установлено, что алгоритм мягкого (квантованного) мажоритарного декодера циклического кода Хэмминга с параметрами (7;3;4) обеспечивает дополнительное увеличение энергетического выигрыша кодирования порядка 0,3-0,7 дБ по сравнению с алгоритмом жесткого (неквантованного) мажоритарного декодирования.

Ключевые слова: дискретный канал связи, циклический код, мажоритарный декодер, алгоритм, кратность ошибок.

Введение

Известно [1-4], что алгоритм мажоритарного декодирования циклических кодов обеспечивает коррекцию ошибок кратности $t_{\text{исп}} \leq \frac{\mu}{2} + 1$ двоичных символов (битов) (μ – количество проверочных уравнений при жестком (неквантованном) принятии решения на выходе дискретного канала связи (ДКС) и при наличии в канале связи АБГШ (аддитивного белого гауссового шума). Достоинством мажоритарного алгоритма декодирования при жестком принятии решения на выходе дискретного канала связи является минимальная сложность реализации декодирующего устройства. Однако, в соответствии с [1-4] использование при декодировании помехоустойчивых кодов двоичных символов жесткого (квантованного на 2 уровня) принятия решения на выходе дискретного канала связи приводит к уменьшению энергетического выигрыша кодирования (ЭВК) на 2 дБ или к увеличению вероятности ошибочного декодирования в 1,8 раза по сравнению с использованием мягкого (квантованного) принятия решения на выходе дискретного канала связи. Следовательно использование при мажоритарном декодировании квантованных решений на выходе ДКС позволит обеспечить увеличение корректирующей способности циклических кодов.

На практике наибольшее применение получил способ квантования выходных сигналов демодулятора ДКС на $Q = 8$ уровней. Выполним оценку корректирующей способности алгоритма мажоритарного декодирования циклических кодов при равномерном шаге квантования выходных сигналов демодулятора ДКС на восемь ($Q = 8$) уровней.

Метод мажоритарного декодирования циклических кодов при квантовании выходных сигналов демодулятора ДКС на восемь уровней

При оценке эффективности алгоритма мажоритарного декодирования циклических кодов (ЦК) принимается, что в канале связи присутствует АБГШ и квантование огибающей выходных сигналов демодулятора ФМ-2 осуществляется на 8 уровней ($Q_2 = 8$) с равным шагом квантования [3, 4].

На рис. 1 приведены диаграммы представления выходных сигналов демодулятора ФМ-2 при квантовании на восемь уровней, а также соответствующие уровням весовые оценки декодируемых кодовых символов [1, 2].

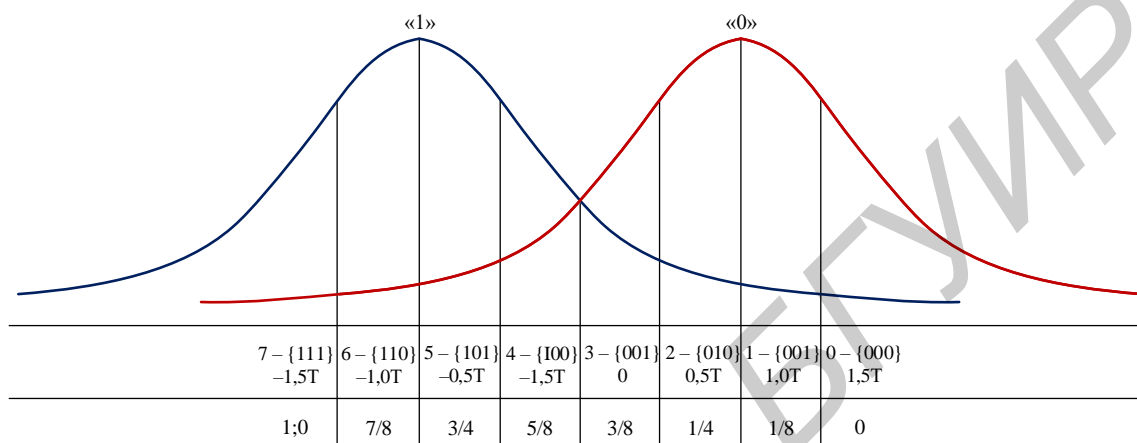


Рис. 1. Диаграммы, поясняющие принцип квантования огибающих сигналов демодулятора ФМ-2 на восемь уровней и их весовые оценки

Так как число уровней квантования восемь (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7), то каждый детектированный сигнал демодулятора ФМ-2 представляется $N = \log_2 8 = 3$ двоичными символами (битами): 0 – {000}, 1 – {001}, 2 – {010}, 3 – {011}, 4 – {100}, 5 – {101}, 6 – {110}, 7 – {111}. Фигурные скобки означают квантованное (мягкое или нежесткое) значение амплитуды огибающей сигнала демодулятора ФМ-2 [1-3].

