

УДК 621.391.14

ВЕСОВОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАНТОВАННЫХ СИГНАЛОВ ДЕМОДУЛЯТОРА ФМ-СИГНАЛОВ

Н.А. САЛАС, А.И. КОРОЛЕВ, В.К. КОНОПЕЛЬКО

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 20 марта 2013

Рассматривается алгоритм весового итеративного мажоритарного декодирования циклических кодов с использованием мягкого (квантованного) детектирования ФМ-сигналов. Выполнена оценка корректирующей способности алгоритма мягкого мажоритарного декодирования циклических кодов при квантовании ФМ-сигналов на 8 уровней, использовании двух итерацией декодирования и при формировании системы отдельных проверок. Показано, что полученные оценки эффективности алгоритма мягкого мажоритарного декодирования могут быть применимы к циклическим кодам при формировании систем связанных проверок, а также к составным циклическим кодам.

Ключевые слова: циклический код, фазовая модуляция, мажоритарный элемент, весовой коэффициент, система проверок, арифметическо-логическое устройство.

Метод и параметры квантованного представления ФМ-сигналов

Алгоритм мажоритарного декодирования циклических кодов (ЦК) при формировании системы отдельных проверок (СПП) и жестком (неквантованном) принятии решения на выходе демодулятора дискретного канала связи (ДКС) является одним из наиболее простых в реализации. Известно [1–3], что данный алгоритм декодирования ЦК имеет низкую корректирующую способность; небольшой, порядка 1,5 дБ, энергетический выигрыш кодирования (ЭВК) при вероятности ошибок по битам на выходе демодулятора ДКС $P_k = 10^{-3}$. Использование мягкого (квантованного) принятия решения на выходе демодулятора ДКС обеспечивает при декодировании ЦК дополнительное увеличение ЭВК в среднем на 2 дБ. Однако практически все известные алгоритмы декодирования ЦК при мягком принятии решения на выходе демодулятора ДКС имеют, как правило, высокую сложность реализации. Поэтому разработка и исследование алгоритмов мягкого мажоритарного декодирования ЦК, обеспечивающих минимальную сложность реализации, представляют теоритический и практический интерес. Далее анализируется эффективность алгоритма мягкого мажоритарного декодирования ЦК, названного весовым мажоритарным алгоритмом декодирования с использованием двух итераций (двух ступеней) декодирования.

Принято, что квантование выходных сигналов демодулятора ФМ-2 осуществляется на $Q = 8$ уровней с равным шагом квантования. На практике чаще всего используются два метода отображения квантованных ФМ-сигналов, которые представлены в табл. 1.

Для каждой формы квантования А и В коэффициенты надежности для индивидуальных уровней пропорциональны расстоянию относительно средней точки уровня отображаемого напряжения (тока). Следовательно, соответствующие относительные надбавки надежности равны абсолютным значениям квантованных уровней напряжения (тока). В табл. 2 приведены коэффициенты надежности для методов и уровней отображения квантованных ФМ-сигналов, представленных в табл. 1.

Таблица 1. Методы отображения квантованных ФМ-сигналов

Уровень напряжения	Метод квантования – А	Метод квантования – В
L	$L-1$	$+(L-1)$
$L-1$	$L-2$	$+(L-3)$
$L-2$	$L-3$	$+(L-5)$
...	...	+1
...	...	-1
3	2	$-(L-5)$
2	1	$-(L-3)$
1	0	$-(L-1)$

Таблица 2. Коэффициенты надежности, отображение уровней квантования ФМ-сигналов

Определяемый уровень	Напряжение и методы квантования		Коэффициент надежности
	Метод А	Метод В	
8	7	+7	7
7	6	+5	5
6	5	+3	3
5	4	+1	1
4	3	-1	1
3	2	-3	3
2	1	-5	5
1	0	-7	7

На рис. 1 представлен в общем виде способ квантования при $Q = 8$ уровней напряжения выходных сигналов демодулятора ФМ-2 при когерентном способе обработке ФМ-сигналов.

