

УДК 621.396.96

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ПЕРВОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ФИЛЬТРАЦИИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТ И ЧАСТОТЫ ДОПЛЕРА

А.А. МИХАЛКОВСКИЙ, А.С. СОЛОНАР

Военная академия Республики Беларусь
Минск, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 21 декабря 2012

Рассмотрены особенности реализации дискретного фильтра Калмана при наблюдении полярных координат и частоты Доплера для первичных измерений от радиолокационной станции кругового обзора. Приводится структурная схема данного фильтра Калмана. Описываются условия моделирования и представляются его результаты.

Ключевые слова: вторичная обработка информации, радиальная скорость, фильтр Калмана.

Введение

Основной задачей вторичной обработки радиолокационной информации (РЛИ) является автоматизация процесса обнаружения. Алгоритм работы устройства вторичной обработки информации (ВОИ) подразумевает сопровождение каждого воздушного объекта по отдельности, при этом одним из основных элементов является измеритель параметров движения цели. Он позволяет оценить и экстраполировать координаты цели и их производные. Наиболее часто основным элементом измерителя устройства ВОИ является дискретный фильтр Калмана (ФК).

В качестве наблюдаемых параметров для измерителя обычно рассматривают полярные координаты воздушного объекта. Для современных радиолокационных станций (РЛС) можно расширить вектор наблюдаемых параметров оценкой радиальной скорости, но зачастую этим пренебрегают, так как при использовании дополнительного параметра структурная схема ФК усложняется и увеличиваются вычислительные затраты. Фильтрацию можно проводить в полярной или в прямоугольной системе координат (СК). В полярной СК уравнение фильтрации с учетом оценок радиальной скорости записать достаточно просто, но при этом порядок полинома, аппроксимирующего линейное неравноускоренное движение летательного аппарата (ЛА) в пространстве, стремится к бесконечности по мере приближения ЛА к РЛС, что приводит к возникновению кажущихся ускорений [1]. В прямоугольной СК связь между наблюдаемыми координатами и фильтруемыми нетривиальна и неоднозначна, однако уравнение движения цели записывается полиномами низких порядков (0-й, 1-й, 2-й, ... степеней) [1]. Возможно разумное сочетание достоинств фильтрации в полярной и прямоугольной СК следующим образом: осуществлять фильтрацию полярных координат с их экстраполяцией в прямоугольной СК [1], что позволит устранить эффект кажущихся ускорений с использованием в векторе наблюдения радиальной скорости. Для этого необходимо осуществлять двойной пересчет: из полярной СК в прямоугольную СК (для экстраполяции координат) и из прямоугольных СК в полярную СК (для пересчета этих координат в полярную плоскость). Что приведет к усложнению структуры ФК.

Цели данной статьи – рассмотреть необходимость использования оценки радиальной скорости наряду с оценками дальности и азимута при фильтрации координат параметров

движения цели; рассмотреть особенности структуры ФК при расширении вектора наблюдения оценкой радиальной скорости.

Постановка задачи

Пусть имеется две РЛС: первая наблюдает дальность r и азимут β ; вторая – дальность, азимут и радиальную скорость Vr . Обозначим через $\hat{\theta}_k^1 = \left\| \hat{r}_k \quad \hat{\beta}_k \right\|^T$ вектор наблюдения на k -м обзоре для первой РЛС, через $\hat{\theta}_k^2 = \left\| \hat{r}_k \quad \hat{V}r_k \quad \hat{\beta}_k \right\|^T$ – для второй РЛС. Ошибки наблюдения распределены по гауссовскому закону с нулевым математическим ожиданием (МО) и корреляционными матрицами: а) для первой РЛС $\mathbf{R}_\theta^1 = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 \end{bmatrix}$; б) для второй РЛС

$$\mathbf{R}_\theta^2 = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{Vr}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\beta^2 \end{bmatrix}, \text{ где } \sigma_r, \sigma_\beta, \sigma_{Vr} \text{ – среднеквадратичное отклонение (СКО) гауссовских}$$

ошибок наблюдения дальности, азимута и радиальной скорости, соответственно.

