

УДК 621.396.96

ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ КООРДИНАТ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА НА ЭТАПЕ СОВЕРШЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РАЗВОРОТА

А.С. СОЛОНАР, П.А. ХМАРСКИЙ, А.А. МИХАЛКОВСКИЙ

Военная академия Республики Беларусь
Минск, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 19 ноября 2012

Представлены особенности построения дискретного фильтра Калмана для модели движения объекта, совершающего установившийся горизонтальный разворот. Рассмотрена структура многогипотезного измерителя с межобзорной памятью гипотез. Проведен сопоставительный анализ результатов фильтрации модификаций многогипотезного измерителя с межобзорной памятью гипотез.

Ключевые слова: сопровождение летательных аппаратов, фильтр Калмана при косвенных измерениях, многогипотезный измеритель с межобзорной памятью гипотез, установившийся горизонтальный разворот.

Введение

Одной из основных задач радиолокации является измерение координат и параметров движения летательных аппаратов. В основе синтеза структуры измерителя лежит модель изменения вектора состояния наблюдаемого процесса, называемая моделью задающего воздействия. В радиолокации модель задающего воздействия называют моделью движения (МД) летательного аппарата (ЛА).

При радиолокационном наблюдении воздушных объектов обычно рассматривают модели движения нулевого, первого и второго порядков, описывающие соответственно неподвижные ЛА, перемещающиеся с постоянной скоростью или с постоянным ускорением. В ряде зарубежных и отечественных источников [7–9, 10, 12] появились описания движения ЛА, совершающего установившийся разворот. Однако в них опущены некоторые особенности алгоритма фильтрации координат и параметров движения объекта на этапе совершения установившегося разворота.

Сама по себе модель движения ЛА на этапе установившегося разворота не представляет большого интереса, так как более 70 % от всей траектории составляют прямолинейные участки полета ЛА. В то же время, момент времени начала разворота и его окончания для наблюдателя не известны. Использование измерителя, учитывающего только одну модель движения ЛА, неизбежно приведет к появлению переходных процессов в момент смены МД и росту суммарной ошибки измерения координат и параметров движения ЛА. Возникающие при этом ошибки необходимо корректировать введением цепей коррекции и адаптации [1, 3, 7, 10].

В решениях задач адаптации все более широкое распространение получают многогипотезные измерители с межобзорной памятью гипотез (МИМПП). В англоязычной литературе [6–8] такие разновидности дискретных следящих систем называются ИММ (Interactive Multiple Model). МИМПП представляет собой N фильтров Калмана (ФК), настроенных на разные МД, работающие параллельно. От предыдущего шага измерения на текущий передается фиксированное число гипотез по МД с учетом вероятностей их взаимного перехода. Существенное снижение канальности измерителя обеспечивается также сочетанием фильтров, отличающихся видами МД.

Одной из возможных МД, которые могут включаться в структуру МИМПП, является модель установившегося горизонтального разворота [1, 7, 9]. Вопрос о необходимости включения этой модели в структуру МИПГ остается открытым.

Целями статьи являются: рассмотрение особенностей реализации фильтра Калмана с моделью установившегося горизонтального разворота и МИМПП; проверка необходимости использования в МИМПП канала, настроенного на модель установившегося горизонтального разворота, методом сопоставительного моделирования.

Постановка задачи

Начальные условия. Будем считать, что вектор наблюдаемых параметров θ , интервал обновления данных T и корреляционная матрица ошибок \mathbf{R}_0 наблюдений соответствуют [4, 5]. Наблюдается аэродинамический летательный аппарат (ЛА). Возможны следующие варианты МД ЛА: прямолинейное движение с постоянной скоростью; равноускоренное движение; установившийся и неустойчивый развороты. Для МД ЛА, совершающего установившийся и неустойчивый горизонтальные развороты, в вектор состояния $\alpha = \|x \dot{x} z \dot{z} \Omega\|^T$ входят разовые оценки прямоугольных координат x (направление на север), z (на восток), скоростей их изменения и угловой скорости Ω .

