

УДК 629.7+531.383

## ОЦЕНКА НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА В УСЛОВИЯХ МНОГОРЕЖИМНОСТИ

А.С. БЕНКАФО, А.А. ЛОБАТЫЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 12 марта 2014*

На основе теории систем случайной структуры рассматривается задача комплексирования инерциальной навигационной системы и спутниковой навигационной системы с идентификацией режимов работы и оптимальной оценкой выходных сигналов измерителей.

*Ключевые слова:* навигационная система, режим, фильтр, идентификация.

### Постановка задачи

Все более широкое распространение получают компактные навигационные системы, предназначенные для определения относительного положения объекта в пространстве и его ориентации. Такие системы называются комплексами ориентации и навигации (КОН) и устанавливаются на подвижных объектах (ПО), к которым относят летательные аппараты, корабли, автомобили и т.п.

Основой КОН являются высокоточные инерциальные навигационные системы (ИНС), обычно бесплатформенного типа (БИНС) и спутниковые навигационные системы (СНС). При этом БИНС и СНС работают одновременно, дополняя друг друга. Принцип работы БИНС основан на вычислении линейного и углового положения объекта путем интегрирования преобразованных в нужную систему координат линейных и угловых ускорений ПО, которые измеряются установленными на борту ПО акселерометрами и гироскопами.

В основе работы СНС лежит использование информации, полученной от специальных навигационных искусственных спутников Земли (НИСЗ), составляющих одну из глобальных навигационных систем. В настоящее время такие системы в различной степени развития имеют США, Россия, Европейский союз, Китай. Наиболее совершенными из них являются американская система GPS (Global Positioning System) и российская ГЛОНАСС (Глобальная навигационная спутниковая система).

Принципы функционирования систем GPS и ГЛОНАСС схожи. Эти системы являются среднеорбитальными дальномерно-доплеровскими системами пассивного типа. Пассивный способ организации системы, когда пользователи не посылают сигналов на наблюдаемые спутники, позволяет обслуживать неограниченное число потребителей навигационной информации. Вычисление координат в такой системе осуществляется на основе измеренных дальностей до спутников и радиальных скоростей по измерениям доплеровских сдвигов несущих частот, которые используются для вычисления как скоростей, так и координат потребителей. Заметим, что существующий уровень развития СНС не позволяет использовать их как отдельное (единственное) средство навигации применительно к получившим широкое распространение беспилотным летательным аппаратам (БЛА) [1].

При полной автономности и не подверженности внешним помехам основным недостатком ИНС является неограниченный во времени рост ошибок навигационных параметров. В противоположность ИНС ошибки СНС не имеют тенденции к росту, но в то же время СНС (GPS и ГЛОНАСС) подвержены помехам и нестабильностью работы,

обусловленными ошибками средств наземного комплекса навигации, влиянием атмосферы на прохождение радиосигналов, неточностью задания начальных условий движения НИСЗ. Кроме того, надежность СНС определяется штатной работой спутников, которая характеризуется принимаемыми с НИСЗ параметрами, от которых зависит исправность его отдельных подсистем. Так как такая информация закладывается на НИСЗ с наземных пунктов не чаще одного раза в 12 часов, то необходимо получать оперативную информацию о состоянии НИСЗ, что, как правило, проблематично [2].

В этих условиях представляется целесообразным иметь алгоритмы, позволяющие обеспечить работу системы управления ПО в нештатных режимах при нестабильной работе СНС. Следовательно, для обеспечения требуемой эффективности применения ПО необходимо комплексирование ИНС и СНС.

### Принципы комплексирования ИНС и СНС

ИНС и СНС хорошо дополняют друг друга благодаря различной природе и различным принципам формирования навигационного алгоритмического обеспечения. Их совместное использование позволяет, с одной стороны, ограничить рост погрешностей ИНС и, с другой стороны, снизить шумовую составляющую ошибок СНС, повысить темп выдачи информации бортовым потребителям ПО, существенно поднять уровень помехозащищенности.