Для первой РЛС вектор состояния $\hat{\alpha}_{k+1}^1 = \left\| \hat{x}_{k+1} \quad \hat{V}x_{k+1} \quad \hat{z}_{k+1} \quad \hat{V}z_{k+1} \right\|$ на $(k+1)$ -м обзоре включает в себя оценки прямоугольных координат \hat{x}_{k+1} (север), \hat{z}_{k+1} (восток) и скорости их измерения $\hat{V}x_{k+1}$, $\hat{V}z_{k+1}$. Для второй РЛС – $\hat{\alpha}_{k+1}^2 = \left\| \hat{r}_{k+1} \quad \hat{V}r_{k+1} \quad \hat{\beta}_{k+1} \quad \hat{V}\beta_{k+1} \right\|$ включает в себя оценки дальности, азимута и скорости их изменения $\hat{V}r_{k+1}$, $\hat{V}\beta_{k+1}$. Координаты вектора состояния для второй РЛС можно однозначно пересчитать в прямоугольную СК для получения результирующего вектора состояния первой РЛС.

Пусть период обновления данных равен T . Наблюдается аэродинамический ЛА, который движется равномерно прямолинейно.

Задача: рассмотреть особенности ФК при использовании радиальной скорости; привести результаты сопоставительного математического моделирования двух ФК: при наблюдении дальности и азимута, при наблюдении дальности, азимута и радиальной скорости.

Для решения поставленных задач последовательно рассмотрим особенности структур фильтров Калмана: 1) при наблюдении r и β ; 2) при наблюдении r , β и Vr – и результаты сопоставления эффективности методом математического моделирования.

Структуры дискретных фильтров Калмана

В основе алгоритма работы дискретного ФК при косвенных измерениях координат лежит линеаризация вектора-функции: динамического перехода вектора состояния с k -го на $(k+1)$ -ый интервал обновления данных (обзор) $\alpha_{k+1} = \mathbf{b}(\alpha_k)$ и статического пересчета вектора состояния в вектор наблюдаемых параметров $\theta_{k+1} = \mathbf{h}(\alpha_{k+1})$.

В уравнениях ФК вектор-функции заменяются (при помощи матрицы Якоби в окрестностях экстраполированной оценки $\hat{\alpha}_{0(k+1)}$) на матрицы: динамического пересчета k -го на

$(k+1)$ -ый обзор $\mathbf{B} = \left\| \frac{\partial \mathbf{b}^{(i)}(\alpha)}{\partial \alpha^{(j)}} \right\|_{\alpha=\hat{\alpha}_{0(k+1)}}$ и статическую матрицу пересчета изменений вектора

состояния в изменения вектора наблюдаемых параметров $\mathbf{H} = \left\| \frac{\partial \mathbf{h}^{(i)}(\alpha)}{\partial \alpha_j} \right\|_{\alpha=\hat{\alpha}_{0(k+1)}}$ (индекс i

характеризует строку, а индекс j – столбец матрицы).

Рекуррентные уравнения фильтрации Калмана вектора состояния для случая косвенных измерений вектора наблюдаемых параметров имеют вид [2–5, 7]:

$$\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)} = \mathbf{B}\hat{\mathbf{a}}_k; \quad (1)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_{k+1} = \hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)} + \mathbf{K}_{k+1}[\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}]; \quad (2)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{R}_{0(k+1)}\mathbf{H}^T[\mathbf{H}\mathbf{R}_{0(k+1)}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{\theta(k+1)}]^{-1}; \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_{k+1} = (\mathbf{E} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H})\mathbf{R}_{0(k+1)}; \quad (4)$$

$$\mathbf{R}_{0(k+1)} = \mathbf{B}\mathbf{R}_k\mathbf{B}^T + \mathbf{M}, \quad (5)$$

