

УДК 621.385.6

## ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ЛБВ НА ВОЛНООБРАЗНО ИЗОГНУТОМ ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ МИЛЛИМЕТРОВОГО И СУБМИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНОВ ДЛИН ВОЛН

А.В. АКСЕНЧИК, И.Ф. КИРИНОВИЧ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 5 декабря 2012*

Сформулирован электродинамический метод расчета нерегулярной ЛБВ на волнообразно изогнутом прямоугольном волноводе. Рассчитаны частотные характеристики и проведена оценка влияния высших типов волн на частотные характеристики и процессы взаимодействия электронного пучка и ЭМ волны в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн.

*Ключевые слова:* лампа бегущей волны (ЛБВ), субмиллиметровый, типы волн, оптимизация, волновод.

### Введение

В работах [1, 2] приведена математическая модель ЛБВ на волнообразно изогнутом прямоугольном волноводе (ВИПВ) с использованием эквивалентных четырехполюсников. Изогнутые отрезки волновода моделировались эквивалентными четырехполюсниками, для которых нетрудно найти матрицу передачи А. Проводился расчет возбуждения цепочки последовательно соединенных четырехполюсников наведенными в волноводе электронным пучком токами с учетом прямых и обратных волн. Описанная в [1, 2] математическая модель нерегулярной ЛБВ на ВИПВ позволяет проводить оптимизацию и рассчитывать амплитудные и частотные характеристики нерегулярных ЛБВ на ВИПВ с высоким КПД в различных диапазонах длин волн. В данной работе предложен новый подход к расчету ЛБВ на ВИПВ с привлечением математического аппарата электродинамики, без использования эквивалентных схем на четырехполюсниках. Приведенная ниже математическая модель, в которой сформулирован электродинамический метод расчета, позволяет учитывать потери в стенках и диэлектрическое заполнение волновода.

### Математическая модель

Рассмотрим возбуждение и распространение в волноводе волны  $H_{10}$ . Поперечное поле  $E_y$  для волны  $H_{10}$  записывается в следующем виде:

$$\dot{E}_y = -j\dot{H}_0 \frac{2a}{\lambda} W_0 \sin \frac{\pi}{a} x e^{-\Gamma z} e^{j\omega t} = -j\dot{E}_0 \sin \frac{\pi}{a} x e^{-\Gamma z} e^{j\omega t}, \quad (1)$$

где  $\dot{E}_0 = \dot{H}_0 \frac{2a}{\lambda} W_0$  – амплитуда напряженности поля волны  $H_{10}$ ;  $H_0$  – амплитудный множитель;

$\Gamma = \Gamma' - j\Gamma''$  – постоянная распространения волны;  $\Gamma' = K \sqrt{1 - \chi_{mn}^2 / K^2}$  – продольное волновое число;  $K = \omega \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}$ ;  $\chi^2 = \chi_{mn}^2 = (m\pi / a)^2 + (n\pi / b)^2$  – поперечное волновое число,  $m=1, n=0$ ;

$$\Gamma^n = \frac{R_S \left[ 1 + \frac{2b}{a} (\lambda / \lambda_{cr})^2 \right]}{Z_0 \cdot b \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{cr})^2}} - \text{коэффициент затухания для волны } TE_{10} \text{ в прямоугольном волноводе;}$$

$\lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon \mu}$  – длина волны в среде с параметрами  $\epsilon$ ,  $\mu$ ;  $\lambda_0$  – длина волны входного сигнала,  $f$  – его частота;  $W_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ ;  $a$ ,  $b$  – размер соответственно широкой и узкой стенок волновода.

Задавая мощность  $P_{in}$  волны на входе в волновод (сечение  $z_0$ ) найдем амплитуду напряженности поля  $\dot{E}_0$  волны  $H_{10}$ :

$$\dot{E}_0 = \sqrt{\frac{4P_{in}W^H}{ab}}, \quad (2)$$

где  $W^H = W_0 / \sqrt{1 - (\lambda / 2a)^2}$  – волновое сопротивление.