На рис. 2 представлена обобщенная структурная схема мажоритарного декодера ЦК с нежестким принятием решения на выходе демодулятора ДКС с ФМ-2.

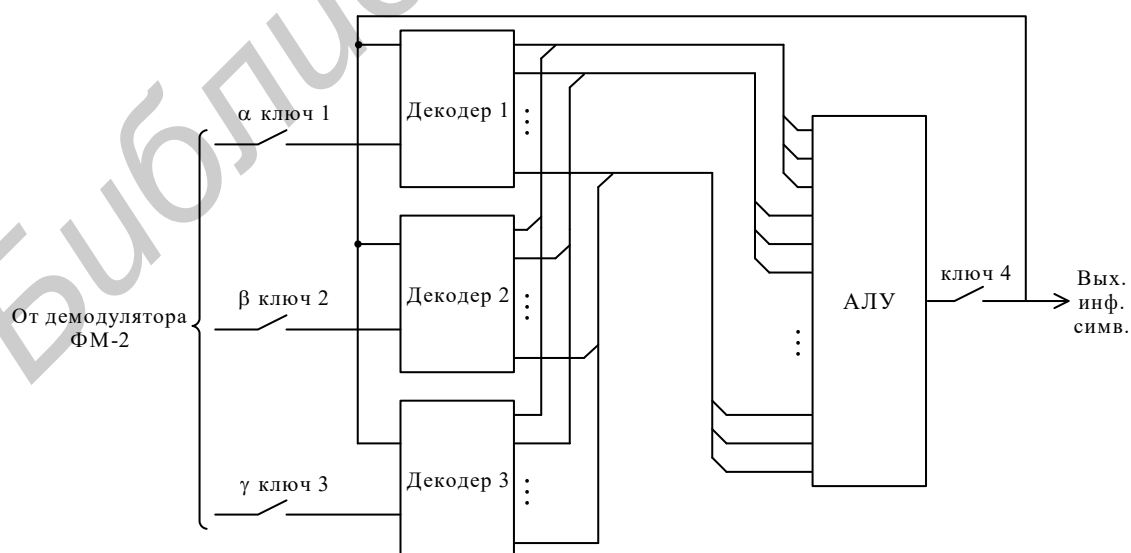


Рис. 2. Обобщенная структурная схема мажоритарного декодера ЦК при квантовании выходных сигналов демодулятора ФМ-2 на восемь уровней: АЛУ – арифметически-логическое устройство;

{ α ; β ; γ } – квантованные значения кодовых символов

Старший разряд (α) квантованного детектированного сигнала демодулятора ФМ-2 ДКС определяет полярность (знак) принятых кодовых символов, а два других разряда ($\beta; \gamma$) характеризуют надежность принятия кодовых символов. Каждый уровень квантованного ФМ-сигнала демодулятора характеризуется весом надежности приема кодового символа. Максимальные веса надежности имеют нулевой и седьмой уровни квантования, т.е. $0 - \{000\}$ и $7 - \{111\}$, которые характеризуют прием с высокой надежностью соответственно нулевых и ненулевых кодовых символов принятой кодовой последовательности. Таким образом, уровни квантования имеют следующие веса надежности: $0 - \{000\}$ – надежного нулевого двоичного символа; $3 - \{011\}$ – ненадежного нулевого двоичного символа (вес -1); $4 - \{100\}$ – ненадежного ненулевого двоичного символа (вес $+1$), а остальные значения уровней квантования определяют надежность приема соответственно нулевых и ненулевых двоичных символов выше, чем уровни 3 и 4.