где $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ – вектор наблюдаемых параметров на $(k+1)$ -м обзоре; $\hat{\mathbf{a}}_k$ – значение вектора состояния на k -м обзоре; \mathbf{K}_{k+1} – матрица коэффициентов фильтрации для $(k+1)$ -го обзора; $\hat{\mathbf{a}}_{k+1}$ – фильтрованное значение вектора состояния для $(k+1)$ -го обзора; $\mathbf{R}_{\theta(k+1)}$ – коррелированная матрица ошибок наблюдения (разового оценивания) вектора $\boldsymbol{\theta}_{k+1}$; $\mathbf{R}_{0(k+1)}$ – корреляционная матрица ошибок экстраполяции; \mathbf{M} – матрица случайного маневра.

На рис. 1 представлен обобщенный ФК при косвенных измерениях. Вектор состояния $\hat{\mathbf{a}}_k$ на k -м обзоре экстраполируется при помощи динамической матрицы пересчета \mathbf{B} . Экстраполированная оценка $\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}$ пересчитывается из измерений вектора состояния в измерения вектора наблюдения при помощи матрицы статического пересчета \mathbf{H} . Результат пересчета $\mathbf{H}\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}$ вычитается из текущей оценки вектора наблюдения $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$. Полученная в результате вычитания невязка умножается на матрицу коэффициентов фильтрации \mathbf{K}_{k+1} . Результирующая оценка $\hat{\mathbf{a}}_{k+1}$ получается путем сложения экстраполированного значения вектора состояния $\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}$ и взвешенной невязки $\mathbf{K}_{k+1}[\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}]$. Расчет матриц коэффициентов фильтрации \mathbf{K}_{k+1} , случайного маневра \mathbf{M} , корреляционной матрицы ошибок экстраполяции $\mathbf{R}_{0(k+1)}$ и коррелированной матрицы ошибок наблюдения $\mathbf{R}_{\theta(k+1)}$ ведется в блоке точности ФК на каждом интервале обновления данных [3, 4, 6–8].

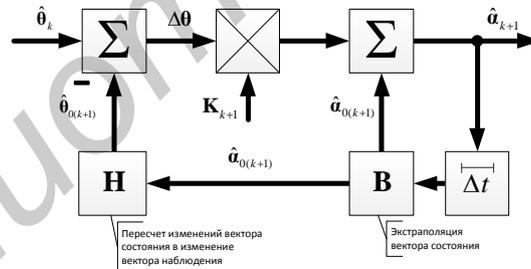


Рис. 1. Структурная схема фильтра Калмана первого порядка

Особенности структуры ФК при наблюдении дальности и азимута. Для равномерного прямолинейного движения ЛА вектор-функция $\mathbf{b}(\hat{\mathbf{a}}_k)$ имеет вид: $\mathbf{b}(\hat{\mathbf{a}}_k) = \|x_k + TVx_k \quad Vx_k \quad z_k + TVz_k \quad Vz_k\|^T$, после линейных преобразований неслучайная матрица динамического пересчета с k -го на $(k+1)$ -ый шаг равна:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Оператор \mathbf{h} , устанавливающий связь между наблюдаемыми координатами и оценками

$$\text{параметров траектории ЛА, определяется как } \mathbf{h}(\hat{\mathbf{a}}_{0(k+1)}) = \left\| \begin{array}{l} \sqrt{\hat{x}_{k+1}^2 + \hat{z}_{k+1}^2} \\ \arctg(\hat{z}_{k+1}/\hat{x}_{k+1}) \end{array} \right\|.$$