Учитывая, что электронный луч в волноводе проходит посередине широкой стенки ( $x=a/2$ ), используя (1), (2) можно найти поля в зазорах волновода, где происходит взаимодействие электронного луча и электромагнитной (ЭМ) волны волновода (считаем, что зазоры находятся в сечениях  $z_k$ ,  $k=1, \dots, n$ ,  $n$  – число зазоров волновода):

$$\dot{E}_k^{in} = -jE_0 e^{-j\Gamma z_k} e^{j(\omega t + \psi_0)}, \quad (3)$$

где  $\psi_0$  – фаза напряженности поля источника СВЧ-сигнала.

После этого рассчитываем возбуждение ЛБВ на ВИПВ входным сигналом  $P_{in}$ , решая уравнения движения электрона (учитывая, что электроны в волноводе движутся вдоль координаты  $Y$ ) и вычисляя мощность взаимодействия  $\dot{P}_w$ , отдаваемую сгруппированным электронным пучком ЭМ полю волны  $H_{10}$ :

$$\dot{P}_w = -\int_V \bar{J} \bar{E} dV, \quad (4)$$

здесь  $\bar{J} = J_\omega i_y$  – плотность тока;  $\bar{E}$  – напряженность поля в зазоре.

Уравнения движения электронов, методы расчета полей в зазорах волновода, полей пространственного заряда и расчет наведенных токов описаны в работе [2]. Амплитуда 1-й гармоники плотности тока  $\dot{J}_\omega$  определяется так:

$$\dot{J}_\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{J}_m e^{-j\omega t} d\omega t. \quad (5)$$

С учетом (5) выражение (4) принимает вид:

$$\dot{P}_w = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_V \bar{E} \dot{J}_m e^{-j\omega t} dV d\omega t. \quad (6)$$

С учетом закона сохранения заряда ( $\dot{J}_m(y) d\omega t = \dot{J}_m(0) d\omega t$ ) в одномерном приближении (не учитывая поперечное движение электронов), применяя метод крупных частиц для моделирования электронного потока и вычисляя интеграл в (6) численно, получим:

$$\dot{P}_w = \frac{-1}{\pi} \int_V \bar{E} \frac{2I_0}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} e^{-j\omega t_i} dV. \quad (7)$$

Интегрируя (7) по объему  $V$  электронного луча и разделив  $\dot{P}_w$  на мощность луча  $P_0 = I_0 V_0$ , получим относительную мощность взаимодействия или волновой КПД  $\eta_w = \dot{P}_w / P_0$  и конвекционный ток электронного луча  $\dot{I}_m$ .

Считаем, что возмущенный электронный луч с плотностью тока  $\dot{J}$  возбуждает в волноводе поля, удовлетворяющих неоднородным уравнениям Максвелла (временная зависимость  $e^{j\omega t}$ ):

$$\text{rot}\dot{\vec{H}} = j\omega\epsilon_0\dot{\vec{E}} + \dot{J},$$

$$\text{rot}\dot{\vec{E}} = -j\omega\mu_0\dot{\vec{H}},$$

при граничных условиях  $\dot{E}_{\text{тн}} / \dot{H}_{\text{тн}}|_{s\dot{a}} = \dot{W}_{ij}(z)$ .

Эти волны распространяются в волноводе в направлении координаты  $+z$  – прямые, и в направлении координаты  $-z$  – обратные. Представим возбужденные ЭМ поля в виде суперпозиции свободных волн:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{H}} &= \sum_s (\dot{C}_s H_s + \dot{C}_{-s} H_{-s}), \\ \dot{\vec{E}} &= \sum_s (\dot{C}_s E_s + \dot{C}_{-s} E_{-s}).\end{aligned}\quad (8)$$

Здесь под индексом  $s$  понимаем два индекса, которые определяют тип поля в волноводе. Используя уравнения Максвелла, применяя лемму Лоренца, можно получить уравнение возбуждения волновода [3]:

$$\frac{d\dot{C}_{\pm s}}{dz} = \frac{1}{N_s} \int_{S_s} j\dot{\vec{E}}_{\mp s} dS. \quad (9)$$

В нашем случае, когда волновод возбуждается поперечным током  $\dot{J}_y$  в небольшом объеме  $V$  (тонкий луч), коэффициенты  $\dot{C}_{\pm s}$  вне этого объема от  $z$  не зависят, постоянны. Их приращение  $\Delta\dot{C}_{\pm s}$  находится при интегрировании (9) в области зазора (в объеме  $V$ ):

$$\Delta\dot{C}_{\pm s} = \frac{1}{N_s} \int_V j\dot{\vec{E}}_{\mp s} dV, \quad (10)$$

где  $N_s = \int_s \left\{ [\dot{\vec{E}}_s, \dot{\vec{H}}_{-s}] - [\dot{\vec{E}}_{-s}, \dot{\vec{H}}_s] \right\} \vec{i}_z dS$ .