Существуют различные схемы комплексирования ИНС и СНС: отдельная, слабосвязанная, жестко связанная, глубоко интегрированная [1, 2]. В отдельной схеме комплексирования ИНС и СНС работают независимо друг от друга. При этом по данным СНС периодически проводится перезапуск алгоритма ИНС с новыми начальными условиями по координатам и скорости, данные от которых поступают от СНС. Все остальные схемы комплексирования основаны на использовании так называемого интегрального фильтра Калмана, который получает информацию о координатах и скорости от ИНС и СНС, вычисляет их оценки (производит фильтрацию сигналов), компенсируя при этом ошибки как ИНС, так и СНС [3]. Обобщенная схема комплексирования ИНС и СНС представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема комплексирования ИНС и СНС

Изменение режимов работы системы ИНС-СНС (переключение) происходит в случайные моменты времени. В то же время каждый из возможных режимов (выход из строя НИСЗ или шумовая помеха) может быть априорно описан соответствующей математической моделью. В таком случае обработка принятых сигналов и извлечение из них полезной информации должна производиться с учетом статистических характеристик самих сигналов, сопровождающих их помех и законов подключения каналов к источникам информации. Необходимо иметь алгоритмы оптимальной обработки, обеспечивающие реализацию потенциальных возможностей выделения полезной информации, решая связанные между собой две задачи: определять режим работы системы и выделять полезную информацию. Следовательно, в системе комплексирования ИНС-СНС необходимо кроме фильтра, выделяющего полезную информацию из всей совокупности входных сигналов, иметь идентификатор, с помощью которого определяется тип (номер) режима, в котором работает

система. Так как структура и параметры фильтра существенно зависят от режима работы системы, то работой фильтра должен управлять идентификатор. В то же время идентификатор должен использовать информацию с выхода фильтра, так как его работа (идентификация режима) основана на различии в характере выделяемой информации.

На рис. 2 представлена схема математической модели последовательного изменения режимов ИНС-СНС.

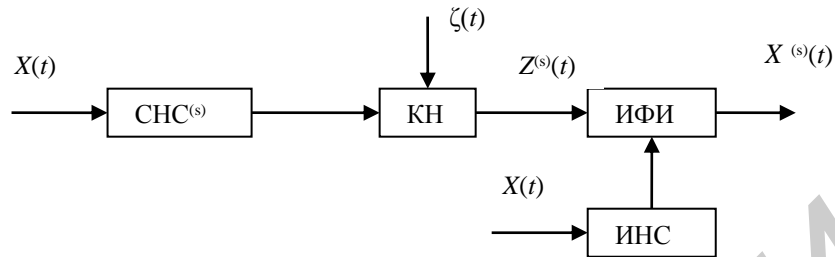


Рис. 2. Схема изменения режимов ИНС-СНС

На рис. 2 обозначено: КН – канал наблюдения, ИФИ – интегральный фильтр-идентификатор,  $\zeta(t)$  – шумы наземных систем СНС,  $s$  – номер режима работы системы.

Каждый из  $s$ -х режимов работы системы ИНС-СНС характеризуется совокупностью процессов, составляющих вектор входной информации  $X^{(s)}(t)$ . При этом режимы работы системы могут изменяться последовательно случайным образом. На вход фильтра поступает информация с канала наблюдения. Если принять канал наблюдения нелинейным, безынерционным, то уравнение для наблюдаемого процесса имеет вид

$$Z^{(s)}(t) = C^{(s)}(X^{(s)}, t) + \zeta(t), \quad (s = \overline{1, ns}), \quad (1)$$

где  $Z^{(s)}(t)$  –  $m$ -мерный вектор,  $C^{(s)}(X^{(s)}, t)$  – нелинейная векторная функция,  $\zeta(t)$  –  $m$ -мерный белый гауссовый шум с матрицей интенсивностей  $Q(t)$ . При небелом шуме  $\zeta(t)$  или инерционном измерителе модель измерителя сводится к виду (1) путем расширения вектора состояния. Считая измеритель линейным, выражение (1) имеет вид

$$Z^{(s)}(t) = C^{(s)} X^{(s)}(t) + \zeta(t), \quad (s = \overline{1, ns}). \quad (2)$$

В этом случае  $C^{(s)}$  – матрица коэффициентов. В общем случае с учетом того, что случайные помехи и неопределенности ИНС могут описываться с помощью формирующих фильтров, представляющих собой результат пропускания белого шума через соответствующее динамическое звено, эволюция вектора навигационных параметров  $X(t)$  на выходе ИНС характеризуется нелинейным стохастическим векторно-матричным уравнением вида

$$\dot{X}(t) = D(t)\varphi(X, t) + W(X, t)U(t) + H(X, t)\xi(t), \quad X(t_0) = X_0, \quad (3)$$