Задачи: 1) рассмотреть особенности реализации фильтра Калмана для МД ЛА, совершающего установившийся горизонтальный разворот; 2) рассмотреть особенности построения МИМПП; 3) методами математического моделирования провести сопоставление суммарных ошибок измерения местоположения ЛА для МИМПП без учета и с учетом МД ЛА, совершающего установившийся горизонтальный разворот.

Особенности работы алгоритма фильтра Калмана для модели движения летательного аппарата, совершающего установившийся горизонтальный разворот

Возможны следующие варианты реализации ФК при косвенных измерениях для МД ЛА, совершающего установившийся горизонтальный разворот (в зарубежной литературе [7, 9] обозначается как Coordinate turn model) – ФК с известной угловой скоростью, ФК с фильтрацией по угловой скорости. Первая модификация позволяет достичь высоких показателей в точности, но при этом, как правило, подобные априорные сведения отсутствуют в реальных ситуациях. Рассмотрим особенности реализации ФК с фильтрацией по угловой скорости. Структура данной модификации ФК соответствует ФК при наблюдении коррелированных прямоугольных координат [4]. Неслучайная динамическая матрица пересчета приращений вектора состояния k -го шага наблюдения на следующий шаг будет каждый раз пересчитываться и определяться выражениями [7, 9, 10]:

$$\mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} 1 & \sin(\Omega_k T) / \Omega_k & 0 & \frac{-[1 - \cos(\Omega_k T)]}{\Omega_k} & -\left[\frac{T(\dot{z}_k \sin(\Omega_k T) - \dot{x}_k \cos(\Omega_k T))}{\Omega_k} + \frac{\dot{x}_k \sin(\Omega_k T) + \dot{z}_k (\cos(\Omega_k T) - 1)}{\Omega_k^2} \right] \\ 0 & \cos(\Omega_k T) & 0 & -\sin(\Omega_k T) & -\dot{z}_k T \cos(\Omega_k T) - \dot{x}_k T \sin(\Omega_k T) \\ 0 & \frac{[1 - \cos(\Omega_k T)]}{\Omega_k} & 1 & \sin(\Omega_k T) / \Omega_k & T \left[\frac{\dot{z}_k \cos(\Omega_k T)}{\Omega_k} + \frac{\dot{x}_k \sin(\Omega_k T)}{\Omega_k} - \frac{\dot{z}_k \sin(\Omega_k T)}{\Omega_k^2 T} + \frac{\dot{x}_k (\cos(\Omega_k T) - 1)}{\Omega_k^2 T} \right] \\ 0 & \sin(\Omega_k T) & 0 & \cos(\Omega_k T) & \dot{x}_k T \cos(\Omega_k T) - \dot{z}_k T \sin(\Omega_k T) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где Ω_k – фильтрованное значение угловой скорости на k -ом шаге наблюдения; \dot{x}_k , \dot{z}_k – фильтрованное значение скорости изменения координат x и z соответственно на k -ом шаге наблюдения.

Матрица пересчета изменений вектора состояния в изменения вектора наблюдения параметров имеет вид: $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Матрица случайного дискретного маневра:

$$\mathbf{M} = \sigma_{m1}^2 \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{S} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & \sigma_{m2}^2 T^2 / \sigma_{m1}^2 \end{bmatrix}, \text{ где } \mathbf{S} = \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/4 \\ T^3/4 & T^2 \end{bmatrix}, \mathbf{0}_{1 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{0}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{0}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Дисперсия случайного маневра σ_{m1}^2 характеризует случайный маневр по прямоугольным координатам, а σ_{m2}^2 – по угловой скорости.

Важными особенностями при реализации ФК являются установка начальных значений корреляционной матрицы ошибок и оценка угловой скорости.