Для ФК при наблюдения r и β статическая матрица пересчета изменений вектора

$$\text{состояния в изменения вектора наблюдения имеет вид: } \mathbf{H} = \left\| \begin{array}{ccc|c} \hat{x} & 0 & \hat{x} & 0 \\ \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{z}^2} & 0 & \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{z}^2} & 0 \\ -\hat{z} & 0 & \hat{x} & 0 \\ \hat{x}^2 + \hat{z}^2 & 0 & \hat{x}^2 + \hat{z}^2 & 0 \end{array} \right\|.$$

Особенности структуры ФК при наблюдении дальности, азимута и радиальной скорости. На рис. 2 представлена структурная схема фильтра Калмана первого порядка для фильтрации полярных координат летательного аппарата при наблюдении полярных координат и частоты Доплера. Отличие данной схемы от рассмотренной ранее в том, что экстраполяция проводится в прямоугольной СК, а фильтрация – в полярной. Использование полярной СК связано с определенными трудностями, так как динамика цели не может быть описана линейными разностными уравнениями и соответствующий фильтр становится нелинейным. Даже при равномерном прямолинейном движении цели будут наблюдаться кажущиеся ускорения по дальности и углу. Более того, эти ускорения связаны с дальностью и углом нелинейным образом. Следует подчеркнуть, что кажущиеся радиальное и поперечное ускорения равны нулю, если цель движется к (от) РЛС или по круговой траектории вокруг РЛС или полярная система координат вращается по отношению к траектории цели [1, 8].

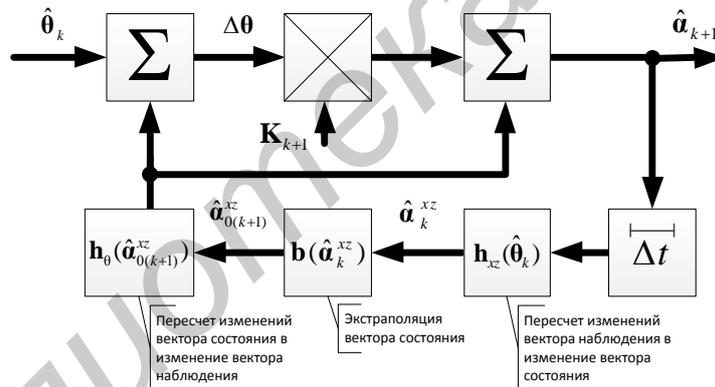


Рис. 2. Структурная схема фильтра Калмана первого порядка для фильтрации прямоугольных координат летательного аппарата при наблюдении полярных координат и частоты Доплера

Матрица экстраполяции имеет вид (6).

Порядок действий аналогичен рассмотренному выше при наблюдении r и β за исключением нескольких отличий.

1. Перед экстраполяцией значение разовых оценок вектора состояния пересчитывается из полярной СК в прямоугольную при помощи вектор-функции, которая имеет вид:

$$\mathbf{h}_{xz_k}(\hat{\theta}_k^2) = \left\| \begin{array}{l} \hat{r}_k \cos(\hat{\beta}_k) \\ \hat{V}r_k \cos(\hat{\beta}_k) - \hat{r}_k \hat{V}\beta_k \sin(\hat{\beta}_k) \\ \hat{r}_k \sin(\hat{\beta}_k) \\ \hat{V}r_k \sin(\hat{\beta}_k) - \hat{r}_k \hat{V}\beta_k \cos(\hat{\beta}_k) \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{l} \hat{x}_k \\ \hat{V}x_k \\ \hat{z}_k \\ \hat{V}z_k \end{array} \right\|.$$