Квантованные кодовые символы $\{\alpha; \beta; \gamma\}$ с выхода демодулятора ФМ-2 поступают через ключи управления (ключ 1-3) на входы соответствующих мажоритарных декодеров (декодер 1-3) (рис. 2) или на входы соответствующих каналов мажоритарного декодирования. Первый (верхний) декодер формирует систему отдельных проверочных уравнений на основе использования двоичных символов α квантованных значений ФМ-сигналов, а два других декодера формируют системы отдельных проверочных уравнений на основе использования двоичных символов $\beta; \gamma$ и соответственно характеризуют надежность принятия кодовых символов. Результаты решения проверочных уравнений мажоритарного декодера ЦК представляются трехразрядным кодовым словом и поступают на соответствующие входы арифметическо-логического устройства (АЛУ), который принимает решение о знаке (полярности) декодируемого кодового символа. Решение АЛУ принимается на основе сравнения арифметической суммы s_{ap} весовых оценок сформированных проверочных уравнений с выбранным порогом (Π_{ap}) АЛУ, который определяется также с учетом алгоритма квантованного декодирования кодовых символов ЦК и представляется в десятичной (цифровой) форме записи. АЛУ формирует полярность декодируемых информационных символов принятой кодовой последовательности по следующему правилу: если $s_{ap} \geq \Pi_{ap}$, то на выходе АЛУ формируется ненулевой информационный символ, т.е. «1» если же $s_{ap} < \Pi_{ap}$, то формируется нулевой информационный символ, т.е. «0».

Выбор величины порога при мягком (квантованном) принятии решения на выходе демодулятора ДКС выполняется по следующему правилу: если для коррекции $t_{исп}$ ошибочных информационных символов при мажоритарном алгоритме декодирования и жестком (неквантованном) принятии решения на выходе демодулятора ДКС необходимо сформировать [1, 2]

$$\mu_{ж} \geq 2 \cdot t_{исп} + 1 \quad (1)$$

проверочных уравнений, а порог принятия решения выбирается по правилу

$$\Pi_{ж} \geq \frac{\mu}{2} + 1, \quad (2)$$

то при мягком принятии решения количество проверочных уравнений $\mu_{нж}$ должно также рассматриваться в плане мягкого решения и в этом случае количество проверочных уравнений

$\mu_{нж} = (Q - 1) \cdot \mu_{ж}$, где Q – количество уровней квантования. Величина $\frac{(\mu_{нж} - 1)}{2}$, представленная в десятичной форме записи, выбирается в качестве нежесткого порога [3, 4]:

$$\Pi_{нж} = \Pi_{ap} \geq \frac{\mu_{нж} - 1(2)}{2} = \frac{(Q - 1) \cdot d_0 - 1(2)}{2}. \quad (3)$$

Таким образом, если арифметическая сумма $s_{ар}$ сформированных проверочных уравнений в их весовой оценке превысит величину порога принятия решения $\Pi_{нж} = \Pi_{ар}$, то на выход мажоритарного декодера с выхода АЛУ через открытый ключ 4 и закрытые ключи 1-3 поступит информационный символ с уровнем логической единицы, т.е. «1», а в противном случае выдается информационный символ с уровнем логического нуля, т.е. «0». Сформированные информационные символы с выхода АЛУ поступают также по цепи обратной связи на входы декодеров 1-3 для формирования в весовой оценке проверочных уравнений для принятия решения по полярности последующих информационных символов.

Корректирующая способность мажоритарного декодера ЦК при мягком (квантованном) принятии решения на выходе демодулятора ДКС составит $t_{нж} \leq \frac{\mu_{нж} - 1}{2}$ ошибочных двоичных символов в их весовой оценке квантованных значений.

Рассмотрим работу мажоритарного декодера ЦК с параметрами $(n; k; d_0) = (7; 3; 4)$, $p(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ и проверочными уравнениями вида

$$\Pi = a_1 = \hat{a}_1, \Pi_1 = a_2 \oplus a_4, \Pi_2 = a_5 \oplus a_6 \text{ и } \Pi_3 = a_3 \oplus a_7,$$

где \oplus – знак суммирования двоичных символов по модулю два [1-3].

Принимаем, что при числе уровней квантования $Q = 8$ в канал связи поступила кодовая последовательность, состоящая из нулевых двоичных символов, т.е. $F(x) = b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 b_6 b_7 = 0000000$, $b_1 b_2 b_3$ – информационные символы, и $b_4 - b_7$ – проверочные символы. В канале связи под воздействием шумов был искажен старший информационный символ, т.е. $b_1 = 1$, и кодовая последовательность имеет вид $F'(x) = 1000000$.