Оценка угловой скорости $\hat{\Omega}_3$ на третьем шаге наблюдения определяется согласно [11]:

$$\Omega_z = \frac{\dot{z}_k - \dot{z}_{k-1}}{x_k T}, \frac{\dot{z}_k - \dot{z}_{k-1}}{x_k T} > \frac{\dot{x}_k - \dot{x}_{k-1}}{z_k T}; \Omega_x = \frac{\dot{x}_k - \dot{x}_{k-1}}{z_k T}, \frac{\dot{z}_k - \dot{z}_{k-1}}{x_k T} < \frac{\dot{x}_k - \dot{x}_{k-1}}{z_k T}; \hat{\Omega}_3 = \max(|\Omega_z|, |\Omega_x|).$$

Установка матрицы ошибок фильтрации осуществляется по конечной выборке [1, 3], которая для третьего шага наблюдения будет определяться согласно выражением:

$$\mathbf{R} = \mathbf{H}_0 \mathbf{R}_f \mathbf{H}_0^T,$$

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} \cos(\beta_k) & 0 & -r_k \sin(\beta_k) & 0 \\ -\sin(\beta_k)V_\beta & \cos(\beta_k) & -V_r \sin(\beta_k) - r_k \cos(\beta_k)V_\beta & -r_k \sin(\beta_k) \\ \sin(\beta_k) & 0 & r_k \cos(\beta_k) & 0 \\ \cos(\beta_k)V_\beta & \sin(\beta_k) & V_r \cos(\beta_k) - r_k \sin(\beta_k)V_\beta & r_k \cos(\beta_k) \\ \frac{V_\beta V_r}{T(V_r^2 + V_\beta^2 r_k^2)} & \frac{-V_\beta r_k}{T(V_r^2 + V_\beta^2 r_k^2)} & \frac{1}{T} & \frac{V_r r_k}{T(V_r^2 + V_\beta^2 r_k^2)} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & \frac{\sigma_r^2}{T} & 0 & 0 \\ \frac{\sigma_r^2}{T} & \frac{2\sigma_r^2}{T^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\beta^2 & \frac{\sigma_\beta^2}{T} \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_\beta^2}{T} & \frac{2\sigma_\beta^2}{T^2} \end{bmatrix},$$

где V_β, V_r – скорости изменения азимута и радиальной дальности ЛА соответственно на третьем шаге наблюдения.

Структура многогипотезного измерителя с межобзорной памятью гипотез

МИМПГ фильтр представляет собой N ФК, настроенных на разные МД, и работающих параллельно [1, 2]. От k -го шага измерения на $(k+1)$ -ый всегда передается ровно N гипотез с учетом вероятностей их взаимного перехода $\|\pi_{lj}\|$, ($j=1, \dots, N$; $l=1, \dots, N$) из l -й МД в j -ю.

Рассмотрим алгоритм работы МИМПГ для $(k+1)$ -го шага измерения (после того, как получены апостериорные плотности для k -го шага):

1) определяются условные вероятности перехода $P_k(j|l, \mathbf{f}'_k)$ из l -й МД в j -ю после получения k реализаций \mathbf{f}'_k отраженного от ЛА сигнала с учетом апостериорных вероятностей гипотез k -го шага измерения $P_k(l|\mathbf{f}'_k)$: $P_{k+1}(j|l, \mathbf{f}'_k) = \pi P_k(l|\mathbf{f}'_k) / \bar{P}_{k+1}(j)$, где $\bar{P}_{k+1}(j) = \sum_{l=1}^N \pi_{lj} P_k(l|\mathbf{f}'_k)$;

2) определяются уточненные значения апостериорных условных оценок $\hat{\mathbf{a}}_k(j)$ как сумма условных оценок k -го шага фильтрации: $\hat{\mathbf{a}}_k(j) = \sum_{l=1}^N \hat{\mathbf{a}}_k(l) P_{k+1}(j|l, \mathbf{f}'_k)$, а условные матрицы

ошибок фильтрации $\mathbf{R}_k(l)$: $\tilde{\mathbf{R}}_k(j) = \sum_{l=1}^N [\mathbf{R}_k(l) + (\hat{\mathbf{a}}_k(l) - \tilde{\mathbf{a}}_k(l))(\hat{\mathbf{a}}_k(l) - \tilde{\mathbf{a}}_k(l))^T] P(j|l, \mathbf{f}'_k)$;