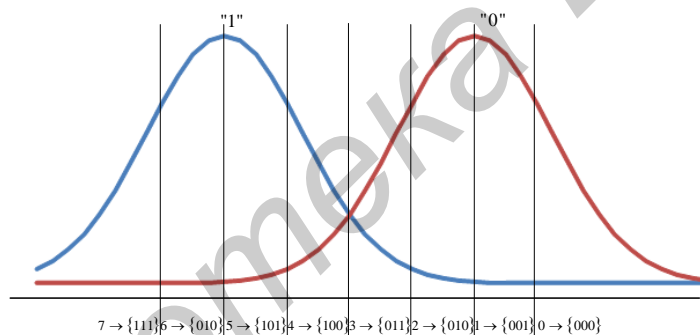


Рис. 1. Способ формирования квантованных на $Q = 8$ уровней выходных сигналов демодулятора ФМ-2

Выбор восьми уровней квантования с равномерным шагом квантования определен тем, что увеличение количества уровней квантования до $Q = 16$ и использование неравномерного шага квантования обеспечивают минимальный (порядка 0,4 дБ) дополнительный выигрыш кодирования при более чем двукратном увеличении сложности реализации декодера [1–4, 6, 7].

Так как число уровней квантования $Q = 8$, условно обозначенных как (0;1;2;3;4;5;6;7), то каждый кодовый символ ЦК, соответствующий определенной фазе демодулятора ФМ-2, представляемого $\text{Ц} = \log_2 8 = 3$ двоичными символами: $0 \rightarrow \{000\}$; $1 \rightarrow \{001\}$; $2 \rightarrow \{010\}$; $3 \rightarrow \{011\}$; $4 \rightarrow \{100\}$; $5 \rightarrow \{101\}$; $6 \rightarrow \{110\}$; $7 \rightarrow \{111\}$. Фигурные скобки записи двоичных символов зон квантования означают нежесткое (квантованное) значение амплитуды (уровня напряжения) детектированного сигнала демодулятора ФМ-2.

Максимальные веса надежности имеют нулевой $0 \rightarrow \{000\}$ и седьмой $7 \rightarrow \{111\}$ уровни квантования (метод отображения А), которые характеризуют прием ФМ-сигналов с высокой надежностью. Уровни квантования $0 \rightarrow \{000\}$ и $7 \rightarrow \{111\}$ имеют надежное значение соответственно нулевого и ненулевого кодовых символов, третий $3 \rightarrow \{011\}$ и четвертый $4 \rightarrow \{100\}$ уровни квантования имеют низкую надежность относительно нулевого и ненулевого кодового символа, а остальные значения уровней квантования определяют надежность приема соответственно нулевых и ненулевых кодовых символов выше, чем уровни квантования 3 и 4 [4–7].

Синтез декодера и оценка эффективности весового мажоритарного алгоритма декодирования

На рис. 2 приведена обобщенная структурная схема включения итеративного канального декодера ЦК при квантовании на $Q = 8$ уровней выходных сигналов демодулятора ФМ-2.



Рис. 2. Обобщенная структурная схема включения канального декодера ЦК при квантовании выходных сигналов демодулятора ФМ-2 на $Q = 8$ уровней: α, β, γ – квантованные (мягкие) значения амплитуды детектированного сигнала демодулятора ФМ-2

С выхода демодулятора ФМ-2 двоичные символы α, β, γ , соответствующие определенному кодовому символу и представленные в мягком (квантованном) решении, поступают в параллельном коде на соответствующий вход первого декодера ЦК.

Далее для уменьшения сложности рассмотрения и оценки эффективности весового мажоритарного алгоритма декодирования выбираем ЦК с параметрами $(n; k; d_0) = (7; 3; 4)$, $P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$, $h(x) = x^3 + x^2 + 1$, с порождающей и проверочной матрицами вида:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

В соответствии с проверочной матрицей для формирования информационных символов при реализации мажоритарного алгоритма декодирования ЦК и при жестком принятии решения на выходе демодулятора ФМ-2 формируется следующая система отдельных проверок [1-3]

$$\begin{Bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 7 \end{Bmatrix}, \quad \begin{cases} a_1 = a_1' \\ a_2 \oplus a_4 \\ a_5 \oplus a_6 \\ a_3 \oplus a_7 \end{cases}, \quad (2)$$