Определяем величину порога принятия решения о полярности декодируемого информационного символа при мягком (квантованном) принятии решения на выходе демодулятора ФМ-2 ДКС, используя выражение (3):

$$\Pi_{нж} = \Pi_{ар} = \frac{(Q-1) \cdot d_0 - 1(2)}{2} = \frac{(8-1) \cdot 4 - 2}{2} \geq 13. \quad (4)$$

После окончания процедуры квантования огибающей выходных сигналов ФМ-2 были сформированы следующие весовые оценки символов кодовой последовательности $F'(x)$: $b_1 \rightarrow \{011\}$, $b_2 \rightarrow \{010\}$, $b_3 \rightarrow \{010\}$, $b_4 \rightarrow \{110\}$, $b_5 \rightarrow \{101\}$, $b_6 \rightarrow \{100\}$, и $b_7 \rightarrow \{011\}$. По окончании седьмого такта записи квантованных значений кодовых символов последовательности $F'(x)$ будет определен результат решения проверочных уравнений, т.е. сформирована весовая оценка достоверности первого информационного символа. Арифметическая сумма весовых оценок проверочных уравнений декодируемого информационного символа будет равна $s_{ар} = \{011\} \oplus (\{010\} \oplus \{110\}) \oplus (\{101\} \oplus \{100\}) \oplus (\{001\} \oplus \{011\}) = 3 + 4 + 1 + 2 = 10$, что меньше установленного в АЛУ порога. АЛУ сформирует информационный символ с уровнем логического нуля, т.е. ошибочный информационный символ будет скорректирован. Аналогичным способом будут декодированы последующие информационные символы.

В таблице приведены значения средней вероятности ошибочного декодирования мажоритарного декодера ЦК с параметрами $(7; 3; 4)$ и энергетический выигрыш декодирования (ЭВК) в канале связи с квантованием выходных сигналов демодулятора ФМ-2 на восемь уровней.

Результаты сравнительного анализа эффективности алгоритмов мягкого и жесткого мажоритарного декодирования циклических кодов

| Параметры циклического кода | Исходная вероятность ошибок P_k в канале связи | | | | |
|--|--|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | $5 \cdot 10^{-2}$ | 10^{-2} | $5 \cdot 10^{-3}$ | 10^{-3} | $5 \cdot 10^{-4}$ |
| (7;3;4) | $8 \cdot 10^{-3}$ | 10^{-3} | $4,3 \cdot 10^{-4}$ | $5,7 \cdot 10^{-5}$ | $7,4 \cdot 10^{-6}$ |
| ЭВК мягкое мажоритарное декодирование | 1,43 | 1,76 | 2,05 | 2,38 | 2,57 |
| ЭВК жесткое мажоритарное декодирование | 1,12 | 1,43 | 1,65 | 1,83 | 1,87 |

Заключение

Из результатов моделирования работы мажоритарного декодера ЦК следует, что использование мягкого (квантованного) алгоритма мажоритарного декодирования ЦК обеспечивает дополнительное увеличение энергетического выигрыша кодирования на 0,3-0,7 дБ (при $P_k = 5 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-4}$) по отношению к ЭВК при жестком принятии решения на выходе демодулятора ФМ-2.

**MAJORITY DECODING OF CYCLIC CODES WITH A SOFT DECISION OUTPUT
DIGITAL COMMUNICATION CHANNEL**

E.G. MAKEICHIK, A.I. KOROLEV, V.K. KANAPELKA

Abstract

A method for majority decoding cyclic codes correcting independent (random) error in the quantization of eight output levels demodulator FM-2 is presented. A reasonable number of levels and a uniform quantization step output of the discrete channel signals are justified. The modeling algorithm correcting ability of soft (quantized) majority decoder cyclic code in the communication channel with the channel error $P = 10^{-2} - 10^{-4}$ is given. It is established that the algorithm of soft (quantized) majority decoder cyclic Hamming code with parameters (7;3;4) provides additional magnification power of winning the encoding order of 0,3-0,7 dB compared with the algorithm of the hard (unquantized) majority decoding.

Keywords: discrete communication channel, cyclic code, majority decoder, algorithm, error multiplicity.

Список литературы

1. Витерби А., Омура Дж. Принципы цифровой связи и кодирования. Минск, 1982.
2. Кларк Дж. мл., Кейн Дж. Кодирование с использованием ошибок в системах цифровой связи. Минск, 1987.
3. Портной С.Л. // Тр. НИИР. 1981. №4. С. 44-54.
4. Королев А.И. Модифицированные алгоритмы порогового декодирования сверточных кодов. Минск, 1997.