где  $X(t)$  –  $n$ -мерный случайный вектор (матрица-столбец);  $D(t)$  – матрица порядка  $n \times n$  детерминированных параметров с компонентами  $d_{kr}$ ;  $\varphi(x, t)$  – векторная;  $W(x, t)$ ,  $H(x, t)$  – матричные нелинейные функции;  $U(t)$  –  $r$ -мерная ( $r \leq n$ ) векторная функция управления;  $\xi(t)$  –  $n$ -мерный вектор центрированного гауссова белого шума с положительно-определенной матрицей интенсивностей  $G(t)$  и матрицей корреляционных функций  $K_\xi(t, t') = G(t)\delta(t - t')$ ,  $\delta(\dots)$  – дельта-функция Дирака.

При измерении режима (структуры) может изменяться порядок уравнений системы (3), следовательно, и порядок вектора  $X^{(s)}(t)$ . Целесообразно полагать порядок вектора  $X^{(s)}(t)$  равным максимальному значению  $n$ .

Таким образом, имеем задачу оценки (фильтрации) процесса  $X(t)$  при наблюдении (измерении) вектора  $Z^{(s)}(t)$ , описываемого уравнением (1) или (2). Индекс  $s$  дискретно изменяется во времени и представляет собой реализацию дискретной случайной последовательности  $S(t)$ , которая указывает номер режима, может зависеть от номера вектора

$X^{(s)}(t)$  и характеризоваться функциями поглощения  $v_{sr}(x,t)$  и восстановления  $u_{rs}(x,t)$  реализаций процесса  $X^{(s)}(t)$ . В начальный момент  $t = t_0$  известны (заданы) законы распределения  $X^{(s)}(t_0)$  и  $S(t_0)$ .

Полной вероятностной характеристикой вектора  $[X(t), S(t)]^T$  в момент времени  $t$  при наличии измерений вектора  $Z^{(s)}(t)$  в интервале  $[t_0, t]$  является апостериорная функция плотности вероятности  $\hat{f}^{(s)}(x,t)$ , для которой справедливо обобщенное (для систем случайной структуры) уравнение Стратоновича [4]

$$\frac{\partial \hat{f}^{(s)}(x,t)}{\partial t} = -\text{div} \hat{\pi}^{(s)}(x,t) - \sum_{\substack{r=1 \\ (r \neq s)}}^{ns} [\hat{v}_{sr}(x,t) - u_{rs}(x,t)] - \\ - \frac{1}{2} \left[ \rho(x, z, t) - \sum_{k=1}^{ns} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, z, t) \hat{f}^{(k)}(x, t) dx \right] \cdot \hat{f}^{(s)}(x, t) \quad (4)$$

при начальных условиях  $\hat{f}^{(s)}(x, t_0) = f(x, t_0)$ ;  $\hat{\pi}^{(s)}(x, t)$  – вектор апостериорной плотности потока вероятности  $s$ -й структуры с компонентами по фазовым координатам, вычисляемым по формуле

$$\hat{\pi}_k^{(s)}(x, t) = A_k^{(s)} x(t) \hat{f}_k^{(s)}(x, t) - \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{ns} B_{kv}^{(s)}(x, t) \hat{f}_k^{(s)}(x, t), \quad (k = \overline{1, ns}),$$

где  $A_k^{(s)}$  и  $B_{kv}^{(s)}$  – компоненты вектора сноса и матрицы диффузии;  $\rho(x, z, t)$  – функция невязки, которая при допущении о нормальности процесса  $\zeta(t)$  в общем случае определяется выражением [4]

$$\rho(x, z, t) = \sum_{p,v=1}^m \rho_{pv}(x, z, t), \quad \rho_{pv}(x, z, t) = \frac{\bar{Q}_{p,v}(t)}{|Q(t)|} [z_p - C_p(t)x][z_p - C_p(t)x], \quad \text{где } \bar{Q}_{p,v}(t) -$$

алгебраическое дополнение элемента  $Q_{pv}(t)$  в определителе  $|Q(t)|$  матрицы  $Q(t)$  белых шумов  $\zeta(t)$  измерителя.