3) определяются экстраполированные условные оценки $\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}(j)$ и соответствующие им матрицы ошибок $\mathbf{R}_{0(k+1)}(j)$. При этом используются заранее заданные для каждой из моделей движения условные динамические матрицы пересчета $\mathbf{B}(j)$ и корреляционные матрицы случайного маневра:

$$\mathbf{M}_k(j) \quad (j=1, \dots, N): \hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}(j) = \mathbf{B}(j)\tilde{\mathbf{a}}_k(j), \quad \mathbf{R}_{0(k+1)}(j) = \mathbf{B}(j)\tilde{\mathbf{R}}_k(j)\mathbf{B}^T(j) + \mathbf{M}_k(j);$$

4) находятся условные результирующие оценки вектора состояния $\hat{\mathbf{a}}_{k+1}(j)$ и корреляционные матрицы ошибок их фильтрации $\mathbf{R}_{(k+1)}(j)$ на основании наблюдения $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$:

$$\hat{\mathbf{a}}_{(k+1)}(j) = \hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}(j) + \mathbf{K}_{\alpha(k+1)}(j) [\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}(j) \hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}(j)],$$

$$\mathbf{R}_{(k+1)}(j) = [\mathbf{E} - \mathbf{K}_{\alpha(k+1)}(j) \mathbf{H}(j)] \mathbf{R}_{0(k+1)}(j),$$

где $\mathbf{K}_{\alpha(k+1)}(j) = \mathbf{R}_{0(k+1)}(j) \mathbf{H}_{k+1}^T(j) [\mathbf{H}_{k+1}(j) \mathbf{R}_{0(k+1)}(j) \mathbf{H}_{k+1}^T(j) + \mathbf{R}_{\theta(k+1)}]^{-1}$;

5) вычисляются апостериорные вероятности гипотез: $P_{k+1}(j|\mathbf{f}'_k) = \frac{\bar{P}_{k+1}(j)L_{k+1}(j)}{\sum_{l=1}^N \bar{P}_{k+1}(l)L_{k+1}(l)}$, через

коэффициенты правдоподобия

$$L_{k+1}(j) = \frac{(2\pi)^{-m/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}(j)\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}(j))^T \mathbf{R}_{\Sigma(k+1)}^{-1}(j)(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}(j)\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}(j))\right\}}{\sqrt{|\mathbf{R}_{\theta(k+1)}| + |\mathbf{H}_{k+1}(j)\mathbf{R}_{0(k+1)}(j)\mathbf{H}_{k+1}^T(j)|}};$$

6) вычисляются безусловные оценки вектора состояния: $\hat{\mathbf{a}}_{(k+1)} = \sum_{j=1}^N \hat{\mathbf{a}}_k(j)P(j|\mathbf{f}'_{k+1})$, и корреляционной матрицы ошибок фильтрации:

$$\mathbf{R}_{(k+1)} = \sum_{j=1}^N [\mathbf{R}_{k+1}(j) + (\hat{\mathbf{a}}_{k+1}(j) - \hat{\mathbf{a}}_{k+1})(\hat{\mathbf{a}}_{k+1}(j) - \hat{\mathbf{a}}_{k+1})^T] P(j|\mathbf{f}'_{k+1}).$$

На рис. 1 приведена структурная схема МИМПП. Текущая оценка вектора наблюдения $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ поступает во все каналы МИМПП, которые настроены на различные МД. На выходе каналов формируются условные оценки вектора состояния $\hat{\mathbf{a}}_{k+1}(j)$ по уточненным априорным данным $\hat{\mathbf{a}}_k(j)$, $\tilde{\mathbf{R}}_k(j)$ с предыдущего шага измерений. Устройство расчета вероятностей осуществляет расчет апостериорных вероятностей МД $P_{k+1}(j|\mathbf{f}'_k)$ и вероятностей перехода одной модели в другую $P_k(j|\mathbf{f}'_k)$. Полученные вероятности $P_{k+1}(j|\mathbf{f}'_k)$ подаются на весовой сумматор для вычисления безусловной оценки вектора состояния $\hat{\mathbf{a}}_{(k+1)}$.

