

УДК 620.92+502.174.3

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТАЮЩЕГО В СКОЛЬЗЯЩЕМ РЕЖИМЕ ИМПУЛЬСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА

А.М. ТРЕЩ

Белорусский национальный технический университет  
пр. Независимости, 65, Минск, 220027, Беларусь

Поступила в редакцию 3 декабря 2012

Рассмотрены преобразователи постоянного тока повышающего типа с широтно-импульсной модуляцией и их математические модели, преобразующие параметры электроэнергии с ее последующим накоплением для обеспечения потребителей требуемым энергообеспечением вне зависимости от погодных условий и времени суток.

*Ключевые слова:* солнечные батареи, ШИМ-контроллер, математическое моделирование.

### Введение

Актуальным вопросом, который находится в центре внимания по ряду причин, является необходимость использования возобновляемых источников энергии (ВИЭ). Такая страна, как Ливия, например, обладает большими запасами углеводородного сырья. Тем не менее, там разработана государственная программа развития ВИЭ [1–3]. Прогноз производства электрической энергии (ЭЭ) показывает рост установленной мощности (МВт) от 6000 в 2008 году до 15000 в 2015 году. За этот же период производство ЭЭ увеличится с 29 ТВт до 73 ТВт. При этом потребление ЭЭ по секторам народного хозяйства характеризуется большой долей автономных потребителей (до 45%) [1]. Большой потенциал имеют солнечная и ветровая энергии, однако их особенности таковы, что ни один из названных источников не способен обеспечить ЭЭ в любое время суток и года. Кроме того, в определенное время суток можно прогнозировать избыток производимой энергии – в дневное время и при наличии ветра. Это приводит к необходимости установки накопителей ЭЭ. Таким образом интегрированная система электрообеспечения должна иметь в своем составе, кроме солнечных батарей (СБ), силовые интерфейсные модули (СИМ), задачей которых является преобразование параметров ЭЭ СБ для накопителей (аккумуляторные батареи, батареи суперконденсаторов) и потребителей.

### Повышающие преобразователи с широтно-импульсной модуляцией

Распространенным классом СИМ в установках с СБ являются силовые повышающие преобразователи (СПП), работающие в режиме непрерывного тока, методам исследования которых уделяется много внимания [3, 4–6]. Системы управления, обеспечивающие необходимые динамические характеристики СПП, строятся по принципу регулирования выходного напряжения и (или) регулирования тока, которые обеспечивают лучшие динамические показатели при использовании широтно-импульсной модуляции (ШИМ) силового ключа [4, 6].

Предлагаемая для анализа схема контроллера (рис. 1) использует в качестве переменных отклонение выходного напряжения  $U_0$  и тока  $i_L$ . В схемах с ШИМ-регулированием ток  $i^*$  определяется по отклонению напряжения

$$i^* = K(U^* \alpha U_0), \quad (1)$$

где  $U^*$  и  $U_0$  – заданное и фактическое напряжение,  $\alpha$  – коэффициент обратной связи,  $\hat{E}$  – коэффициент усиления ошибки напряжения.

Скольльзящее управление [7] СПП может быть организовано как результат линейной комбинации трех переменных состояния

$$S = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3, \quad (2)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – коэффициенты скольльзящего управления;  $x_1, x_2, x_3$  – переменные состояния скольльзящего режима, определяемые по управлениям

$$\begin{aligned} x_1 &= i^* - i_L, \\ x_2 &= U^* - \alpha U_0, \\ x_3 &= \int (x_1 + x_2) dt, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $i_L$  – мгновенное значение тока индуктивности.

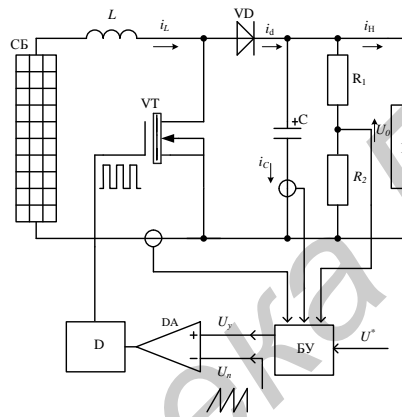


Рис. 1. Схема преобразователя постоянного тока повышающего типа; Н – нагрузка; БУ – блок управления; ДА – генератор ШИМ-сигналов; D – драйвер

Динамическая модель СПП (рис. 1) может быть представлена системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{d(i^* - i_L)}{dt} = \frac{\alpha K i_c}{C} - \frac{(\mathcal{G}_i - \bar{U} U_0)}{L}, \\ \dot{x}_2 &= \frac{d(U^* - \alpha U_0)}{dt} = -\frac{\alpha i_c}{C}, \\ \dot{x}_3 &= (i^* - i_L) + (U^* - \alpha U_0), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $i_c$  и  $\mathcal{G}_i$  – мгновенные значения тока емкости и входного напряжения;  $C$  и  $L$  – емкость и индуктивность СПП;  $i_H$  и  $R$  – ток и сопротивление нагрузки.