В выражении (4)  $v_{sr}$  – оценка интенсивности перехода реализаций процесса  $X(t)$  из области  $s$  в область  $r$  (интенсивность поглощения реализаций структуры  $s$ ),  $u_{rs}(x, t)$  – оценка интенсивности возврата реализаций процесса  $X(t)$  из области  $r$  в область  $s$  (интенсивность восстановления реализаций структуры  $s$ ). Проинтегрировав уравнение (4) по  $x$  в бесконечных пределах, получается дифференциальное уравнение для апостериорной вероятности состояния  $P_s(s = \overline{1, ns})$  ( $s$ -го режима).

При гауссовой аппроксимации функции  $\hat{f}^{(s)}(x, t)$  векторно-матричное уравнение для апостериорных математических ожиданий  $\hat{X}^{(s)}(t)$  (оценок вектора  $X(t)$ ) и апостериорных корреляционных моментов  $\hat{R}^{(s)}(t)$  получаются в соответствии с известными положениями теории вероятностей умножением уравнения (4) соответственно на  $X^{(s)}(t)$  или  $(X^{(s)}(t) - \hat{X}^{(s)}(t))^2$  и интегрированием в бесконечных пределах [4].

### Алгоритм оптимальной фильтрации и идентификации

На практике основные измерения и обработка информации в системе ИНС-СНС производятся в дискретной форме. Следовательно, математические модели процесса  $X_k = X(t_k)$  и измерителя  $Z_k = Z(t_k)$  при этом имеют вид разностных уравнений. Пусть функционирование стохастической системы ИНС-СНС описывается векторно-матричным уравнением вида

$$X_k = A_{k-1,k} X_{k-1} + L_{k-1,k} U_{k-1} + H_{k-1,k} \xi_{k-1}, \quad (5)$$

где  $X_k$  –  $n$ -мерный вектор состояния системы на  $k$ -м шаге;  $A_{k-1,k}$ ,  $L_{k-1,k}$ ,  $H_{k-1,k}$  – матрицы перехода размерности  $n \times n$ ;  $U_{k-1}$  –  $n$ -мерный вектор управления на  $(k-1)$ -м шаге;  $\zeta_{k-1}$  – вектор дискретного гауссова белого шума интенсивности  $G_\xi$ .

Измерения также производятся в дискретные моменты времени, а работа измерителя описывается уравнением:

$$Z_k^{(s)} = C_k^{(s)} X_k + K_k^{(s)} U_k + \zeta_k, \quad (6)$$

где  $Z_k^{(s)}$  –  $m$ -мерный вектор измерений на  $k$ -м шаге;  $C_k^{(l)}$ ,  $K_k^{(l)}$  – матрицы коэффициентов на  $k$ -м шаге;  $\zeta_k$  – дискретный белый шум измерений интенсивности  $G_\xi$ ,  $s = \overline{1, ns}$  – номер режима (структуры) системы,  $ns$  – число возможных структур системы.

Алгоритм оценивания фазовых координат (вектора  $X_k$ ) для линейных моделей (5)–(6) процесса и измерителя  $s$ -го режима представляет собой известные выражения для фильтра Калмана [2, 5]:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{X}_k^{(s)} &= A_{k-1,k}^{(s)} X_{k-1}^{(s)} + L_{k-1,k}^{(s)} U_{k-1}, \\ \hat{X}_k^{(s)} &= \tilde{X}_k^{(s)} + B_k^{(s)} [Z_k - C_k^{(s)} \tilde{X}_k^{(s)} - K_k^{(s)} U_k], \\ B_k^{(s)} &= \tilde{R}_k^{(s)} C_k^{(s)T} [C_k^{(s)} \tilde{R}_k^{(s)} C_k^{(s)T} + Q_k]^{-1}, \\ \tilde{R}_k^{(s)} &= A_{k-1,k}^{(s)} R_{k-1}^{(s)} A_{k-1,k}^{(s)T} + H_{k-1,k}^{(s)} G_k^{(s)} H_{k-1,k}^{(s)T}, \\ R_k^{(s)} &= (E - B_k^{(s)} C_k^{(s)}) \tilde{R}_{k-1}^{(s)}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $\tilde{X}_k^{(s)}$ ,  $\hat{X}_k^{(s)}$  – априорная и апостериорная оценки вектора состояния на  $k$ -м шаге;  $\tilde{R}_k^{(s)}$ ,  $R_k^{(s)}$  – априорная и апостериорная ковариационные матрицы ошибок оценивания;  $E$  – единичная матрица.