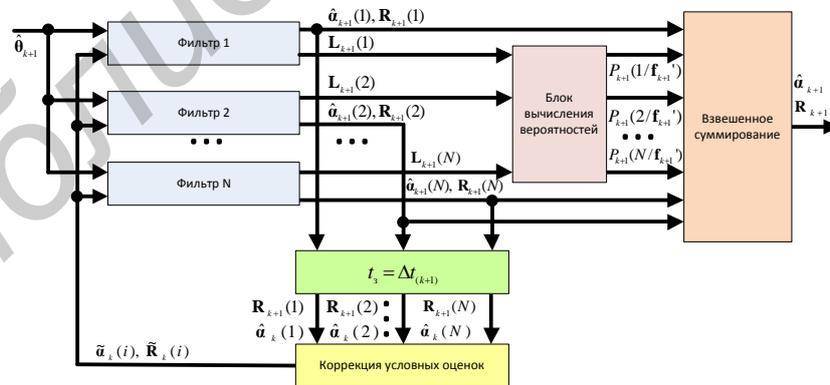


Рис. 1. Структурная схема МИМПП

Для проведения сопоставления были синтезированы две модификации МИМПП – МИМПП1 и МИМПП2. МИМПП1 включала в себя гипотезы: ФК при наблюдении коррелированных прямоугольных координат с МД 1-го порядка (ФК1), ФК при наблюдении коррелированных прямоугольных координат с МД 2-го порядка (ФК2), Фильтр Калмана с коррелированными приращениями первого порядка с МД по Сингеру (ФС). МИМПП2 включала в себя те же гипотезы, что и МИМПП1, а также ФК для МД ЛА, совершающего установившийся горизонтальный разворот (ФК3).

Результаты математического моделирования

Комплекс математического моделирования. Для проведения сопоставительного моделирования ошибок измерений модификаций МИМППГ использовался комплекс математического моделирования [4, 5]. Задающее воздействие представляло собой различные виды МД ЛА [1, 5, 10]: равномерное прямолинейное, равноускоренное прямолинейное, установившийся и неустановившийся разворот. Характеристики двухкоординатной РЛС кругового обзора (период обзора и СКО ошибок наблюдений) соответствуют выбранным в [4, 5].

Показатели качества. За показатель качества модификаций фильтров была выбрана СКО суммарной ошибки измерения местоположения $\Delta_z(k)$, которая вычислялась согласно [1, 4, 5].

Фильтры, входящие в состав модификаций МИМППГ, имели следующие параметры: ФК1 – $\sigma_m = 0,01 \text{ м/с}^2$; ФК2 – $\sigma_m = 0,001 \text{ м/с}^3$; ФС – $\sigma_m = 4,0 \text{ м/с}^2$ и временем корреляции равным 25 с; ФК3 – $\sigma_{m1} = 0,01 \text{ м/с}^2$, $\sigma_{m2} = 0,001 \text{ рад/с}^2$. Исходные вероятности гипотез для МИМППГ1 задавались равными 1/3, диагональные элементы матрицы $\|\pi_{ij}\|$ равными 0,975, а недиагональные 0,0125. Для МИМППГ1 исходные вероятности гипотез задавались равными 1/4, диагональные элементы матрицы $\|\pi_{ij}\|$ равными 0,997, а недиагональные 0,001.

В ходе моделирования было проведено 10000 опытов для каждого модельного эксперимента, после чего в каждом модельном эксперименте значение $\Delta_z(k)$ нормировалось к СКО текущих оценок.

Модельный эксперимент № 1. ЛА находился на дальности 100 км от РЛС (начальные значения курса и азимута – $\alpha=90^\circ$; $\beta=45^\circ$ соответственно). ЛА двигался прямолинейно с постоянной скоростью 900 км/ч. В динамике изменений вероятностей переходов гипотез для обеих модификаций МИМППГ характерно преобладание ФК1. МИМППГ1 и МИМППГ2 для таких условий наблюдения имеют практические равные показатели качества.