где цифры $1 \div 7$ или $a_{i=1-7}$ обозначают позиции кодовых символов, входящих в соответствующее проверочное уравнение (являются индексами a_i). Порог принятия решения декодером по полярности принятого информационного символа определяется следующим равенством неравенством [1-3]:

$$\Pi \geq \frac{\mu}{2} + 1, \quad (3)$$

где μ – количество проверочных уравнений, необходимых для коррекции ошибок заданной кратности. Так как $d_0 = 4$, то гарантированная кратность исправляемых ошибок

$$t_{\text{исп}} = \frac{d_0 - 2}{2} = \frac{4 - 2}{2} = 1 \text{ двоичных символов или бит. В соответствии с [1-3] необходимое}$$

количество проверочных уравнений должно быть $\mu \geq 2 \cdot t_{\text{исп}} + 1$. Следовательно, для составленной системы проверочных уравнений принимаем $\mu = 4$ и порог принятия решения

равным $\Pi \geq \frac{4}{2} + 1 = 3$, который используется во втором декодере.

На рис. 3 приведена обобщенная функциональная схема канального декодера ЦК с двумя степенями декодирования: с мягким входом и выходом в первом декодере (в первой степени декодирования) и с жестким входом и выходом во втором декодере (во второй степени

декодирования). На рис. 4 приведены временные диаграммы сигналов управления ключей, поясняющие принцип работы канального декодера.