Для определения вероятности  $s$ -го режима в дискретной задаче удобно использовать байесовский алгоритм определения апостериорной вероятности состояния системы [5] при допущении о том, что на интервале дискретизации смена режима практически невозможна (маловероятна) и априорная вероятность на  $k$ -м шаге равна апостериорной вероятности на предыдущем шаге.

$$\hat{P}_k^{(s)} = \frac{\tilde{P}_k^{(s)} |\tilde{D}_k^{(s)}|^{-\frac{1}{2}} \exp[-\tilde{h}^{(s)}(Z_k, \tilde{X}_k^{(s)}, \tilde{R}_k^{(s)})]}{\sum_{i=1}^{nl-1} P_k^{(i)} |\tilde{D}_k^{(i)}|^{-\frac{1}{2}} \exp[-\tilde{h}^{(i)}(Z_k, \tilde{X}_k^{(i)}, R_k^{(i)})]}, \quad (8)$$

где  $\tilde{P}_k^{(s)} = \hat{P}_{k-1}^{(s)}$ ,

$$\tilde{D}_k^{(s)} = C_k^{(s)} \tilde{R}_k^{(s)} C_k^{(s)T} + Q_k^{(s)},$$

$$\tilde{h}^{(s)}(Z_k, \tilde{X}_k^{(s)}, \tilde{R}_k^{(s)}) = \frac{1}{2} (Z_k - C_k^{(s)} \tilde{X}_k^{(s)} - K_k^{(s)} U_k)^T (\tilde{D}_k^{(s)})^{-1} (Z_k - C_k^{(s)} \tilde{X}_k^{(s)} - K_k^{(s)} U_k).$$

$\tilde{P}_k^{(s)}$  и  $\hat{P}_{k-1}^{(s)}$  – априорная и апостериорная вероятности  $s$ -го режима на  $k$ -м шаге. Вероятность  $s$ -го режима определяется из условия нормировки

$$\hat{P}^{(s)} = 1 - \sum_{l=1}^{nl-1} \hat{P}^{(l)}. \quad (9)$$

Таким образом, согласно критерию Байеса проверяемая система имеет режим  $K$ , чья апостериорная вероятность превышает апостериорные вероятности остальных режимов:  $\hat{s} = K$  при  $\hat{P}^{(k)} = \max\{P_1, \dots, P_{ns}\}$ ,  $s, \hat{s} = \overline{1, ns}$ .

Решая совместно уравнения (7)–(9), можно определить, в каком режиме находится система и оценить вектор ее фазовых координат (провести фильтрацию сигналов, необходимых для определения навигационных параметров объекта).

### Пример

Пусть вычисление с помощью ИНС одной из координат ПО описывается выражением (5), а ее измерение посредством СНС описывается выражением (6). При этом возможны два режима работы СНС, смена которых происходит для ПО случайным образом. В первом режиме ( $s=1$ ) параметры системы (5), (6) следующие:  $A^{(1)} = -0,01$ ,  $L^{(1)} = -5$ ,  $U^{(1)} = 1$ ,  $G^{(1)} = 1,5$ ,  $C^{(1)} = 1$ ,  $H^{(1)} = 1$ ,  $Q^{(1)} = 0,4$ . Во втором режиме ( $s = 2$ ):  $A^{(2)} = 0,02$ ,  $L^{(2)} = -3$ ,  $U^{(2)} = 1$ ,  $G^{(2)} = 1,5$ ,  $C^{(2)} = 1$ ,  $H^{(2)} = 1$ ,  $Q^{(2)} = 0,9$ .

На рис. 3 представлены графики изменения сигналов на выходе СНС для первого режима  $Z_k^{(1)} = z1_k$  и для второго режима  $Z_k^{(2)} = z2_k$  системы ИНС-СНС. Моделирование производилось в среде Mathcad.