Модельный эксперимент № 2. ЛА находился на дальности 100 км от РЛС (начальные значения курса и азимута – $\alpha=90^\circ$; $\beta=45^\circ$ соответственно). Моделировалось прямолинейное равноускоренное движение ЛА на всем участке трассы с ускорением 1 м/с². В динамике изменений вероятностей переходов гипотез для обеих модификаций МИМППГ характерно преобладание ФК2. МИМППГ1 и МИМППГ2 для таких условий наблюдения имеют практические равные показатели качества.

Модельный эксперимент № 3. Результаты эксперимента приведены на рис. 2. ЛА находился на дальности 100 км от РЛС (начальные значения курса и азимута – $\alpha=90^\circ$; $\beta=45^\circ$ соответственно – см. рис. 2, а). ЛА двигался с 1-го по 30-ый и с 71-го по 100-ый шаг прямолинейно с постоянной скоростью равной 720 км/ч. С 30-го по 70-ый шаг ЛА совершал разворот в горизонтальной плоскости с нормальной перегрузкой $n_y = 1,4$. Использование обеих модификаций МИМППГ позволяет избежать срыва сопровождения на этапе выполнения разворота, однако МИМППГ2 на этапе совершения разворота имеет выигрыш до 18% точности над МИМППГ1, после завершения маневра модификации МИМППГ имеют примерно равные показатели качества. Это объясняется возможностью в МИМППГ2 обеспечивать переход к МД ЛА, совершающего установившийся горизонтальный разворот, которая будет преобладающей на этапе совершения разворота (рис. 2, з). Введение МД по Сингеру обеспечивает минимизацию ошибок фильтрации на участках переходных процессов, а для МИМППГ1 также во время маневра (см. рис. 2, в, з).

Модельный эксперимент № 4. Результаты эксперимента приведены на рис. 3. ЛА находился на дальности 100 км от РЛС (начальные значения курса и азимута – $\alpha=90^\circ$; $\beta=45^\circ$ соответственно – см. рис. 3, а). ЛА двигался с 1-го по 30-ый и с 71-го по 100-ый шаг прямолинейно с постоянной скоростью равной 720 км/ч. С 30-го по 70-ый шаг ЛА совершал неустановившийся разворот в горизонтальной плоскости - нормальная перегрузка изменялась в диапазоне от 1,1 до 1,4. Использование обеих модификаций МИМППГ позволяет избежать срыва сопровождения на этапе выполнения разворота, однако МИМППГ2 на этапе совершения разворота имеет выигрыш до 10% точности над МИМППГ1, при этом по сравнению с установившимся разворотом в динамике изменения ошибки фильтрации для МИМППГ2 наблюдаются некоторые переходные процессы.