2. Необходимо пересчитывать и значение матрицы ошибок фильтрации для расчета матрицы экстраполяции при помощи матрицы статического пересчета

$$\mathbf{H}_{xz} = \begin{pmatrix} \cos(\hat{\beta}) & 0 & -\hat{r} \cos(\hat{\beta}) & 0 \\ -\hat{V}\beta \sin(\hat{\beta}) & \cos(\hat{\beta}) & -\hat{V}r \sin(\hat{\beta}) - \hat{r}\hat{V}\beta \cos(\hat{\beta}) & -\hat{r} \sin(\hat{\beta}) \\ \sin(\hat{\beta}) & 0 & \hat{r} \cos(\hat{\beta}) & 0 \\ \hat{V}\beta \cos(\hat{\beta}) & \sin(\hat{\beta}) & \hat{V}r \cos(\hat{\beta}) - \hat{r}\hat{V}\beta \sin(\hat{\beta}) & \hat{r} \cos(\hat{\beta}) \end{pmatrix} \text{ по следующей формуле:}$$

$$\mathbf{R}_{\text{fil}_{xz_k}} = \mathbf{H}_{xz} \mathbf{R}_{\text{fil}_{\rho_k}} \mathbf{H}_{xz}^T, \quad (7)$$

где $\mathbf{R}_{\text{fil}_{xz_k}}$, $\mathbf{R}_{\text{fil}_{\rho_k}}$ – матрица ошибок фильтрации в полярной и прямоугольной СК, соответственно.

3. После экстраполяции следует обратный пересчет из экстраполированных оценок в

полярную плоскость при помощи вектор-функции $\mathbf{h}_0(\hat{\alpha}_{0(k+1)}^{xz}) =$

$$\begin{pmatrix} \sqrt{x_{k+1}^2 + z_{k+1}^2} \\ \frac{x_{k+1} Vx_{k+1} + z_{k+1} Vz_{k+1}}{\sqrt{x_{k+1}^2 + z_{k+1}^2}} \\ \arctan\left(\frac{z_{k+1}}{x_{k+1}}\right) \\ \frac{-z_{k+1} Vx_{k+1} + x_{k+1} Vz_{k+1}}{x_{k+1}^2 + z_{k+1}^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{k+1} \\ Vr_{k+1} \\ \beta_{k+1} \\ V\beta_{k+1} \end{pmatrix}.$$

4. Значение матрицы экстраполяции в полярную плоскость пересчитывается по формуле (6) при помощи матрицы статического пересчета, которая имеет вид:

$$\mathbf{H}_0 = \begin{pmatrix} \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} & 0 & \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} & 0 \\ \frac{Vx}{\sqrt{x^2 + z^2}} - \frac{x(xVx + zVz)}{(x^2 + z^2)^{3/2}} & \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} & \frac{Vz}{\sqrt{x^2 + z^2}} - \frac{z(xVx + zVz)}{(x^2 + z^2)^{3/2}} & \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} \\ \frac{-z}{\sqrt{x^2 + z^2}} & 0 & \frac{x}{x^2 + z^2} & 0 \\ \frac{Vz}{x^2 + z^2} - \frac{2x(xVz + zVx)}{(x^2 + z^2)^2} & \frac{-z}{\sqrt{x^2 + z^2}} & \frac{Vx}{x^2 + z^2} - \frac{2z(xVz + zVx)}{(x^2 + z^2)^2} & \frac{x}{x^2 + z^2} \end{pmatrix}.$$

При расчете коэффициента фильтрации и матрицы ошибок фильтрации применяется

следующая матрица статического пересчета: $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

Данный алгоритм характеризуется статистической взаимосвязью по всем координатам, что предъявляет высокие требования к установке начальных значений матрицы ошибок фильтрации. Для данной операции на первых трех шагах используется алгоритм фильтрации по конечной выборке. Он необходим для задания ФК точных значений матрицы ошибок фильтрации на первый шаг.

Математическое моделирование

Для проверки необходимости использования разовой оценки радиальной скорости наряду с оценками дальности и азимута был разработан комплекс математического моделирования, который позволил провести сопоставительный анализ точностных характеристик двух ФК: первый синтезирован при условии наблюдения только дальности и азимута; второй – дальности, радиальной скорости и азимута.