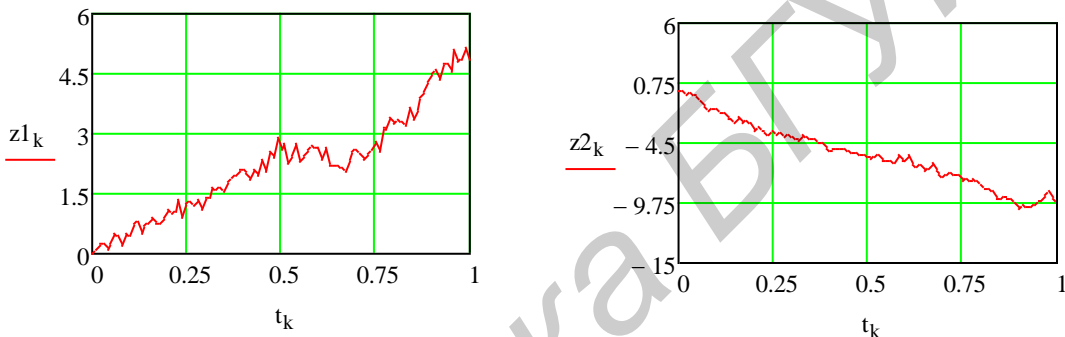


Рис. 3. Процессы  $Z_k^{(1)}$  и  $Z_k^{(2)}$  на выходе СНС

На рис. 4 приведены временные зависимости апостериорных вероятностей каждого из возможных режимов системы  $\hat{P}^{(1)} = P1_k$  и  $\hat{P}^{(2)} = P2_k$ . В алгоритме распознавания априорные вероятности структур задавались равными  $P_1 = P_2 = 0,5$ .

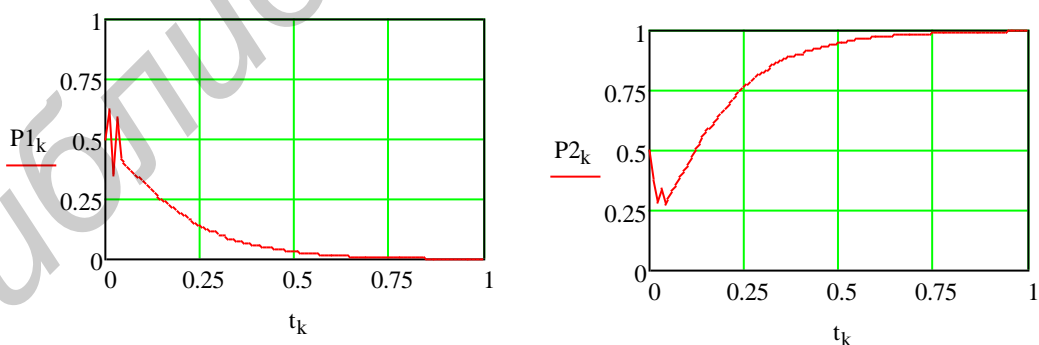


Рис. 4. Вероятности возможных режимов системы ИНС-СНС

### Выводы

Анализ результатов моделирования показал, что предлагаемые алгоритмы фильтрации и идентификации режимов позволяют с высокой степенью достоверности определить режим (структуру), в котором находится система ИНС-СНС. Время, необходимое для оценки структуры системы в данном примере составило менее одной секунды. При этом количество режимов, идентифицируемых с помощью рассматриваемого алгоритма, практически не

ограничено и зависит от адекватности математических моделей системы, находящейся в том или ином режиме работы.

Применение в комплексе ориентации и навигации подвижного объекта алгоритмов идентификации режима в дополнение к калмановским алгоритмам фильтрации ошибок ИНС и СНС позволяет повысить устойчивость КОИ к внезапным изменениям режимов работы, что повысит эффективность применения ПО, к которым относят все более широко применяемые дорогостоящие беспилотные авиационные комплексы.

## EVALUATION OF MOVING OBJECTS' NAVIGATION PARAMETERS UNDER MULTIMODE

A.S. BENKAFO, A.A. LOBATY

### Abstract

On the basis of the theory of systems of random structure, the problem of interconnecting the inertial navigation system and satellite navigation system with identification modes and optimal estimator outputs meters is investigated.

### Список литературы

1. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / Под ред. М.Н. Красильщикова и Г.Г. Серебрякова. М., 2005.
2. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под ред. Б.С. Алешина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского. М., 2006.
3. *Бенкафо А.С., Лобатый А.А.* // Докл. БГУИР. 2013. № 5 (75). С. 67–71.
4. *Казаков И.Е., Артемьев В.М.* Оптимизация динамических систем случайной структуры. М., 1980.
5. *Бухалев В.А.* Распознавание, оценивание, и управление в системах со случайной скачкообразной структурой. М., 1996.