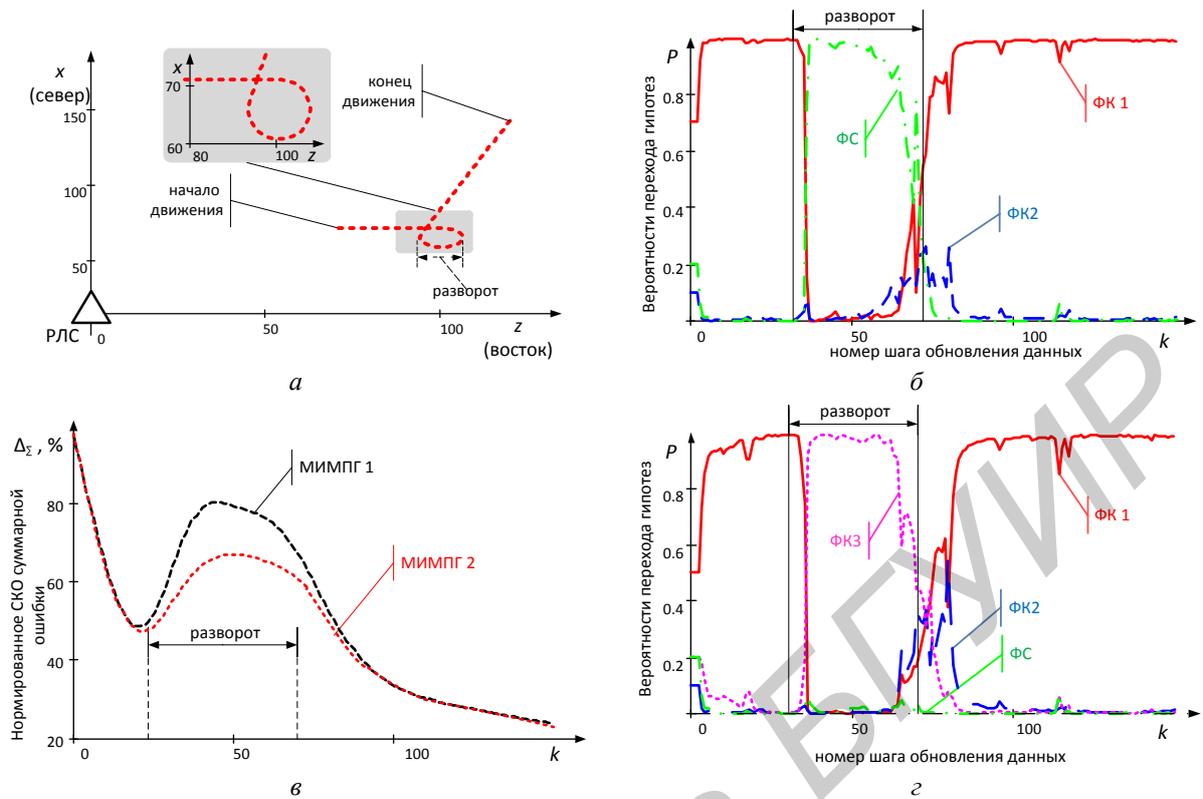


Рис. 2. Результаты моделирования (установившийся разворот): *а* – траектория ЛА; *б* – нормированная суммарная ошибка измерения местоположения для МИМПГ 1 и МИМПГ 2; *в* – вероятность перехода гипотез для МИМПГ 1; *г* – вероятность перехода гипотез для МИМПГ 2

