

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ МАНИПУЛЯТОРА НА ГИБРИДНОМ ШЕСТИКООРДИНАТНОМ ЛИНЕЙНОМ ПРИВОДЕ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Нестеренко В.Н., Войтов А.Ю.

Карпович С.Е. – д-р техн. наук, профессор

Для обеспечения возрастающих требований к функциональным характеристикам назначения оборудования необходимы новые подходы и решения в разработке и создании систем перемещений с существенно повышенными характеристиками точности, динамических показателей и производительности по сравнению с применяемыми системами последовательной компоновки. Поэтому разработка принципиально новых систем перемещений, в том числе и на механизмах параллельной кинематики является актуальной научной задачей, имеющей большое практическое значение для создания современного технологического оборудования для производства изделий электронной техники.

В работе рассматривается разработанная математическая модель решения обратной задачи кинематики манипулятора на гибридном шестикоординатном линейном приводе прямого действия, который состоит из основания с тремя линейными электромагнитными направляющими, которые в свою очередь предназначены для размещения спаренных координатных модулей по два на каждый из них. Независимое управление перемещениями координатных модулей кинематически связано промежуточными звеньями с подвижной треугольной платформой. Структурно-кинематическая схема манипулятора приведена на рис. 1. Линейные перемещения подвижных модулей $s_i (i=1,2,\dots,6)$, как задаваемые функции положения ведущих звеньев исполнительного механизма рассматриваемого манипулятора преобразуются в шесть независимых между собой координатных функций положения подвижного исполнительного элемента, треугольной платформы ABC , включая три линейных $x_{o_i}, y_{o_i}, z_{o_i}$ и три угловых φ, θ, ψ [1].

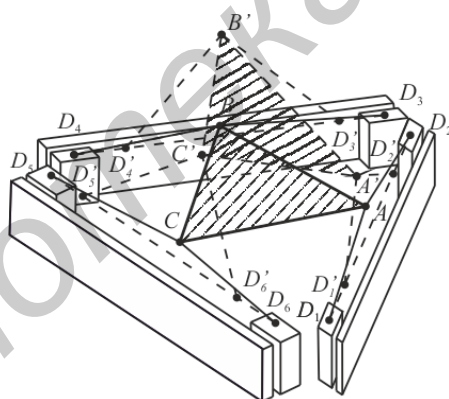


Рис. 1 - Структурно-кинематическая схема манипулятора

Обратная задача кинематики рассматриваемого манипулятора, представляющего собой исполнительный механизм параллельной кинематики с шестью степенями свободы на гибридном треугольном линейном приводе, заключается в нахождении обобщенных линейных координат $s_i (i=1,2,\dots,6)$ подвижных сегментов привода, обеспечивающих требуемое положение $x_{o_i}, y_{o_i}, z_{o_i}$ и ориентацию φ, θ, ψ исполнительной платформы в соответствии с задаваемой позиционной матрицей четвертого порядка рассчитываемой по исходным линейным и угловым данным позиционирования её в трехмерном пространстве. Укрупнённая блок-схема структуры решения обратной задачи кинематики представлена на рис. 2.



Рис. 2- Укрупнённая структурная блок-схема решения обратной задачи кинематики

При разработке математической модели решения обратной задачи кинематики учитывалась особенность функционирования рассматриваемого манипулятора, заключающаяся в сохранении исходной конфигурационной сборки во всём диапазоне линейных перемещений. В качестве расчётной модели была использована модель ранее выполненного нами решения прямой задачи кинематики[2].

При выводе расчётных зависимостей будем использовать следующий выбор систем координат: $S_0(x_0, y_0, z_0)$ – неподвижная система координат, жёстко связанная с направляющими привода, $S_1(x_1, y_1, z_1)$ – подвижная система координат, жёстко связанная с подвижной исполнительной платформой ABC манипулятора.

Пусть задаваемая матрица M_{01} , связи систем координат S_1 и S_0 , отображающая положение и ориентацию исполнительной платформы ABC имеет вид:

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos\varphi \cos\theta & -\sin\varphi \cos\psi + \cos\varphi \sin\theta \sin\psi & \sin\varphi \sin\psi + \cos\varphi \sin\theta \cos\psi & x_{o_1} \\ \sin\varphi \cos\theta & \cos\varphi \cos\psi + \sin\varphi \sin\theta \sin\psi & -\cos\varphi \sin\psi + \sin\varphi \sin\theta \cos\psi & y_{o_1} \\ -\sin\theta & \cos\theta \sin\psi & \cos\theta \cos\psi & z_{o_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

С учётом матрицы M_{01} все базовые координаты точек платформы ABC могут быть пересчитаны в систему координат S_0 по формуле:

$$R^{T_i} = M_{01} R_1^{T_i}, \quad (2)$$

где $R_1^{T_i}$ – матрица-столбец координат точки T_i в собственной системе координат S_1 ; R^{T_i} – матрица-столбец координат точки T_i в системе координат S_0 .