Сигнал управления СПП с токовым управлением можно получить, решая уравнение

$$ds/dt = \alpha_1 \dot{x}_1 + \alpha_2 \dot{x}_2 + \alpha_3 \dot{x}_3 = 0, \quad (5)$$

что дает

$$U_y = 1 - (1/U_0)(K_2 i_c + K_1(U^* - \alpha U_0) - K_3 i_L - \mathcal{G}_i), \quad (6)$$

где  $K_1, K_2, K_3$  – фиксированные параметры блока управления (БУ) (рис.1).

Выразим (5) в терминах первоначально управляемых переменных состояния  $x_1$  и  $x_2$

$$U_y = 1 - (K_2 U_0 / i_L + K_3 ((U^* - \beta U_0) - (i^* - i_L)) / (K_2 i_L - U_0)). \quad (7)$$

Как следует из (7), результат представлен в комплексной форме обобщенного сигнала управления  $U^*$ , что создает трудности при реализации контроллера. Использование мгновенных значений переменных состояния  $i_L$  и  $i_C$  в (7) уменьшает эти проблемы, как это следует из последующего изложения.

Следует отметить, что, несмотря на различные формы уравнения представления сигнала управления, уравнение, относительно которого выбраны переменные состояния, принципиально сводится к одинаковому решению вида  $U_y = f_1(x_1, x_2) = f_2(i_L, i_C)$  [8, 9].

Далее сосредоточим внимание на работе контроллера в скользящем режиме при постоянной частоте, который реализован на основе ШИМ с учетом использования законов управления основанных на «косвенном» управлении скользящими режимами. Такой контроллер назовем СР-ШИМ. Он может быть получен на основе скользящей поверхности (2) и уравнения  $U^* = D$ , где  $D$ -сигнал управления (скважность) ШИМ-преобразователя [6]. Это позволяет рассматривать архитектуру управления ШИМ-преобразователя, реализующую статические и динамические режимы контроллера – СР, работающего в режиме ШИМ-контроллера.

Уравнение закона управления включает сигнал управления  $U_C$  и амплитуду пины  $\tilde{U}_i$ , что позволяет записать

$$\begin{aligned} U_C &= G_s K_1 [U^* - \beta U_0] - G_s K_2 i_C - G_s K_3 i_L + G_3 [U_0 - U_i], \\ \tilde{U}_i &= G_s U_0, \\ 0 < G_s < 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь намеренно введен коэффициент пропорциональности для согласования амплитуд получаемых сигналов с параметрами используемых микросхем, на которых полагается реализация устройства. Более того, имея в виду, что СПП не может принципиально функционировать при  $D = 1$ , необходима предосторожность, реализуемая аппаратно, обеспечивающая режим  $D < 1$ . В рассматриваемом контроллере это реализуется умножением логического сигнала  $U_{\text{ШИМ}}$  ШИМ-генератора на логический сигнал  $U_{\tilde{A}}$  импульсного генератора с использованием логической функции «И» (AND) (рис. 1).

Рассмотрим процедуру проектирования контроллера, общая схема которого приведена на рис.1. Основным уравнением является (8). Воспользуемся рекомендациями [7], согласно которым ШИМ-генератор, который изменяет максимальное напряжение пины при изменении выходного напряжения, необходим для компенсации нелинейности. Однако, в противоположность контроллеру [5], работающему на основе скользящих режимов, в представленной на рис.1 схеме контроллера отсутствует связь напряжения пины и входного напряжения. Это упрощает реализацию ШИМ-генератора. В контроллере используются две обратных связи по току ( $i_L$  и  $i_C$ ), по сравнению с одной ОС по току в [6]. Однако дополнительная ОС по току  $i_L$  позволяет увеличить быстродействие контроллера.

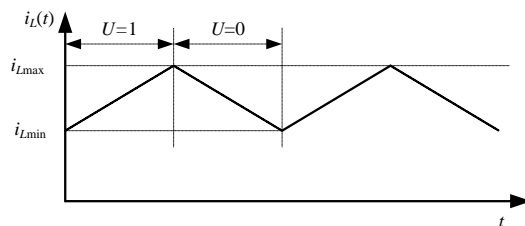
Фактор существования скользящего режима может быть найден исследованием условия (7)  $\lim_{s \rightarrow 0} S \cdot (ds / dt) < 0$ , что при подстановке в (2) дает

$$\begin{aligned} \alpha_1 [-\beta K i_C / C - U_i / L] - \alpha_2 \beta i_C / C + \alpha_3 ((K + 1) [U^* - \beta U_0] - i_L) < 0, \\ \alpha_1 [-\beta K i_C / C - (U_i - U_0) / L] - \alpha_2 \beta i_C / C + \alpha_3 ((K + 1) [U^* - \beta U_0] - i_L) > 0. \end{aligned} \quad (9)$$