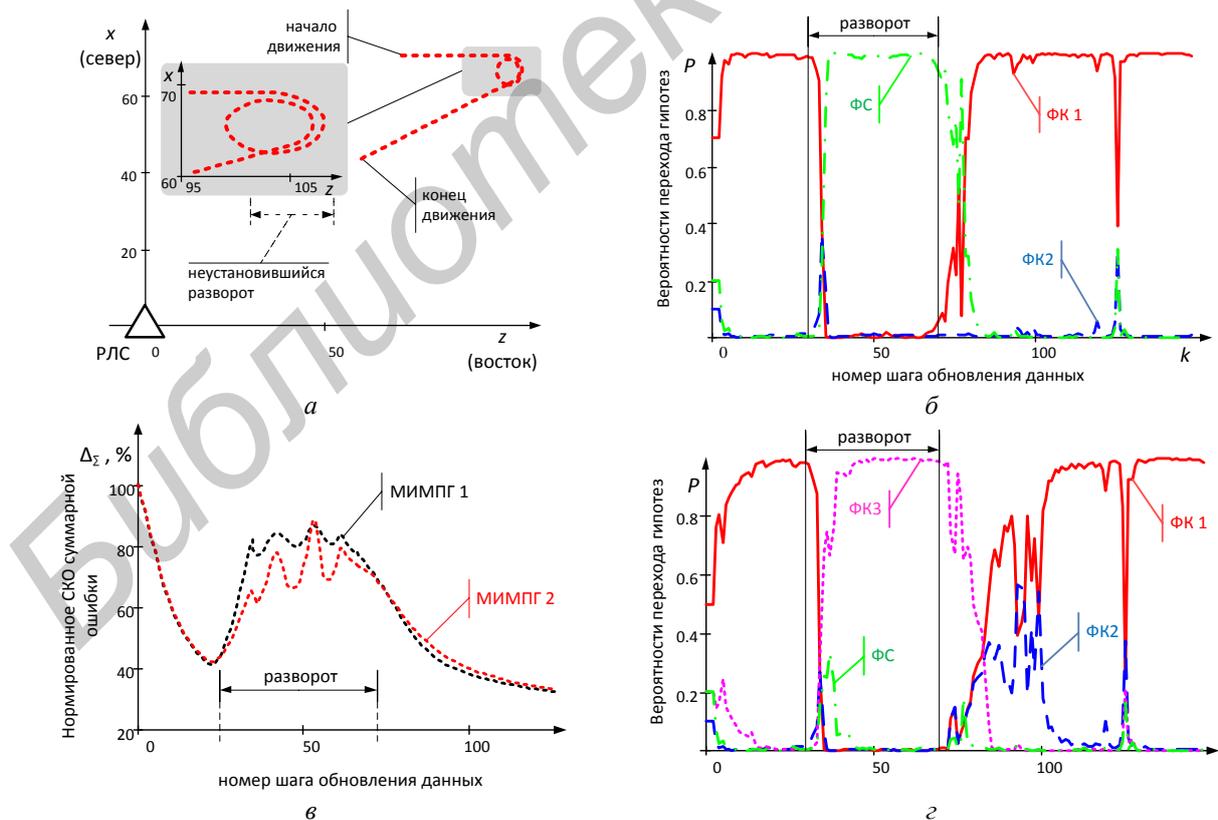


Рис. 3. Результаты моделирования (неустановившийся разворот): *а* – траектория ЛА; *б* – нормированная суммарная ошибка измерения местоположения для МИМПГ 1 и МИМПГ 2; *в* – вероятность перехода гипотез для МИМПГ 1; *г* – вероятность перехода гипотез для МИМПГ 2

Заклучение

В статье рассмотрены особенности алгоритма работы ФК для МД ЛА, совершающего установившийся горизонтальный разворот. В основе алгоритма лежит фильтрация угловой скорости вращения траектории ЛА.

Результаты моделирования наглядно доказывают необходимость использования в МИМПП канала, настроенного на модель установившегося горизонтального разворота. Включение этой МД в МИМПП позволяет достичь выигрыша по точности до 18% на этапе совершення установившегося разворота и до 10% для неустановившегося разворота.

FEATURES OF FILTERING USING COORDINATED TURN MODELS

A.S. SOLONAR, P.A. KHMARSKI, A.A. MIKHALKOVSKI

Abstract

The features Extended Kalman filter using coordinated turn models are considered. The estimation performance of Interacting Multiple Model filter modifications is compared.

Список литературы

1. Бар-Шалом Я., Ли Х.Р. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы. М., 2011.
2. Горшков С.А., Солонар А.С. // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2006. №6. С. 14–30.
3. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей. М., 1993.
4. Хмарский П.А., Солонар А.С. // Докл. БГУИР. 2012. № 7. С 47–53.
5. Хмарский П.А., Солонар А.С. // Докл. БГУИР. 2012. № 8. С 57–64.
6. Bar-Shalom Y. // IEEE Transaction on aerospace and electronic systems. 1989. Vol. 25. № 2. P. 296–300.
7. Blackman S. Design and analysis of modern tracking systems. Boston, London: Artech House. 1999. P. 147–224.
8. Kirubarajan T., Bar-Shalom Y., Pattipati K.R. et. al. // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2000. Vol. 36. № 1. P. 26–45.
9. Li X.R., Jilkov V.P. // Proceeding of SPIE on Signal and Data Processing of Small Targets. Orlando, FL. 2000.
10. Ширман Я.Д., Багдасарян С.Т., Горшков С.А. и др. // Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. Издание 2-е переработ. и доп. / Под ред. Ширмана Я.Д. М. 2007. С. 345–365.
11. Bar-Shalom Y., Lerro D. // IEEE Transaction on aerospace and electronic systems. 1993. Vol. 29, №2. P. 494–509.
12. Li R., Bar-Shalom Y., Blair W.D. // Engineer's guide to variable-structure multiple-model estimation for tracking in Multitarget-Multisensor Tracking: Applications and Advances. 2000. Vol. III, Ch. 10. P. 499–567.