С учётом (1) и (2), после получения R_1^A , окончательно получим аналитическую пересчётную систему уравнений для точки A:

$$\begin{cases} x_A = \frac{a}{2} \cos\varphi \cos\theta + \frac{1}{2\sqrt{3}} a (\sin\varphi \cos\psi - \cos\varphi \sin\theta \sin\psi) + x_{o_1} \\ y_A = \frac{a}{2} \sin\varphi \cos\theta - \frac{1}{2\sqrt{3}} a (\cos\varphi \cos\psi + \sin\varphi \sin\theta \sin\psi) + y_{o_1} \\ z_A = -\frac{a}{2} \sin\theta - \frac{1}{2\sqrt{3}} a \cos\theta \sin\psi + z_{o_1} \end{cases} \quad (3)$$

Аналогично точке A были получены аналитические пересчётные системы координат для точек B и C.

Для формирования аналитического описания условия замкнутости исполнительной подвижной платформы кинематической цепи воспользуемся методом условного размыкания [3]. Выполним условное размыкание в сферических шарнирах $D_i (i=1, 2, \dots, 6)$. Так при размыкании в шарнирах D_1 и D_2 , связанных через подвижные звенья AD_1 и AD_2 с подвижной точкой A получим возможные движения разомкнутых «половин» в сферическом виде с центром в точке A для звеньев AD_1 и AD_2 и соответственно BD_3 и BD_4 , CD_5 и CD_6 .

После некоторых преобразований были получены вещественные решения для точек D_1 и D_2 :

$$\begin{cases} x_{D_1} = \frac{-N_1 + \sqrt{N_1^2 - M_1 P_1}}{M_1}; y_{D_1} = k_1 x_{D_1} + b_1; \\ x_{D_2} = \frac{-N_1 - \sqrt{N_1^2 - M_1 P_1}}{M_1}; y_{D_2} = k_1 x_{D_2} + b_1, \end{cases} \quad (4)$$

где $M_1 = k_1^2 + 1$, $N_1 = c_1 k_1 - x_A$, $P_1 = x_A^2 + c_1^2 + z_A^2 - l^2$, $k_1 = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M}$, $b_1 = y_M - k_1 x_M$, $c_1 = b_1 - y_A$.

Аналогично могут быть получены вещественные решения для точек D_3 , D_4 , D_5 и D_6 . В реальных расчётах кроме основной процедуры, расчёта обобщённых координат положения подвижных сегментов привода по заданному положению и ориентации платформы, обобщённые координаты должны удовлетворять дополнительным условиям, связанным с конструктивными ограничениями, в расположении точек D_i на направляющих MN , NP , PM в виде: $x_0 \leq x_k \leq x_k$; $y_0 \leq y_k \leq y_k$.

Таким образом, предложенный в работе метод решения обратной задачи кинематики манипулятора с шестью степенями свободы на соответствующем шестикоординатном линейном шаговом приводе позволил получить аналитические сегментированные уравнения и алгоритмы для каждой параллельной кинематической цепи, позволяющие получить решения искомых координат в явном виде.

Список использованных источников:

1. Системы многокоординатных перемещений и исполнительные механизмы для прецизионного технологического оборудования / В.В. Жарский [и др.] ; под ред. д-ра техн. наук, проф. С.Е. Карповича. – Минск : Бестпринт, 2013. – 208 с.
2. Математическая модель решения прямой задачи кинематики манипулятора на гибридном линейном приводе / А.Ю. Войтов, И.В. Дайняк / 52-я науч. конф. аспирантов, магистрантов и студентов: материалы конф., Минск, 25-30 апр. 2016 г. / БГУИР – Минск, 2016. - С.110-111.
3. Прикладные задачи по высшей математике: Аналитическая геометрия : учеб.-метод. пособие / С.Е. Карпович [и др.]. – Минск : БГУИР, 2013. – 64 с.