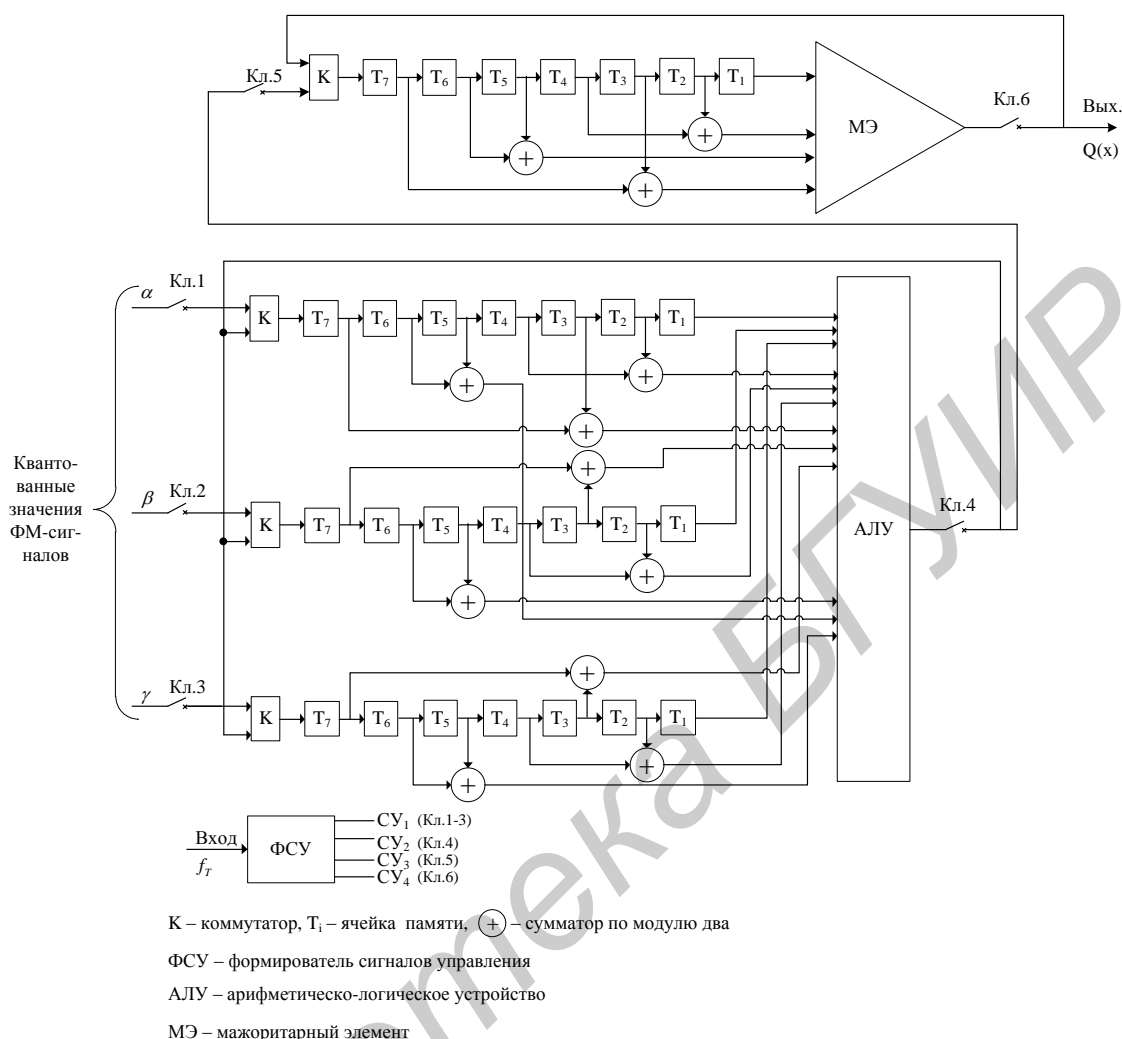


Рис. 3. Обобщенная функциональная схема канального декодера с двумя ступенями декодирования

Первый декодер содержит три канала декодирования, имеющих одинаковый принцип построения, каждый из которых соответствует принципу построения мажоритарного декодера с жестким принятием решения на выходе демодулятора ФМ-2. Каждый канал декодирования содержит регистр сдвига из $n = 7$ ячеек памяти и блок формирования весовых оценок декодируемого кодового символа, состоящий из $\mu - 1 = 4 - 1 = 3$ сумматоров по модулю два. Общим функциональным блоком трех каналов декодирования является арифметическо-логическое устройство (АЛУ), принимающее решения о полярности декодируемого кодового символа на основе сформированных весовых оценок. Первый (верхний) канал декодирования формирует весовую оценку (систему $\mu_1 = 4$ проверочных уравнений) на основе использования старших двоичных символов или бит (α) квантованных значений уровня напряжения (тока) протектированного принятого ФМ-сигнала. Два других канала декодирования формируют весовые оценки (системы проверочных уравнений μ_1 и μ_3) на основе двоичных символов (бит) соответственно β и γ протектированного ФМ-сигнала.

На рис. 4 приведены сигналы управления ключами канального декодера при обработке одной кодовой последовательности.

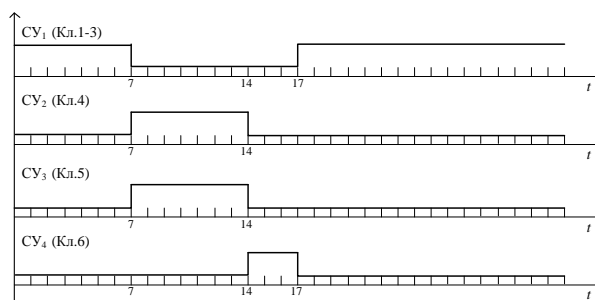


Рис. 4. Временные диаграммы сигналов управления ключами канального декодера

Второй декодер выполняется по «классическому» принципу построения мажоритарного декодера с жестким принятием решения на выходе ДКС [1-3]. Данный декодер имеет один канал декодирования, состоящий из последовательного регистра сдвига с $n=7$ ячейками памяти и коммутатором на входе, блока формирования $\mu=4$ проверочных уравнений и мажоритарного элемента. Информацией для декодирования второго декодера являются кодовые символы, поступающие в последовательном коде с выхода АЛУ первого декодера или первой ступени декодирования. Во втором декодере всем кодовым символам, участвующим в формировании проверочных уравнений, даны равные веса, т. е. используется одинаковая надежность принятия кодовых символов. Данные кодовые символы используются для окончательного принятия решения о полярности информационных символов в соответствии с системой уравнений (2).

В первом (верхнем) декодере первой ступени декодирования старший бит α квантованного ФМ-сигнала характеризует полярность принятого кодового символа, а младшие биты, β, γ , используемые во втором и третьем декодерах данной ступени декодирования, определяют степень надежности принятия решения по полярности декодируемого кодового символа. Полярность кодовых символов первой ступени декодирования формируется на основе сравнения значения арифметической суммы S_{AP} весовых оценок, сформированных системой отдельных проверок трех каналов декодирования со значением выбранного (установленного) порога Π_{AP} , который рассчитывается также с учетом весовых оценок декодируемых кодовых символов и устанавливается в десятичной (цифровой) форме записи [1–3].