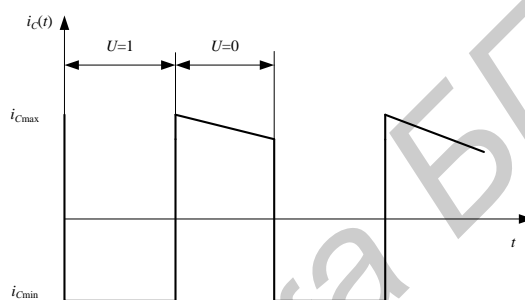
Полагая, что контроллер спроектирован на основе статической скользящей поверхности для удовлетворения условий существования в статическом режиме (точка скольжения) [7] и учитывая (6), тогда (9) может быть упрощено

$$\begin{aligned} 0 < U_{i_{\min}} - K_1 [U^* - \beta_0 U_{OS}] + K_2 i_{c_{\min}} + K_3 i_{L_{\min}}, \\ U_{i_{\max}} - K_1 [U^* - \beta_0 U_{OS}] + K_2 i_{c_{\max}} + K_3 i_{L_{\max}} < U_{OS}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $U_{i_{\max}}$  и  $U_{i_{\min}}$  – максимальное и минимальное значения входного напряжения;  $U_{os}$  – ожидаемое значение выходного напряжения установившегося режима, другими словами это отклонение сигнала постоянного напряжения от заданного значения  $U^*$ ;  $i_{L_{\max}}$ ,  $i_{L_{\min}}$ ,  $i_{C_{\max}}$  и  $i_{C_{\min}}$  – максимальное и минимальное значения тока индуктивности  $L$  и емкости  $C$  соответственно при работе с полной нагрузкой. Форма мгновенных значений токов показана на рис. 2.



а



б

Рис.2. Форма тока СПП: а – ток в индуктивности; б – ток в емкости

Выбор параметров (коэффициентов усиления) контроллера  $K_1, K_2, K_3$  должен производиться на основе неравенств в (10). Это гарантирует существование скользящего режима работы по крайней мере в малом районе, принадлежащем всей области условий, включая полную нагрузку [8].

### Условия устойчивости

В противоположность скользящему режиму (СР) контроллеров с управлением напряжением, для которых выбор скользящих коэффициентов (коэффициентов усиления) для удовлетворения условий стабильности производится автоматически проектированием системы для некоторых желательных динамических свойств [6, 7], такой подход не может быть использован при проектировании контроллера с токовым управлением. Причиной является уравнение движения (при  $S = 0$ ) рассматриваемого контроллера, которое, учитывая перемещение состояния как тока, так и напряжения, является крайне нелинейным и не может быть легко решено аналитически. Иной подход, основанный на методе эквивалентного управления использован в [6], и его суть заключается в получении идеальной скользящей динамики системы и после этого анализа ее точки колебаний, который, в конце концов, позволяет получить условие устойчивости, что использовано в [4, 5].

Замена  $\bar{U}$  на  $\bar{U}_*$  (так называемый метод эквивалентного управления) в первоначальном описании СПП при условии непрерывности тока преобразует прерывистую систему в идеальную скользящую непрерывную систему

$$\begin{aligned}\frac{di_L}{dt} &= (U_i - U_0 \bar{U}_*) / L, \\ \frac{dU_0}{dt} &= i_L \bar{U}_* / C - U_0 / R_H C.\end{aligned}\tag{11}$$

Подстановка (7) в (11) дает

$$\begin{aligned}\frac{di_L}{dt} &= U_i / L - U_0 (K_2 U_0 / R_H - U_i + K_3 (U_3 - \beta U_0) - K_3 (i^* - i_L)) / L (K_2 i_L - U_0), \\ \frac{dU_0}{dt} &= i_L (K_2 U_0 / R_H - U_i + K_3 (U_3 - \beta U_0) - K_3 (i^* - i_L)) / C (K_2 i_L - U_0) - U_0 / R_H C.\end{aligned}$$

Полученные условия описывают идеальную скользящую динамику скользящего режима СПП при токовом управлении.

### Анализ точки равновесия

Положим, что существует точка устойчивого равновесия на скользящей поверхности. На этой точке равновесия не происходит изменений в динамике системы при условии отсутствия возмущений со стороны входа или нагрузки, т.е.  $di_L/dt = dU_0/dt = 0$ . Тогда уравнения состояния могут дать

$$I_H = U_0^2 / U_i R_H,$$

где  $I_H, U_0, U_i$  и  $R_H$  – величины тока, напряжения нагрузки, входного напряжения и сопротивления нагрузки соответственно в условиях устойчивого равновесия.