Входное воздействие представляет собой последовательность разовых оценок азимута, дальности и радиальной скорости, полученные с периодом обзора 5 с и СКО ошибок

измерения 20 мин, 1000 м, 1,8 м/с, соответственно. Длина последовательности – 100 оценок. Летательный аппарат двигался с постоянной скоростью 200 м/с. Проводились два опыта: первый – объект двигался с азимутом и курсом 90 град; второй – объект двигался с азимутом 0 град и курсом 90 град.

За показатель качества модификаций фильтров была взята СКО суммарной ошибки измерения местоположения $\Delta_{\Sigma}(k)$ (алгоритм ее вычисления представлен в [9, 10]).

На рис.3, а показана СКО суммарной ошибки определения положения ЛА, усредненное по количеству опытов при движении объекта с азимутом и курсом 90 град. На рис. 3, б приводится СКО суммарной ошибки определения положения ЛА, усредненное по количеству опытов при движении объекта с азимутом 0 град и курсом 90 град. Из рис. 3 следует, что измеритель с использованием оценок радиальной скорости формирует более точные оценки. Однако это выполняется только для ограниченных условий наблюдений и характеристик измерителей разовых оценок РЛС.

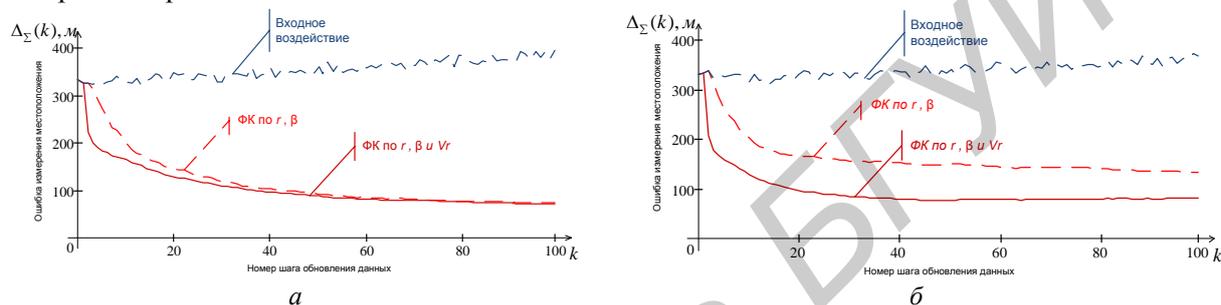


Рис. 3. СКО суммарной ошибки определения положения ЛА при движении с курсом 90 град и азимутом равным: а – 90 град; б – 0 град, количество повторов равно 1000

С целью определения условий наблюдения и СКО ошибок разовых оценок, при которых имеет смысл использования оценок радиальной скорости, были проведены дополнительные исследования. Задачей исследований было: построение зависимости нормированной СКО суммарной ошибки определения положения $\tilde{\Delta}_{\Sigma}$, взятой на последнем контакте с целью (100 обзоре, когда в ФК гарантированно закончились переходные процессы), от отношения $\sigma_{Vr}T / \sigma_r$. Величина $\tilde{\Delta}_{\Sigma}$ соответствует отношению СКО суммарной ошибки определения положения в ФК к СКО разовой оценки. Она показывает, во сколько раз результат фильтрации меньше ошибок разового оценивания.

На рис.4 представлены частные результаты исследований для предложенной структуры ФК. На рис. 4 изображены результаты моделирования при двух граничных условиях наблюдения: а) ЛА двигался с удаления 100 км, с постоянной полной скоростью 150 м/с, с азимута 50 град и курсом 90 град; б) с азимута 50 град и курса 45 град. При построении зависимостей значение СКО разовой ошибки измерения радиальной скорости было постоянным $\sigma_{Vr} = 1,5$ м/с, а σ_r возрастало в пределах от 1,5 м до 1500 м. На рис. 4 наблюдается пересечение зависимостей $\tilde{\Delta}_{\Sigma}$, построенных для ФК с учетом оценки радиальной скорости (ФК при r, Vr, β) и без (ФК при r, β). Область слева от точки пересечения обозначена буквой А, справа – Б. В области Б разовые оценки радиальной скорости ухудшают точность фильтрации.

