Литература

1. Sahni S., Gonzalez T. *P-complete approximation problems* // JACM, 1976. Vol. 23, no. 3. P. 555–565.

2. Durbin R., Willshaw D. *An analogue approach to the travelling salesman problem using an elastic net method* // Nature, 1987. Vol. 326. P. 689–691.

3. Durbin R., Szeliski R. and Yuille A. *An Analysis of the Elastic Net Approach to the Traveling Salesman Problem* // Neural Computation, 1989. Vol. 1. P. 348–358.

4. Cochrane E. M. and Beasley J. E. *The co-adaptive neural network approach to the Euclidean Travelling Salesman Problem* // Neural Networks, 2003. Vol. 16. P. 1499–1525.

5. Russell S. *Artificial Intelligence: A modern approach*, Russell, S. Norvig, P. – Egnlewood Cliffs: Prentice-Hall, 1995. P. 1125.

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД ПОИСКА РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ОСНОВЕ ЭЛАСТИЧНОЙ СЕТИ

О. В. Кот, М. П. Ревотюк (Минск, Беларусь)

В последние годы интерес к использованию метаэвристик для решения комбинаторных задач значительно возрос, так как даже при современном уровне развития компьютерных технологий точные методы пока не показывают приемлемых результатов для больших постановок [1]. Метод эластичной сети (МЭС) в настоящее время обобщен как поиск апостериорного максимума модели Гауссовой смеси [2]. В работе представлены результаты проверки гипотезы о возможной комбинации МЭС и методов локального поиска. В виде модельной рассмотрена задача коммивояжера с рядом дополнительных логических ограничений, а также дополнительных условий и фильтров (запрет перемещения из города в город, требование последовательного соединения нескольких альтернативных подмножеств городов и т.д.).

В основе МЭС лежит задание функции энергии E и ее частных производных $\partial E/\partial Y_j$, где Y_j – координаты нейронов эластичной сети. По сути, здесь мы имеем дело с системой из N нелинейных дифференциальных уравнений относительно Y_j. Заметим, что функция энергии E может быть отнесена к распределению вероятности аналогично распределению Больцмана в статистической смеси, а именно [3]:

$$L\left(\{Y_j\}, K\right) = \frac{\exp\left(-E/\alpha K\right)}{(2\pi)^N K^{2N} M^N} = \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{M} \left\{ \sum_{j=1}^{M} \frac{\mathrm{e}^{-|X_i - Y_j|^2/2K^2}}{2\pi K^2} \right\} \prod_{j=1}^{M} \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{\alpha K}|Y_j - Y_{j+1}|^2}.$$

Тогда минимизация функции энергии E по отношению Y_j должна соответствовать максимизации L по отношению Y_j. Здесь важно подчеркнуть, что указанное распределение плотности вероятностей – также есть функция экспоненциально изменяющегося параметра K.

Популяции допустимых решений синтезировались на некоторых итерациях согласно вероятностям $P(Y_j|X_i) \sim e^{-|X_i - Y_j|^2/2K^2} / \sum_k e^{-|X_i - Y_k|^2/2K^2}$. Для поиска оптимального решения к каждому решению применен метод имитации отжига, а также метод восхождения на вершину, улучшающие текущее решение.

В упорядоченном (по возрастанию стоимостей) множестве улучшенных решений $\{A_n\}_{n=1}^{m}$ его первый элемент A_1 принимался как искомое решение поставленной задачи. Проведенные нами расчеты при $N = 50$ достоверно подтвердили правомочность выдвинутой гипотезы о возможном синтезе МЭС и методов пост-оптимизации для решении задачи коммивояжера с ограничениями, что нашло подтверждение в получении лучших решений, чем в случае пост-оптимизации конечных решений МЭС.

Литература

1. Baghel, M., Agrawal, S., and Silakari, S. *Survey of metaheuristic algorithms for combinatorial optimization* // International Journal of Computer Applications, 2012. Vol. 58, no. 19. P. 21–31.

2. Carreira-Perpinan, M. A., Dayan, P., and Goodhill, G. J. *Differential priors for elastic nets.* In: Int. Conf. on Intelligent Data Engineering and Automated Learning, Berlin, 2005. P. 335–342.

3. Durbin, R., Szeliski, R., and Yuille, A. *An analysis of the elastic net approach to the traveling salesman problem* // Neural Computation, 1989. Vol. 1, no. 3. P. 348–358.

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОМ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

В. Н. Лаптинский (Могилёв, Беларусь)

Изучается система уравнений

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0, \tag{2}$$

с граничными условиями

$$u_x|_{y=0} = 0, \quad u_y|_{y=0} = 0; \quad u_x|_{y=\delta(x)} = U(x). \tag{3}$$

Задача (1)–(3) представляет собой задачу Прандтля для динамического ламинарного пограничного слоя конечной толщины $\delta(x)$ в случае стационарного плоского несжимаемого течения жидкости (см., например, [1, с. 127, 194]).

В работе, являющейся продолжением [2–4], на основе применения подхода [2] получены точные формулы для вычисления функции $\delta(x)$ и касательного напряжения $\tau_0(x)$.

Введем следующие обозначения:

$$\varphi = \int_0^1 f(s)(1 - sf(s))ds - \tfrac{1}{2}\left(\int_0^1 f(s)ds\right)^2, \ \psi = \tfrac{1}{2}\left(\int_0^1 f(s)ds\right)^2 - \int_0^1 (1-s)f(s)ds,$$

$$a = \tfrac{1}{2}\left(\int_0^1 f(s)ds\right)^2 - 2\int_0^1 (1-s)f^2(s)ds + \tfrac{1}{2}, \ b = \int_0^1 f(s)(1-2sf(s))ds - \tfrac{1}{2}\left(\int_0^1 f(s)ds\right)^2 + \tfrac{1}{2},$$

где $f(s)$ – редуцированная форма вспомогательной функции $f(x, y)$, получаемой на основе разработанного алгоритма.

С помощью [2] получим

$$\delta^2(x) = \frac{2\nu}{\varphi}\,(U(x))^{-k} \int_0^x (U(s))^{k-1}\, ds, \tag{4}$$

$$\tau_0(x) = \frac{\mu U(x)}{\delta(x)}\left(1 + \frac{\psi}{\varphi}\right) + \rho U(x) U'(x) \delta(x) \left(a - \frac{\psi b}{\varphi}\right), \tag{5}$$

где $k = 2b/\varphi$, $U'(x) = dU(x)/dx$.

При решении соответствующих прикладных задач гидродинамики, теплофизики в (4), (5) могут быть использованы приближенные соотношения для $f(s)$, в частности, известные соотношения для закона распределения скорости [1, с. 197].

В случае $U = const$ из (4), (5) следуют соответствующие формулы, приведенные в [2].

Литература

1. Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя.* М.: Наука, 1974.

2. Лаптинский В. Н. *Об одном аналитическом методе решения задачи о динамическом ламинарном пограничном слое в автомодельном случае* // Ученые записки ЦАГИ. 2013. Т. XLIV. № 5. С. 72–93.