Учтем, что в области электронного пучка в волноводе могут возбуждаться, кроме волны  $H_{10}$ , и другие типы волн, в частности, закритические типы  $H_{m0}$  (индекс  $m=3,5,\dots$ ). Они, складываясь с полем основной волны  $H_{10}$  в области взаимодействия (в области зазора в волноводе), могут изменить процессы взаимодействия электронного пучка и ЭМ-волны в зазоре. Норма волны  $H_{m0}$  вычисляется так:

$$N_{m0} = (\lambda_{cr} / \lambda)^2 W_0 ab \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{cr})^2} \quad (11)$$

где  $\lambda_{cr} = 2a / m$  – критическая длина волны  $H_{m0}$  в волноводе,  $m=1,3,5, \dots$ .

Подставляя в  $\Delta\dot{C}_{\pm s}$  (10) поле  $\dot{E}_y$  собственной волны  $H_{m0}$  и значения (11) получим:

$$\Delta\dot{C}_{m0} = 2 \sin(m\pi x_1 / a) \dot{I}_m / [(\lambda_{cr} / \lambda)^2 \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{cr})^2} \lambda m]. \quad (12)$$

Выражение под знаком квадратного корня в (12) может быть и отрицательным, учтем это при расчете амплитуды возбужденных волн:

$$\dot{E}_{0m0} = \Delta\dot{C}_{\pm m0} \dot{E}_{m0} = \frac{2 \sin(m\pi x_1 / a) \dot{I}_m 2a W_0}{K_1 (\lambda_{cr})^2 m^2}, \quad (13)$$

$$\text{где } K_1 = \begin{cases} 1 / \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{cr})^2} & \text{при } \lambda < \lambda_{cr} \\ -j / \sqrt{(\lambda / \lambda_{cr})^2 - 1} & \text{при } \lambda > \lambda_{cr} \end{cases}, \quad x_1 = a / 2 .$$

Поперечное поле волны  $H_{10}$  в  $k$ -ом зазоре, возбужденное электронным потоком из  $m$ -ого зазора, записывается в следующем виде:

$$\dot{E}_k^{m\pm} = \dot{E}_{010} \exp(\mp j\Gamma(z_k - z_m) + j\omega t),$$

в показателе экспоненты знак « $-$ » если  $z_k > z_m$  – прямая волна  $\dot{E}_k^{m+}$ , знак « $+$ » если  $z_k < z_m$  – обратная волна  $\dot{E}_k^{m-}$ , возбужденные ток  $\dot{I}_m$  в  $k$ -ом зазоре.

Амплитуды  $\dot{E}_k^{m\pm}$  этих волн будут суммироваться в зазорах с соответствующими амплитудами  $\dot{E}_k^{in}$  (3) от входного сигнала:

$$\dot{E}_k^+ = \dot{E}_k^{in} + \sum_{m=1}^k \dot{E}_k^{m+}, \quad k = \overline{1, n}, \quad \dot{E}_k^- = \dot{E}_k^{in} + \sum_{m=1}^k \dot{E}_k^{m-}, \quad k = \overline{1, n}.$$

После этого необходимо, для обеспечения сходимости процесса суммирования полей прямых и обратных волн в каждом зазоре по методу последовательной нижней релаксации пересчитать распределение обратной волны:

$$\bar{\dot{E}}_{k,s}^- = \omega_r \dot{E}_{k,s}^- + (1 - \omega_r) \dot{E}_{k,s-1}^-$$

где  $s$  – номер итерации,  $\omega_r$  – параметр релаксации.