Из рис. 4, а и рис. 4, б следует вывод: в области А есть смысл использовать значения разовых оценок радиальной скорости в ФК, а в области Б – нет. По результатам исследований для приведенной схемы ФК на рис. 2 было определено необходимое условие возможности учета разовых оценок радиальной скорости в ФК:

$$\sigma_{Vr} \leq (0,03 \dots 0,04) \frac{\sigma_r}{T}. \quad (8)$$

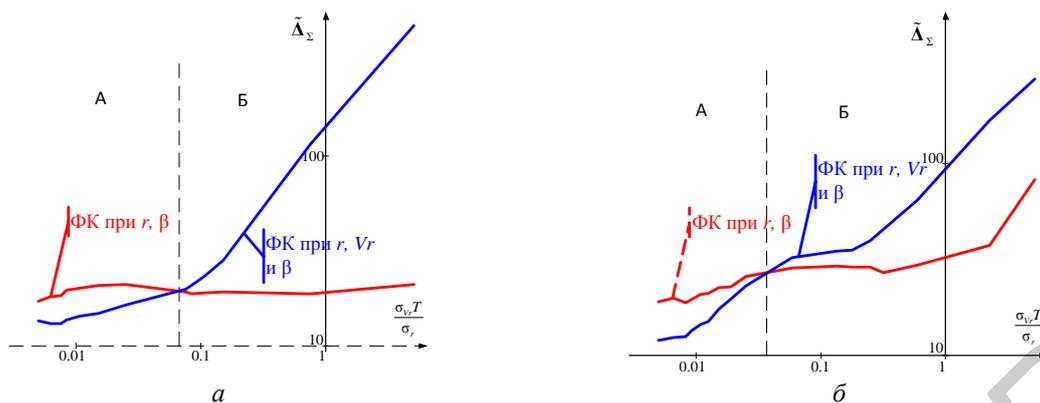


Рис. 4. Зависимость нормированной СКО суммарной ошибки определения положения и соотношения СКО ошибок параметров: *a* – азимут 50 град, курс 90 град; *b* – азимут 50 град, курс 45 град

Заключение

При наличии точных оценок радиальной скорости имеет смысл использовать эти оценки в ФК. Однако когда точность этих оценок не велика, их использование может привести к ухудшению качества фильтрации. Для структуры ФК, представленного на рис. 2, условие необходимости использования оценок радиальной скорости определяется выражением (8).

FEATURES OF USING FIRST-ORDER CONVERTED MEASUREMENT KALMAN FILTER FOR POLAR COORDINATES AND DOPPLER FREQUENCY MEASUREMENTS

A.A. MIKHALKOVSKI, A.S. SOLONAR

Abstract

Features of converted measurement Kalman filter implementations for polar coordinates and Doppler frequency measurements from radar survey are considered. The estimation performance of converted measurement Kalman filter modifications is compared.

Список литературы

1. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей. М., 1993.
2. Худсон Д. Статистика для физиков. Лекции по теории вероятности и элементарной статистики. М., 1970.
3. Blackman S. Design and analysis of modern tracking systems. Boston, 1999.
4. Бар-Шалом Я., Ли Х.Р. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы. М., 2011.
5. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. М., 1978.
6. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. Киев, 2000.
7. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. Сопровождение целей. М., 1974.
8. Ширман Я.Д., Багдасарян С.Т., Горшков С.А. и др. Радиозлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. М., 2007.
9. Бар-Шалом Я., Ли Х.Р. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы. М., 2011.
10. Хмарский П.А., Солонар А.С., Михалковский А.А. // Докл. БГУИР. 2013. № 4 (74). С. 67–74.