Решение о полярности декодируемого кодового символа принимается по правилу $S_{AP} > \Pi_{AP}$, т. е. если $S_{AP} > \Pi_{AP}$, то на выходе АЛУ формируется кодовый символ с уровнем логической единицы, т.е. двоичный символ «1», а при $S_{AP} \leq \Pi_{AP}$ – формируется кодовый символ с уровнем логического нуля, т.е. двоичный символ «0». Сформированный кодовый символ с выхода АЛУ поступает одновременно через ключ Кл.5 на вход декодера второй ступени декодирования и через ключ Кл.4 на входы регистров сдвига трех декодеров первой ступени для принятия решения декодером первой ступени декодирования по полярности следующего кодового символа. Далее процесс декодирования выполняется аналогично до последнего $n=7$ кодового символа принятой кодовой последовательности.

Рассмотрим правило выбора величины порога Π_{AP} декодера первой ступени декодирования при квантовании выходных сигналов демодулятора ФМ-2. Как отмечалось выше, для коррекции $t \geq 1$ ошибочных информационных символов при использовании мажоритарного алгоритма декодирования ЦК и жесткого принятия решения на выходе демодулятора ФМ-2 необходимо сформировать $\mu \geq 2 \cdot t + 1$ проверочных уравнений, а порог принятия решения выбирается равным или более $\Pi_{ж} \geq \frac{\mu}{2} + 1$. При квантовании выходных сигналов демодулятора ФМ-2 на $Q=8$ уровней число уровней квантованного кодового символа увеличивается в $(Q-1)$ раз. Следовательно, количество проверочных уравнений $\mu_{ж}$ ЦК следует рассматривать как квантованное (нежесткое) решение $\mu_{нж}$ и в этом случае

$$\mu_{нж} = (Q-1) \cdot \mu_{ж} \quad (4)$$

Корректирующая способность кода, представленная в десятичной форме записи составляет

$$t_{\text{исп.нж}} \leq \frac{\mu_{\text{нж}} - 1}{2} \quad (5)$$

ошибочных символов в их весовой оценке квантованных (нежестких) цифр.

Величина $(\mu_{\text{нж}} - 1)/2$, представленная в десятичной форме записи выбирается в качестве нежесткого порога, т.е.

$$\Pi_{\text{нж}} \geq (\mu_{\text{нж}} - 1)/2. \quad (6)$$

Для рассматриваемого в качестве примера ЦК порог нежесткого принятия решения будет иметь следующее значение:

$$\Pi_{\text{нж}} \geq \frac{\mu_{\text{нж}} - 1}{2} = \frac{(8-1) \cdot \mu_{\text{нж}} - 1(2)}{2} = \frac{(8-1) \cdot 4 - 2}{2} \geq 13. \quad (7)$$

Таким образом, если арифметическая сумма $S_{\text{АР}}$ сформированных проверочных уравнений в их весовой оценке превысит порог $\Pi_{\text{нж}}$, то с выхода АЛУ выдается единичный информационный символ, т.е. «1», а в противном случае – «0».

Рассмотрим правило принятия декодером первой ступени декодирования решения о достоверности принятого информационного символа в момент времени t_0 , если передавали кодовую последовательность, состоящую из $n=7$ нулевых двоичных символов, а в канале связи с АБГШ под воздействием помех был искажен старший кодовый символ т.е. первый информационный символ "а₁". С выхода демодулятора на каналы декодирования поступили квантованные решения сигналов ФМ-2 в виде следующих оценок:

$$0 = \{000\}, 1 = \{001\}, 2 = \{010\}, 3 = \{011\}, 4 = \{100\}, 5 = \{101\}, 6 = \{110\}, 7 = \{111\}.$$

Формирование арифметической суммы весовых оценок производится по следующему правилу: $S_{\text{АР}} = \delta_{\text{нж.1}} + \delta_{\text{нж.2}} + \delta_{\text{нж.3}} + \delta_{\text{нж.4}}$, где

$$\begin{aligned} \delta_{\text{нж.1}} &= \{\alpha, \beta, \gamma\} \\ \delta_{\text{нж.2}} &= \{(\alpha_2 \oplus \alpha_4), (\beta_2 \oplus \beta_4), (\gamma_2 \oplus \gamma_4)\} \\ \delta_{\text{нж.3}} &= \{(\alpha_5 \oplus \alpha_6), (\beta_5 \oplus \beta_6), (\gamma_5 \oplus \gamma_6)\} \\ \delta_{\text{нж.4}} &= \{(\alpha_3 \oplus \alpha_7), (\beta_3 \oplus \beta_7), (\gamma_3 \oplus \gamma_7)\} \end{aligned}$$

Так как арифметическая сумма весовых оценок проверочных уравнений будет равна $S_{\text{АР}} = 10$, что меньше величины порога $\Pi_{\text{нж}} = 13$, то АЛУ формирует нулевой информационный символ, который поступит одновременно на входы трех каналов декодирования и через замкнутый ключ Кл.5 на вход второго декодера. Аналогично производится декодирование последующих кодовых символов.