Далее необходимо определить результирующее поле  $\dot{E}_k$  в  $k$ -ом зазоре:

$$\dot{E}_{k,s} = \dot{E}_{k,s}^+ + \dot{E}_{k,s}^- = \left| \dot{E}_{k,s} \right| e^{j(\omega t + \theta_k)}$$

Для организации итерационного процесса необходимо повторить вычисления по формуле (7), подставляя вместо  $\bar{E}$  новое поле  $\dot{E}_{k,s}$ . Заканчивается итерационный процесс, когда:

$$\varepsilon_s = \sum_{k=1}^n \left| \dot{E}_{k,s} - \dot{E}_{k,s-1} \right| / (V_0 / d) < \varepsilon_T$$

где  $\varepsilon_T$  – заданная точность согласования;  $d$  – ширина зазора в волноводе.

## Результаты расчетов

По описанной математической модели составлена программа оптимизации нерегулярных ЛБВ на волнообразно изогнутых прямоугольных волноводах. Проведены расчеты частотных характеристик (ЧХ) вариантов приборов, полученных по модели с использованием эквивалентных четырехполосников и с применением электродинамического метода расчета. Отметим, что в модели с использованием эквивалентных четырехполосников в качестве эквивалентного сопротивления волновода для волны  $H_{10}$  необходимо использовать следующую формулу:

$$Z_{\text{эKB}} = (2b / a) W_0 / \sqrt{1 - (\lambda / 2a)^2}.$$

Проведены расчеты односекционной регулярной ЛБВ миллиметрового диапазона для работы на длине волны  $\lambda = 0,8$  см (вариант А1). Ускоряющее напряжение  $U_0 = 30$  кВ, ток электронного луча  $I_0 = 2$  А, число лучей 6. Размеры волновода  $a = 0,5$  см,  $b = 0,1$  см, волновое сопротивление  $W^H = 628,32$  Ом, радиус трубки дрейфа  $R = 0,02$  см, радиус электронного луча  $r = 0,015$  см, длина зазора  $d = b$ . Волновод изготовлен из меди с проводимостью  $\sigma = 57 \times 10^6$  см/м. В результате оптимизации параметров ЛБВ получен коэффициент усиления по мощности  $K_p = 14,8$  дБ, электронный КПД  $\eta_e = 0,153$ , выходная мощность ЛБВ  $P_{\text{out}} = 9$  кВт, входная

мощность  $P_{in}=300$  Вт. Число зазоров (изогнутых отрезков волновода)  $N=42$ . На рис. 1 приведены частотные характеристики этого варианта, рассчитанные с учетом влияния различных типов волн.

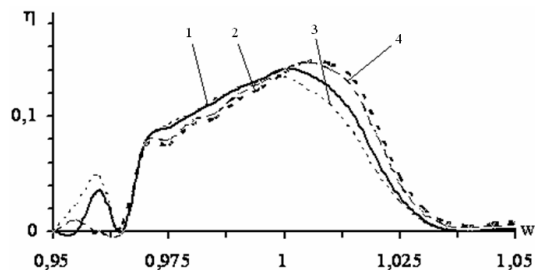


Рис. 1. Зависимость электронного КПД от относительной частоты  $w = f / f_0$  регулярной ЛБВ (вариант А1), длина волны  $\lambda_0=0,8$  см, с учетом влияния различных типов волн: кривая 1 – волна  $H_{10}$ , 2 – волна  $H_{30}$ , 3 – волна  $H_{50}$ , 4 – сумма волн  $\sum H_{m0}$

Кривая 1 получена с учетом только волны  $H_{10}$ : отметим, что такой же вид имеет ЧХ рассчитанная для этого варианта ЛБВ, но по модели с использованием эквивалентных четырехполюсников. Кривые 2, 3, 4 получены с учетом влияния высших типов волн, соответственно  $H_{30}$ ,  $H_{50}$ , и  $\sum H_{m0}$  – в последнем выражении учтено влияние суммы четырех волн ( $H_{30}$ ,  $H_{50}$ ,  $H_{70}$ ,  $H_{90}$ ).