Линеаризация идеально скользящего режима динамики в окрестности точки равновесия позволяет сделать запись в виде

$$\frac{di_L}{dt} = a_{11} \bar{i}_L + a_{12} \bar{U}_0, \quad \frac{d\bar{U}_0}{dt} = a_{21} \bar{i}_L + a_{22} \bar{U}_0,$$

$$\text{где } a_{11} = \frac{K_3 U_i R_L}{K_3 L U_0 - L U_i R_L}, \quad a_{12} = \frac{K_1 \beta U_i R_L - 2 K_2 U_i + U_i^2 R_L / U_0}{K_3 L U_0 - L U_i R_L}, \quad a_{21} = \frac{K_2 U_i - U_i^2 R_L / U_0 - K_3 U_0}{K_2 U_0 C - C U_i R_L},$$

$$a_{22} = \frac{K_2 U_0 / R_L - K_1 \beta U_0}{K_2 U_0 C - C U_i R_L} - \frac{1}{R_L C}.$$

Решение выполняется при соблюдении условий статического равновесия  $U_i = \mathcal{U}_i, R_H = r_H, U^* - \beta U_0 = 0; I^* - I_H = 0$ .

Характеристическое уравнение линеаризованной системы:

$$p^2 - (a_{11} + a_{12})p + a_{11}a_{12} - a_{12}a_{21} = 0.$$

Для случая  $\alpha_{12} + \alpha_{22} < 0$  условие стабильности выглядит так  $\frac{K_3 C U_i R_H - K_1 L \beta U_0 + L U_i}{K_2 U_0 - U_i R_H}$ ,  
или

$$K_3 U_i R_H C / L \beta U_0 + U_i / \beta U_0 < K_1 \text{ при } K_2 > U_i R_H / U_0,$$

$$K_3 U_i R_H C / L \beta U_0 + U_i / \beta U_0 > K_1 \text{ при } K_2 < U_i R_H / U_0.$$

Для случая  $\alpha_{11} \alpha_{22} + \alpha_{12} \alpha_{21} > 0$  условие стабильности выглядит так:

$$2 K_3 U_0^3 (3 K_2 - K_1 \beta R_H) + (U_i U_0^2 K_2 (K_1 \beta L - 2 K_2) + U_i U_0 R_H (3 K_2 - K_1 \beta R_H) - U_i^3 R_H^2) > 0.$$

Таким образом, наличие условий (10) и условий стабильности являются основой для выбора коэффициентов передачи контроллера СПП, работающего в режиме управления током,

в величинах управляемых переменных. Выполнение этих условий гарантирует устойчивость замкнутой системы.

Чтобы устранить трудности при проектировании коэффициентов управления, основанных на различных условиях, применяется математическое моделирование, которое позволяет изучить влияние отдельных факторов (коэффициентов усиления) отдельных элементов схемы на формирование выходного сигнала.

### Заключение

Приведенная математическая модель позволяет реализовать скользящий режим повышающего преобразователя постоянного тока. Применение обратных связей по току и напряжению улучшает динамические свойства преобразователя.

## MATHEMATICAL MODEL OF A PULSE CONVERTER DC, WORKING IN THE SLIDING MODE

A.M. TRESH

### Abstract

Simulation model of sliding-mode controller for DC/DC boost converter has been developed. Dynamic properties of the controller improved with the use of current and voltage control.

### Список литературы

1. *Sims R.E.H.* // Solar Energy. 2004. Vol. 76. P. 9–17.
2. *Трещ А.М.* // Тезисы докл. XIX межд. науч.-практ. конф. «Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье». Харьков, 1–3 июня 2011. С. 82.
3. *Tresh A.M., Petrenko Y.N.* // Сб. науч. ст. м-лов III Междунар. науч.-тех. конф. «Национальные и европейские контексты в научных исследованиях». Новополоцк, 27–28 апреля 2011. С. 144–146.
4. *Трещ А.М.* // Матер. X Респ. Науч. конф. студентов и аспирантов. Часть 1. Гомель, 2011. С. 63–64.
5. *Трещ А.М., Блинков Г.Н., Петренко Ю.Н.* // Энергоэффективные технологии, образование, наука, практика. Том 1. Минск, 20–21 мая 2010. С. 147–150.
6. *So W.C., Tse C.K., Lee Y.S.* // IEEE Trans. Power Electron. 1996. Vol. 11, № 1. P. 24–32.
7. *Chan C.Y.* // IEEE Trans. Power Electron. 2007. Vol. 22, № 1. P. 216–222.
8. *Mattavelli P., Rossetto L., Spiazzi G. et. al* // IEEE PESC. 1993. P. 609–615.
9. *Utkin V., Guldner J., Shi J.X.* Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. London, 1999.