Оценка эффективности данного алгоритма декодирования ЦК с параметрами (7;4;3) выполнялась путем моделирования при следующих условиях: число уровней квантования $Q=8$, шаг квантования огибающей детектированного ФМ-сигнала – равномерный, тип канала связи – ДСК с АБГШ. Результаты моделирования приведены в табл. 3.

В результате моделирования работы мажоритарного декодера с двумя степенями декодирования и мягким (квантованным) принятием решения о полярности декодируемых кодовых символов на входе и выходе первой ступени декодирования установлено, что предложенный принцип построения мажоритарного декодера и алгоритм декодирования ЦК обеспечивают коэффициент повышения достоверности информационных символов от 5 до $3 \cdot 10^2$ раз и ЭВК от 0,2 до 0,9 дБ соответственно при $P_K = 5 \cdot 10^{-2}$ до 10^{-3} .

Таблица 3. Значения средней вероятности ошибочного декодирования и ЭВК двухступенчатого весового мажоритарного декодера

Параметры ЦК	Вероятность ошибок по битам на выходе мажоритарного декодера с жестким принятием решения на выходе демодулятора ФМ-2					
	(7;3;4)	$5 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	$5 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
Вероятность ошибок по битам на выходе второго декодера при квантовании выходных сигналов демодулятора ФМ-2						
10^{-2}		$6,4 \cdot 10^{-3}$	$0,12 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$4,1 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$
Энергетический выигрыш кодирования (дБ)						
	0,3	0,43	0,51	0,73	0,87	1,23

Заключение

Рассмотрено построение мажоритарного декодера с двумя ступенями декодирования и алгоритмом весового принятия решения на основе квантованных сигналов ФМ-2 (полярности декодируемого кодового символа), что обеспечит в среднем на порядок более высокий коэффициент повышения достоверности передачи данных и ЭВК порядка 0,7 дБ по сравнению с использованием мажоритарного декодера и жесткого принятия решения на выходе демодулятора ФМ-2. Установлено, что эффективность весового мажоритарного декодирования может быть повышена в среднем на 0,25 дБ за счет использования неравномерного квантования выходных сигналов демодулятора ФМ-2 и двукратной оценки менее надежных квантованных кодовых сигналов. Однако при этом сложность реализации весового мажоритарного декодера увеличивается более, чем в 2 раза. Показано, что при небольшой модификации, данный алгоритм весового мажоритарного декодирования можно преобразовать в алгоритм мажоритарного декодирования с мягким входом и мягким выходом второй ступени декодирования.

WEIGHTED DECODING OF CYCLIC CODES USING QUANTIZED SIGNAL DEMODULATOR ON PM SIGNALS

N.A. SALAS, A.E. KOROLEV, V.K. KONOPELKO

Abstract

A weighted iterative majority-logic decoding algorithm of cyclic codes with soft (quantized) detections of Phase-Modulating (PM) signals is analyzed. Evaluation of the correction capability of the algorithm on cyclic codes with quantization of PM signals of 8 levels, using a majority-logic algorithm with two decoding steps in a system of divided equations, was realized. It was shown that the obtained effectiveness evaluation of the soft decoding algorithm can be extended to cyclic codes based on majority-logic with systems of associates equations, and to compound cyclic codes.

Список литературы

1. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М., 1986.
2. Кларк Дж. мл. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. М., 1987.
3. Виттерби А.Д., Омура Дж.К. Принципы цифровой связи и кодирования. М., 1982.
4. Мессе Дж. Пороговое декодирование. М., 1966.
5. Дмитриев О.Ф. Класс составных циклических кодов с простой реализацией. М., 1964.
6. Золотарев В.В. // Электросвязь. 2003. № 9. С. 34–37.
7. Аль-алем Ахмед Саид, Королев А.И. // Инженерный вестник. 2010. № 2 (30). С. 16–19.