Проведены расчеты односекционной нерегулярной ЛБВ субмиллиметрового диапазона для работы на длине волны  $\lambda=0,01$  см (вариант А2). Ускоряющее напряжение  $U_0=12$  кВ, ток электронного луча  $I_0=0,15$  А. Размеры волновода  $a=0,006$  см,  $b=0,0005$  см, волновое сопротивление  $W^H=682$  Ом, радиус трубки дрейфа  $R=0,0002$  см, радиус электронного луча  $r=0,00016$  см, длина зазора  $d=b$ . Волновод изготовлен из меди с проводимостью  $\sigma=57 \times 10^6$  см/м. В результате оптимизации параметров ЛБВ получен коэффициент усиления по мощности  $K_p=15,9$  дБ, электронный КПД  $\eta_e=0,0006$ , выходная мощность ЛБВ  $P_{out}=1,04$  Вт, входная мощность  $P_{in}=0,027$  Вт. Число зазоров (изогнутых отрезков волновода)  $N=42$ . На рис. 2 приведены частотные характеристики этого варианта с учетом влияния различных типов волн.

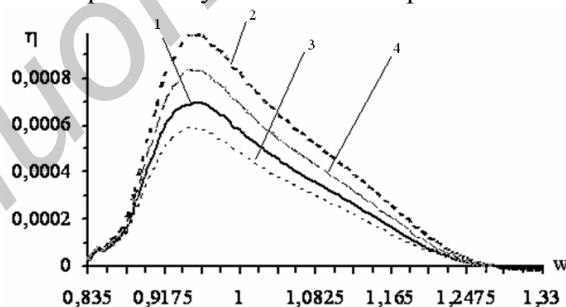


Рис. 2. Зависимость электронного КПД от относительной частоты  $w = f / f_0$  нерегулярной ЛБВ (вариант А2), длина волны  $\lambda_0=0,01$  см, с учетом влияния различных типов волн: кривая 1 – волна  $H_{10}$ , 2 – волна  $H_{30}$ , 3 – волна  $H_{50}$ , 4 – сумма волн  $\sum H_{m0}$

Кривая 1 получена с учетом только волны  $H_{10}$ , такой же вид имеет ЧХ рассчитанная для этого варианта ЛБВ, но по модели с использованием эквивалентных четырехполюсников. Кривые 2, 3, 4 получены с учетом влияния высших типов волн, соответственно:  $H_{30}$ ,  $H_{50}$ , и  $\sum H_{m0}$  – в последнем выражении учтено влияние суммы четырех волн ( $H_{30}$ ,  $H_{50}$ ,  $H_{70}$ ,  $H_{90}$ ).

На рис. 3 приведена зависимость коэффициента усиления по мощности  $K_p$  от относительной частоты  $w = f / f_0$  нерегулярной ЛБВ (вариант А2 – кривая 1).

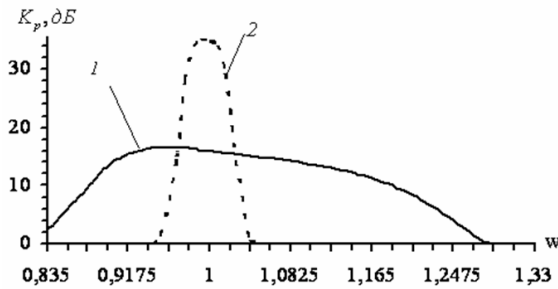


Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления по мощности  $K_p$  от относительной частоты  $w = f / f_0$ : кривая 1 – нерегулярная ЛБВ (вариант А2), кривая 2 – двухсекционная ЛБВ (вариант А3)

Как видно из рис. 3 полоса частот усиления варианта А2 составляет  $\approx 40\%$ .

Анализ графиков на рис. 1, 2 показывает, что наибольшее влияние на процессы взаимодействия электронного пучка и ЭМ-волны в области зазора оказывает волна  $H_{30}$ . Она является закритической (не распространяющейся), однако возбуждается в зазоре волновода электронным пучком и, как видно из графиков, оказывает влияние на группировку электронного пучка и эффективность взаимодействия. Как следует из выражения (13) амплитуда возбужденной волны  $H_{30}$  совпадает по фазе с амплитудой основной волны  $H_{10}$ , напряженность поля в зазоре увеличивается, эффективность взаимодействия улучшается, КПД прибора увеличивается. В то же время амплитуда волны  $H_{50}$ , как следует из выражения (13), противофазна с амплитудой основной волны  $H_{10}$ , напряженность поля в зазоре уменьшается, эффективность взаимодействия ухудшается, КПД прибора падает, что и отражают графики на рис. 2. Как видно из графиков на рис. 2, относительная погрешность в определении КПД с учетом различных типов волн может достигать 10–30%.

Проведены расчеты двухсекционной регулярной ЛБВ для работы на длине волны  $\lambda_0 = 0,05$  см (вариант А3). Ускоряющее напряжение  $U_0 = 12$  кВ, ток электронного луча  $I_0 = 0,1$  А. Размеры волновода  $a = 0,03$  см,  $b = 0,003$  см, волновое сопротивление  $W^H = 682$  Ом, радиус трубки дрейфа  $R = 0,001$  см, радиус электронного луча  $r = 0,0008$  см, длина зазора  $d = b$ . Волновод изготовлен из меди с проводимостью  $\sigma = 57 \times 10^6$  см/м. В результате оптимизации параметров ЛБВ получен коэффициент усиления по мощности  $K_p = 10 \lg(P_{out} / P_{in}) = 34,5$  дБ, электронный КПД  $\eta_e = 0,0146$ , выходная мощность ЛБВ  $P_{out} = 17,1$  Вт, входная мощность  $P_{in} = 0,006$  Вт. Число зазоров (изогнутых отрезков волновода) в каждой секции одинаково –  $N = 42$ . На рис. 3 приведена ЧХ этого варианта – зависимость коэффициента усиления по мощности  $K_p$  от относительной частоты  $w = f / f_0$  – кривая 2. Зависимости  $K_p$  от относительной частоты на рис. 3 рассчитаны для волны  $H_{10}$ .

Учет влияния высших типов волн в двухсекционной ЛБВ дает следующие результаты (на частоте  $f_0$ ): волна  $H_{30}$  – электронный КПД  $\eta = 0,02$ , коэффициента усиления по мощности  $K_p = 36$  дБ, выходная мощность ЛБВ  $P_{out} = 24$  Вт; волна  $H_{50}$  –  $\eta = 0,013$ ,  $K_p = 34$  дБ,  $P_{out} = 15,3$  Вт; сумма волн  $\sum H_{m0}$  –  $\eta = 0,017$ ,  $K_p = 35,2$  дБ,  $P_{out} = 20,1$  Вт. Здесь так же заметно влияние высших типов волн на процессы взаимодействия и выходные характеристики прибора.

### Заключение

Приведенный электродинамический метод расчета ЛБВ на волнообразно изогнутом прямоугольном волноводе позволяет в расчетах учитывать влияние высших типов волн на процессы взаимодействия электронного пучка и ЭМ волны. На основании анализа частотных характеристик, рассчитанных с учетом высших типов волн, следует вывод, что для качественной оценки полосовых свойств ЛБВ на волнообразно изогнутых прямоугольных волноводах можно проводить расчеты по модели с использованием эквивалентных четырехполюсников. Однако для количественных оценок характеристик приборов (выходной мощности, КПД) в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн необходимо в расчетах учитывать

высшие типы волн, так как относительная погрешность в определении КПД и выходной мощности может достигать 10–30%.

Результаты оптимизации показывают, что ЛБВ на ВИПВ в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн могут иметь расчетный коэффициент усиления по мощности  $K_p = 15\text{--}35$  дБ, полосу частот усиления 10–40%, выходную мощность 1–20 Вт (с учетом влияния высших типов волн на процессы взаимодействия электронного пучка и ЭМ-волны).

## **ELECTRODYNAMIC CALCULATION IRREGULAR TWT ON THE WAVY BENT RECTANGULAR WAVEGUIDE OF MILLIMETER AND SUBMILLIMETER RANGES OF WAVES LENGTHS**

A. V. AKSENCHYK, I. F. KIRINOVICH

### **Abstract**

The electrodynamic method of calculation irregular TWT on the wavy bent rectangular waveguide is formulated. Frequency characteristics are calculated and the estimation of influence of the higher types of waves on frequency characteristics and processes of interaction of electron beam and electromagnetic waves in a millimeter and submillimeter ranges of waves lengths is spent.

### **Список литературы**

1. Аксенчик А.В., Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ с дискретным взаимодействием (теория и оптимизация). Минск, 2003.
2. Аксенчик А.В., Киринович И.Ф. // Докл. БГУИР. 2010, №6 (52). С. 47–54.
3. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М., 1973.